

Μαθηματικά για Οικονομολόγους Ι. Διδάσκων: Ι. Βενέτης  
Ομάδα Α1. 6 Φεβρουαρίου 2019, 11:30 - 13:30, τμήμα Α.

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:.....

ΑΜ:.....

1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
6.	
7.	
8.	
9.	

1. (1.5 μονάδες. **Αιτιολογήστε**) Βρείτε τις ρίζες  $x_1, x_2$  της εξίσωσης  $x^2 + 2x + 3 = 0$

i.  $-\frac{1}{2} \pm \frac{i\sqrt{2}}{2}$    ii.  $\frac{1}{2} \pm \frac{i\sqrt{2}}{2}$    iii.  $\frac{1}{2} \pm i\sqrt{2}$    iv.  $-\frac{1}{2} \pm i\sqrt{2}$    v.  $x_{1,2} = -1 \pm i\sqrt{-2}$

vi.  $x_{1,2} = 1 \pm i\sqrt{2}$    vii.  $x_{1,2} = -1 \pm i\sqrt{2}$    viii.  $x_{1,2} = 2 \pm i\sqrt{2}$    ix.  $x_{1,2} = -2 \pm i\sqrt{2}$

x. δεν έχει πραγματικές ή μιγαδικές ρίζες   xi. τίποτα από τα παραπάνω

2. (1.5 μονάδες) Έστω  $\mathbb{A}_{\mathbb{Q}}$ : το σύνολο των αλγεβρικών αριθμών και  $\mathbb{T}$ : το σύνολο των υπερβατικών αριθμών. Ποιά από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστή;

i.  $0.333... \in \mathbb{Q}, \sqrt{2} \in \mathbb{A}_{\mathbb{Q}}, \pi \in \mathbb{A}_{\mathbb{Q}}, e \in \mathbb{T}$    ii.  $0.333... \in \mathbb{T}, \sqrt{2} \in \mathbb{A}_{\mathbb{Q}}, \pi \in \mathbb{T}, e \in \mathbb{T}$

iii.  $0.333... \in \mathbb{Q}, \sqrt{2} \in \mathbb{T}, \pi \in \mathbb{T}, e \in \mathbb{T}$    iv.  $0.333... \in \mathbb{Q}, \sqrt{2} \in \mathbb{Q}, \pi \in \mathbb{T}, e \in \mathbb{T}$

v.  $0.333... \in \mathbb{Q}, \sqrt{2} \in \mathbb{A}_{\mathbb{Q}}, \pi \in \mathbb{Q}, e \in \mathbb{T}$    vi.  $0.333... \in \mathbb{Q}, \sqrt{2} \in \mathbb{A}_{\mathbb{Q}}, \pi \in \mathbb{T}, e \in \mathbb{T}$

vii.  $0.333... \in \mathbb{Q}, \sqrt{2} \in \mathbb{A}_{\mathbb{Q}}, \pi \in \mathbb{T}, e \in \mathbb{A}_{\mathbb{Q}}$    viii.  $0.333... \in \mathbb{Q}, \sqrt{2} \in \mathbb{A}_{\mathbb{Q}}, \pi \in \mathbb{A}_{\mathbb{Q}}, e \in \mathbb{A}_{\mathbb{Q}}$

ix.  $0.333... \in \mathbb{Q}, \sqrt{2} \in \mathbb{A}_{\mathbb{Q}}, \pi \in \mathbb{T}, e \in \mathbb{Q}$    x. τίποτα από τα παραπάνω

3. (1.5 μονάδες. **Αιτιολογήστε**) Υπολογίστε την παράγωγο της  $y = \alpha^x \ln(5x^2 + 2)$  όπου  $\alpha \in \mathbb{R}_+$ .

i.  $\frac{dy}{dx} = \alpha^x \ln(5x^2 + 2) + \frac{10\alpha^x x}{5x^2 + 2}$    ii.  $\frac{dy}{dx} = \alpha^x \ln(\alpha) \ln(5x^2 + 2) + \frac{5\alpha^x x^2}{5x^2 + 2}$

iii.  $\frac{dy}{dx} = \alpha^x \ln(\alpha) \ln(5x^2 + 2) + \frac{5\alpha^x x}{10x}$    iv.  $\frac{dy}{dx} = \alpha^x \ln(\alpha) \ln(5x^2 + 2) + \frac{10\alpha^x x}{5x^2 + 2}$

v.  $\frac{dy}{dx} = \alpha^x \ln(x) \ln(5x^2 + 2) + \frac{10\alpha^x x}{5x^2 + 2}$    vi.  $\frac{dy}{dx} = \alpha^x \ln(x) \ln(5x^2 + 2) + \frac{5\alpha^x x^2 + 2}{5x^2 + 2}$

vii. τίποτα από τα παραπάνω

4. (1.5 μονάδες) Η (σημειακή) ελαστικότητα ζήτησης υπολογίστηκε  $\epsilon_D = -0.55$ . Οπότε:

- i. Μία αύξηση στην τιμή του αγαθού κατά 3% θα μειώσει την ζητούμενη ποσότητα κατά 1.65€
- ii. Μία αύξηση στην τιμή του αγαθού κατά 3% θα μειώσει την ζητούμενη ποσότητα κατά 1.65%
- iii. Μία αύξηση στην τιμή του αγαθού κατά 3% θα μειώσει την ζητούμενη ποσότητα κατά 16.5€
- iv. Μία αύξηση στην τιμή του αγαθού κατά 3% θα μειώσει την ζητούμενη ποσότητα κατά 16.5%
- v. Μία αύξηση στην τιμή του αγαθού κατά 3% θα μειώσει την ζητούμενη ποσότητα κατά 0.165€
- vi. Μία αύξηση στην τιμή του αγαθού κατά 3% θα μειώσει την ζητούμενη ποσότητα κατά 0.165%
- vii. Μία αύξηση στην τιμή του αγαθού κατά 1% θα μειώσει την ζητούμενη ποσότητα κατά 0.055€
- viii. Μία αύξηση στην τιμή του αγαθού κατά 1% θα μειώσει την ζητούμενη ποσότητα κατά 0.055%
- ix. Μία αύξηση στην τιμή του αγαθού κατά 1% θα μειώσει την ζητούμενη ποσότητα κατά 5.5€
- x. Μία αύξηση στην τιμή του αγαθού κατά 1% θα μειώσει την ζητούμενη ποσότητα κατά 5.5%
- xi. Μία αύξηση στην τιμή του αγαθού κατά 1% θα μειώσει την ζητούμενη ποσότητα κατά 55€
- xii. Μία αύξηση στην τιμή του αγαθού κατά 1% θα μειώσει την ζητούμενη ποσότητα κατά 55%
- xiii. τίποτα από τα παραπάνω

5. (1 μονάδες. **Αιτιολογήστε**) Υπολογίστε το ολοκλήρωμα  $\int_{-\infty}^{-1} \frac{e^{1/x}}{x^2} dx$ .

i.  $\int_{-\infty}^{-1} \frac{e^{1/x}}{x^2} dx = \dots = 1 - \frac{1}{e}$     ii.  $\int_{-\infty}^{-1} \frac{e^{1/x}}{x^2} dx = \dots = -1 - \frac{1}{e}$

iii.  $\int_{-\infty}^{-1} \frac{e^{1/x}}{x^2} dx = \dots = 1 + \frac{1}{e}$     iv.  $\int_{-\infty}^{-1} \frac{e^{1/x}}{x^2} dx = \dots = -1 + \frac{1}{e}$

v.  $\int_{-\infty}^{-1} \frac{e^{1/x}}{x^2} dx = \dots = -\infty$     vi.  $\int_{-\infty}^{-1} \frac{e^{1/x}}{x^2} dx = \dots = +\infty$

vii.  $\int_{-\infty}^{-1} \frac{e^{1/x}}{x^2} dx = \dots = +\infty - \infty$     viii.  $\int_{-\infty}^{-1} \frac{e^{1/x}}{x^2} dx = \dots = 0$

ix.  $\int_{-\infty}^{-1} \frac{e^{1/x}}{x^2} dx = \dots = e$     x. τίποτα από τα παραπάνω

6. (1 μονάδες. **Αιτιολογήστε**) Υπολογίστε το όριο  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (e^{3x} + 2x)^{\frac{5}{7x}}$

i.  $\dots = 1$     ii.  $\dots = -1$     iii.  $\dots = \sqrt{2}$     iv.  $\dots = -\sqrt{2}$     v.  $\dots = 0$

vi.  $\dots = +\infty$     vii.  $\dots = -\infty$     viii.  $\dots = -e$     ix.  $\dots = e$     x.  $\dots = e^{\frac{5}{7}}$

xi.  $\dots = e^{\frac{7}{5}}$     xii.  $\dots = e^{\frac{15}{7}}$     xiii.  $\dots = e^{\frac{3}{7}}$     xiv.  $\dots = e^{\frac{7}{3}}$     xv.  $\dots = e^{\frac{15}{7}}$

xvi.  $\dots = e^{\frac{15}{3}}$     xvii. τίποτα από τα παραπάνω

7. (1 μονάδες. **Αιτιολογήστε**) Υπολογίστε την προσέγγιση Taylor δεύτερης τάξης της συνάρτησης  $f(x) = \frac{1}{x^2}$  γύρω από το  $x_0 = 1$ .

i.  $f(x) \approx 7 + 10x - 4x^2$     ii.  $f(x) \approx -1 + 10x - 4x^2$     iii.  $f(x) \approx -7 + 10x - x^2$

iv.  $f(x) \approx -6 - 8x - 3x^2$     v.  $f(x) \approx 6 - 8x + 3x^3$     vi.  $f(x) \approx 6 - 8x + 3x^3 - 3x^5$

vii.  $f(x) \approx 7 + 10x - 4x^2 + x^3$     viii.  $f(x) \approx 6 + 8x + 3x^2$     ix.  $f(x) \approx 6 - 8x + 3x^2$

x. τίποτα από τα παραπάνω

8. (0.5 μονάδες. **Αιτιολογήστε**) Σε μία μονοπωλιακή αγορά, η συνάρτηση ζήτησης είναι γραμμική της μορφής  $Q = \alpha - \beta P$  με  $P, Q, \alpha, \beta > 0$ . Η μονοπωλιακή επιχείρηση έχει βραχυχρόνια συνάρτηση κόστους  $C(Q) = Q^2 + FC$  με  $FC > 0$ . Βρείτε το επίπεδο της παραγωγής που βελτιστοποιεί τα κέρδη της επιχείρησης  $\Pi(Q)$ .

- i. Σ.Π.Τ: ....  $Q^* = \frac{\alpha}{2(1-\beta)}$  και Σ.Δ.Τ: ....  $= -\frac{2(1+\beta)}{\beta} < 0$  άρα τα κέρδη ελαχιστοποιούνται
- ii. Σ.Π.Τ: ....  $Q^* = \frac{\alpha}{2(1+\beta)}$  και Σ.Δ.Τ: ....  $= 0$  άρα αδυναμία λήψης απόφασης
- iii. Σ.Π.Τ: ....  $Q^* = \frac{\alpha}{2(1+\beta)}$  και Σ.Δ.Τ: ....  $= -\frac{2(1+\beta)}{\beta} < 0$  άρα τα κέρδη μεγιστοποιούνται
- iv. Σ.Π.Τ: ....  $Q^* = \frac{\alpha}{2(1+\beta)}$  και Σ.Δ.Τ: ....  $= \frac{2(1+\beta)}{\beta} > 0$  άρα τα κέρδη ελαχιστοποιούνται
- v. Σ.Π.Τ: ....  $Q^* = \frac{\alpha}{2(1+\beta)}$  και Σ.Δ.Τ: ....  $= \frac{2(1+\beta)}{\beta} > 0$  άρα τα κέρδη μεγιστοποιούνται
- vi. Σ.Π.Τ: ....  $Q^* = P$  και Σ.Δ.Τ: ....  $= 0$  άρα αδυναμία λήψης απόφασης
- vii. Σ.Π.Τ: ....  $Q^* = P$  και Σ.Δ.Τ: ....  $= -\frac{2(1+\beta)}{\beta} < 0$  άρα τα κέρδη ελαχιστοποιούνται
- viii. Σ.Π.Τ: ....  $Q^* = P$  και Σ.Δ.Τ: ....  $= -\frac{2(1+\beta)}{\beta} < 0$  άρα τα κέρδη μεγιστοποιούνται
- ix. τίποτα από τα παραπάνω

9. (0.5 μονάδες. **Αιτιολογήστε**) Μία αγορά "χαρακτηρίζεται" από τις παρακάτω δύο συναρτήσεις:  $Q = -2 + P$  και  $Q = -1 + \frac{20}{P}$  με  $P \in \mathbb{R}_{++}$ ,  $Q \in \mathbb{R}_+$ . Υπολογίστε το πλεόνασμα του καταναλωτή στην τιμή ισορροπίας της αγοράς  $P^*$ . **Σημείωση:**  $\ln 2 = 0.69314718$ ,  $\ln 3 = 1.0986123$ ,  $\ln 4 = 1.3862944$ ,  $\ln 5 = 1.6094379$

- i.  $\Pi.K(P^*) = 12.72$     ii.  $\Pi.K(P^*) = 6.97$     iii.  $\Pi.K(P^*) = 5$     iv.  $\Pi.K(P^*) = 3$
- v.  $\Pi.K(P^*) = 17.18$     vi.  $\Pi.K(P^*) = 10.55$     vii.  $\Pi.K(P^*) = 0$
- viii.  $\Pi.K(P^*) = Q^*$     ix.  $\Pi.K(P^*) = P^*$     x. τίποτα από τα παραπάνω