

Μαθηματικά για Οικονομολόγους Ι. Διδάσκων: Ι. Βενέτης
Ομάδα Α2. 7 Φεβρουαρίου 2018, 11:30 - 13:30, τμήμα Α.

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:.....

ΑΜ:.....

1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
6.	
7.	
8.	
9.	
10.	

1. (0.5 μονάδες. **Αιτιολογήστε**) Βρείτε τις ρίζες x_1, x_2 της εξίσωσης $x^2 + \frac{x}{2} + 1 = 0$
- i. $x_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm \frac{i\sqrt{15}}{4}$ ii. $x_{1,2} = \frac{1}{3} \pm \frac{i\sqrt{15}}{4}$ iii. $x_{1,2} = -\frac{1}{4} \pm \frac{\sqrt{15}}{4}$ iv. $x_{1,2} = \frac{1}{4} \pm \frac{\sqrt{15}}{4}$
- v. $x_{1,2} = -\frac{1}{4} \pm \frac{i\sqrt{5}}{3}$ vi. $x_{1,2} = -\frac{1}{3} \pm \frac{i\sqrt{15}}{4}$ vii. $x_{1,2} = -\frac{1}{4} \pm \frac{i\sqrt{15}}{2}$ **viii.** $x_{1,2} = -\frac{1}{4} \pm \frac{i\sqrt{15}}{4}$
- ix. $x_{1,2} = -\frac{1}{3} \pm \frac{\sqrt{15}}{4}$ x. $x_{1,2} = \frac{1}{3} \pm \frac{\sqrt{15}}{4}$ xi. δεν έχει πραγματικές ή μιγαδικές ρίζες
- xii. τίποτα από τα παραπάνω

2. (0.5 μονάδες) Έστω $\mathbb{A}_{\mathbb{Q}}$: το σύνολο των αλγεβρικών αριθμών και \mathbb{T} : το σύνολο των υπερβατικών αριθμών. Ποιά από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστή;

- i. $\frac{5}{3} \in \mathbb{Q}, \sqrt{2} \in \mathbb{A}_{\mathbb{Q}}, \pi \in \mathbb{Q}, e \in \mathbb{T}$ ii. $\frac{5}{3} \in \mathbb{Q}, \sqrt{2} \in \mathbb{A}_{\mathbb{Q}}, \pi \in \mathbb{T}, e \in \mathbb{Q}$
- iii. $\frac{5}{3} \in \mathbb{T}, \sqrt{2} \in \mathbb{A}_{\mathbb{Q}}, \pi \in \mathbb{T}, e \in \mathbb{T}$ **iv.** $\frac{5}{3} \in \mathbb{Q}, \sqrt{2} \in \mathbb{A}_{\mathbb{Q}}, \pi \in \mathbb{T}, e \in \mathbb{T}$
- v. $\frac{5}{3} \in \mathbb{Q}, \sqrt{2} \in \mathbb{A}_{\mathbb{Q}}, \pi \in \mathbb{A}_{\mathbb{Q}}, e \in \mathbb{A}_{\mathbb{Q}}$ vi. $\frac{5}{3} \in \mathbb{Q}, \sqrt{2} \in \mathbb{Q}, \pi \in \mathbb{T}, e \in \mathbb{T}$
- vii. $\frac{5}{3} \in \mathbb{Q}, \sqrt{2} \in \mathbb{T}, \pi \in \mathbb{T}, e \in \mathbb{T}$ viii. $\frac{5}{3} \in \mathbb{Q}, \sqrt{2} \in \mathbb{A}_{\mathbb{Q}}, \pi \in \mathbb{A}_{\mathbb{Q}}, e \in \mathbb{T}$
- ix. $\frac{5}{3} \in \mathbb{Q}, \sqrt{2} \in \mathbb{A}_{\mathbb{Q}}, \pi \in \mathbb{T}, e \in \mathbb{A}_{\mathbb{Q}}$ x. τίποτα από τα παραπάνω

3. (1.5 μονάδες. **Αιτιολογήστε**) Υπολογίστε την παράγωγο της $\frac{\ln(x^2 + 5)}{6xe^{x+1}}$.

- i. $\frac{e^{x+1}(2x^2 - (x^2 + 5)\ln(x^2 + 5)(6 - 6x))}{36x^2e^{2x+2}(x^2 + 5)}$ **ii.** $\frac{e^{x+1}(12x^2 - (x^2 + 5)\ln(x^2 + 5)(6 + 6x))}{36x^2e^{2x+2}(x^2 + 5)}$
- iii. $\frac{e^{x+1}(12x^2 - (x^2 + 5)\ln(x^2 + 5)(6 + 6x))}{36x^2e^{2x+2}}$ iv. $\frac{e^{2x+2}(12x^2 - (x^2 + 5)\ln(x^2 + 5)(6 + 6x))}{36x^2e^{2x+2}(x^2 + 5)}$
- v. $\frac{e^{2x+2}(12x^2 - (x^2 + 5)\ln(x^2 + 5)(6 + 6x))}{36x^2e^{x+1}(x^2 + 5)}$ vi. $\frac{e^{x+1}(12x^2 - (x^2 + 5)\ln(x^2 + 5)(6 + 6x))}{36x^2e^{2x+1}(x^2 + 5)}$
- vii. $\frac{e^{x+1}(6x^2 + (x^2 + 5)\ln(x^2 + 5)(6 + 6x))}{36x^2e^{2x+2}(x^2 + 5)}$ viii. τίποτα από τα παραπάνω

4. (1 μονάδες) Η (σημειακή) ελαστικότητα ζήτησης υπολογίστηκε $\epsilon_D = -1.15$. Οπότε:

- i. Μία αύξηση στην τιμή του αγαθού κατά 5% θα αυξήσει την ζητούμενη ποσότητα κατά 57.5%
- ii. Μία μείωση στην τιμή του αγαθού κατά 5% θα μειώσει την ζητούμενη ποσότητα κατά 57.5%
- iii. Μία αύξηση στην τιμή του αγαθού κατά 5% θα αυξήσει την ζητούμενη ποσότητα κατά 5.75%
- iv. Μία αύξηση στην τιμή του αγαθού κατά 5% θα αυξήσει την ζητούμενη ποσότητα κατά 0.575%
- v. Μία μείωση στην τιμή του αγαθού κατά 5% θα μειώσει την ζητούμενη ποσότητα κατά 0.575%
- vi. Μία αύξηση στην τιμή του αγαθού κατά 5% θα μειώσει την ζητούμενη ποσότητα κατά 5.75%
- vii. Μία μείωση στην τιμή του αγαθού κατά 5% θα μειώσει την ζητούμενη ποσότητα κατά 5.75%
- viii. Μία αύξηση στην τιμή του αγαθού κατά 5% θα μειώσει την ζητούμενη ποσότητα κατά 57.5%
- ix. Μία αύξηση στην τιμή του αγαθού κατά 5% θα μειώσει την ζητούμενη ποσότητα κατά 0.575%
- x. Μία αύξηση στην τιμή του αγαθού κατά 1€ θα μειώσει την ζητούμενη ποσότητα κατά 1.15€
- xi. Μία αύξηση στην τιμή του αγαθού κατά 1% θα αυξήσει την ζητούμενη ποσότητα κατά 1.15€
- xii. Μία αύξηση στην τιμή του αγαθού κατά 1€ θα αυξήσει την ζητούμενη ποσότητα κατά 1.15€
- xiii. Μία μείωση στην τιμή του αγαθού κατά 1€ θα μειώσει την ζητούμενη ποσότητα κατά 1.15€
- xiv. Μία αύξηση στην τιμή του αγαθού κατά 1% θα μειώσει την ζητούμενη ποσότητα κατά 1.15€
- xv. Μία μείωση στην τιμή του αγαθού κατά 1% θα μειώσει την ζητούμενη ποσότητα κατά 1.15€
- xvi. τίποτα από τα παραπάνω

5. (1.5 μονάδες. **Αιτιολογήστε**) Υπολογίστε το αόριστο ολοκλήρωμα $\int \frac{x}{(x+1)(2x+1)} dx$.

i. $\ln|x+1| + \ln|2x+1| + c$ ii. $\ln|x+1| - 2\ln|2x+1| + c$

iii. $\ln|x+1| - \frac{1}{2}\ln|2x+1| + c$ iv. $\ln|x+1| + 2\ln|2x+1| + c$

v. $2\ln|x+1| + \frac{1}{2}\ln|2x+1| + c$ vi. $\ln|x+1| - \ln|2x+1| + c$

vii. $2\ln|x+1| - \frac{1}{2}\ln|2x+1| + c$ viii. $\ln|x+1| + \frac{1}{2}\ln|2x+1| + c$

ix. τίποτα από τα παραπάνω

6. (1 μονάδες. **Αιτιολογήστε**) Υπολογίστε την σημειακή ελαστικότητα ζήτησης ε_D όταν η συνάρτηση ζήτησης δίνεται από $Q = \frac{3M}{2P}$ (όπου $M > 0$ συμβολίζει διαθέσιμο εισόδημα), και η τιμή είναι ίση με $P = \frac{2}{3}$

i. $\varepsilon_D = 1$ ii. $\varepsilon_D = \frac{3M}{2}$ iii. $\varepsilon_D = \frac{3}{2P}$ iv. $\varepsilon_D = -\frac{3M}{2}$ v. $\varepsilon_D = -\frac{3}{2P}$

vi. $\varepsilon_D = 0$ vii. $\varepsilon_D = \frac{3}{2}$ viii. $\varepsilon_D = -\frac{2}{3}$ ix. $\varepsilon_D = -P$ x. $\varepsilon_D = -M$

xi. $\varepsilon_D = \frac{2}{3}$ xii. $\varepsilon_D = -\frac{3}{2}$ xiii. $\varepsilon_D = -1$ xiv. $\varepsilon_D = P$ xv. $\varepsilon_D = M$

xvi. τίποτα από τα παραπάνω

7. (1 μονάδες. **Αιτιολογήστε**) Υπολογίστε το όριο $\lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{2}{x-1}}$

i. $\dots = -e^2$ ii. $\dots = -\infty$ iii. $\dots = \pm\infty$ iv. $\dots = 4$ v. $\dots = e$

vi. $\dots = -e$ vii. $\dots = -1$ viii. $\dots = 0$ ix. $\dots = +\infty$ x. $\dots = 2$

xi. $\dots = -2$ xii. $\dots = 1$ xiii. $\dots = -4$ xiv. $\dots = \sqrt{2}$ xv. $\dots = e^2$

xvi. $\dots = -\sqrt{2}$ xvii. τίποτα από τα παραπάνω

8. (1 μονάδες. **Αιτιολογήστε**) Υπολογίστε την προσέγγιση Taylor δεύτερης τάξης της $f(x) = \frac{1}{1-2x}$ γύρω από το $x_0 = 1$.

i. $f(x) \approx -1 + 10x - 4x^2$ ii. $f(x) \approx -7 + x - 4x^2$ iii. $f(x) \approx -7 + 10x - x^2$

iv. $f(x) \approx 1 + 10x - 4x^2$ v. $f(x) \approx 7 + 10x - 4x^2$ vi. $f(x) \approx -1 + 10x - 4x^2$

vii. $f(x) \approx -7 + 10x - 4x^2$ viii. $f(x) \approx -1 + 10x + 4x^2$ ix. τίποτα από τα παραπάνω

9. (1 μονάδες. **Αιτιολογήστε**) Σε μία μονοπωλιακή αγορά, η συνάρτηση ζήτησης είναι γραμμική της μορφής $Q = \alpha - \beta P$ με $P, Q, \alpha, \beta > 0$. Η μονοπωλιακή επιχείρηση έχει βραχυχρόνια συνάρτηση κόστους $C(Q) = \gamma Q^2 + FC$ με $\gamma, FC > 0$. Βρείτε το επίπεδο της παραγωγής που βελτιστοποιεί τα κέρδη της επιχείρησης $\Pi(Q)$.

i. Σ.Π.Τ: ... $Q^* = \frac{\alpha}{2(1+\gamma\beta)}$ και Σ.Δ.Τ: ... $= -\frac{2(1+\gamma\beta)}{\beta} < 0$ άρα τα κέρδη μεγιστοποιούνται

ii. Σ.Π.Τ: ... $Q^* = \frac{\alpha}{2(1+\gamma\beta)}$ και Σ.Δ.Τ: ... $= \frac{2(1+\gamma\beta)}{\beta} > 0$ άρα τα κέρδη μεγιστοποιούνται

iii. Σ.Π.Τ: ... $Q^* = \frac{\alpha}{2(1+\gamma\beta)}$ και Σ.Δ.Τ: ... $= \frac{2(1+\gamma\beta)}{\beta} > 0$ άρα τα κέρδη ελαχιστοποιούνται

iv. Σ.Π.Τ: ... $Q^* = -P$ και Σ.Δ.Τ: ... $= 2\gamma > 0$ άρα τα κέρδη μεγιστοποιούνται

v. Σ.Π.Τ: ... $Q^* = \frac{\alpha}{2(1+\gamma\beta)}$ και Σ.Δ.Τ: ... $= -\frac{2(1+\gamma\beta)}{\beta} < 0$ άρα τα κέρδη ελαχιστοποιούνται

vi. Σ.Π.Τ: ... $Q^* = -P$ και Σ.Δ.Τ: ... $= 2\gamma > 0$ άρα τα κέρδη ελαχιστοποιούνται

vii. τίποτα από τα παραπάνω

10. (1 μονάδες. **Αιτιολογήστε**) Υπολογίστε το πλεόνασμα του παραγωγού στην τιμή ισορροπίας $P^* = \frac{1}{2}$ σε μία αγορά που "χαρακτηρίζεται" από τις συναρτήσεις $Q = e^{2P}$ και $Q = \frac{e}{P}$.

i. $\Pi(P^*) = -\frac{1}{2}(e-1)$ ii. $\Pi(P^*) = -(e-1)$ iii. $\Pi(P^*) = -\frac{1}{2}$

iv. $\Pi(P^*) = e$ v. $\Pi(P^*) = \frac{1}{2}(e-1)$ vi. $\Pi(P^*) = e^2$

vii. $\Pi(P^*) = (e-1)$ viii. $\Pi(P^*) = \frac{1}{2}$ ix. $\Pi(P^*) = \ln\left(\frac{1}{2}\right)$

x. τίποτα από τα παραπάνω