Μαθηματικά για Οικονομολόγους Ι. Διδάσκων: Ι. Βενέτης
Ομάδα Α1. Φεβρουάριος 2017.

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:..

ΑΜ:..

1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
6.	
7.	
8.	
9.	
10.	

1. (1 μονάδες) Βρείτε τις ρίζες x_1, x_2 της εξίσωσης $x^2 + x + 4 = 0$

   i. $\pm\frac{1}{2}, \pm i\sqrt{15}$
   ii. $\pm\sqrt{-15}$
   iii. $\pm\frac{1}{2}$
   iv. $\pm\frac{1}{2}, \pm\sqrt{15}$
   v. $\frac{-2\pm i\sqrt{15}}{2}$
   vi. $\frac{-2\pm i\sqrt{15}}{2i}$
   vii. $\frac{-1\pm i\sqrt{15}}{2}$
   viii. $\frac{-1\pm\sqrt{15}}{2}$
   ix. $\frac{-2\pm i\sqrt{15}}{4}$
   x. τίποτα από τα παραπάνω

2. (1 μονάδες) Υποθέστε ότι $A = \{a, b, c\}$ και $B = \{u, v\}$. Υπολογίστε το $B \times A$

   i. $B \times A = \{(a, u), (a, v), (b, u), (b, v), (c, u), (c, v)\}$
   ii. $B \times A = \{(a, u), (a, v), (b, u), (b, v), (c, u)\}$
   iii. $B \times A = \{(u, b), (u, a), (u, c), (v, b), (v, a), (v, c)\}$
   iv. $B \times A = \{(u, a), (u, b), (u, u), (v, a), (v, b), (v, c)\}$
   v. $B \times A = \{(u, a), (u, b), (u, c), (v, a), (v, b), (v, c), (a, a), (b, b), (c, c)\}$
   vi. $B \times A = \{(u, a), (u, b), (u, c), (v, a), (v, b), (v, c), (u, u), (v, v)\}$
   vii. $B \times A = \{(u, a), (u, b), (u, c), (v, a), (v, v), (v, c)\}$
   viii. $B \times A = \{(u, a), (u, b), (v, a), (v, b), (v, c)\}$
   ix. $B \times A = \{(u, a), (u, b), (u, c), (v, a), (v, b), (v, c)\}$
   x. $B \times A = \{(u, a), (u, b), (u, c), (v, a), (v, b), (v, c), (a, a), (b, b), (c, c), (u, u), (v, v)\}$
   xi. τίποτα από τα παραπάνω

3. (1 μονάδες) Έστω ότι $A = \{0, 1, 2, 6\}$ και $B = \{0, 2, 7\}$. Υπολογίστε την συμμετρική διαφορά $A \bigtriangleup B$

   i. $A \bigtriangleup B = \{1, 1\}$
   ii. $A \bigtriangleup B = \{1, 6, 7\}$
   iii. $A \bigtriangleup B = \{0, 1, 2, 6, 7\}$
   iv. $A \bigtriangleup B = \{6, 7\}$
   v. $A \bigtriangleup B = \{2, 6, 7\}$
   vi. $A \bigtriangleup B = \{0, 6, 7\}$
   vii. $A \bigtriangleup B = \{0, 2\}$
   viii. $A \bigtriangleup B = \{0, 1, 2, 6, 7, \varnothing\}$
   ix. τίποτα από τα παραπάνω

4. (1 μονάδες) Η ελαστικότητα ζήτησης υπολογίστηκε $\epsilon_D = -0.25$. Οπότε:

   i. Μία αύξηση στην τιμή του αγαθού κατά 1% θα μειώσει την ζητούμενη ποσότητα κατά 1.25%
   ii. Μία αύξηση στην τιμή του αγαθού κατά 1% θα μειώσει την ζητούμενη ποσότητα κατά 2.5%
   iii. Μία αύξηση στην τιμή του αγαθού κατά 1% θα μειώσει την ζητούμενη ποσότητα κατά 25%
   iv. Μία αύξηση στην τιμή του αγαθού κατά 5% θα αυξήσει την ζητούμενη ποσότητα κατά 1.25%
   v. Μία αύξηση στην τιμή του αγαθού κατά 5% θα μειώσει την ζητούμενη ποσότητα κατά 1.25%
   vi. Μία αύξηση στην ζητούμενη ποσότητα κατά 1 μονάδα θα μειώσει την τιμή του αγαθού κατά 125%
   vii. Μία μείωση στην τιμή του αγαθού κατά 10% θα αυξήσει την ζητούμενη ποσότητα κατά 0.25%
   viii. Μία αύξηση στην τιμή του αγαθού κατά 1 μονάδα θα μειώσει την ζητούμενη ποσότητα κατά 1.25 μονάδες
   ix. τίποτα από τα παραπάνω

5. (1 μονάδες) Υπολογίστε την ελαστικότητα ζήτησης ε_D όταν $Q^D = AP^{-\beta}$ με $A, \beta > 0$ και $P = 10$

   i. $-\beta$ ii. -1 iii. -10 iv. -10β v. 1 vi. 0 vii. $e^{-\beta}$ viii. $-A\beta$ ix. $-\beta AP^{-\beta}$ x. e xi. $-\beta AP^{-(\beta-1)}$ xii. τίποτα από τα παραπάνω

6. (1 μονάδες) Υπολογίστε το όριο $\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x-1}\right)$.

   i. $\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x-1}\right) = ... = +\infty$
   ii. $\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x-1}\right) = ... = 0$
   iii. $\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x-1}\right) = ... = 1$
   iv. $\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x-1}\right) = ... = -\infty$
   v. $\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x-1}\right) = ... = -1$
   vi. $\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x-1}\right) = ... = \frac{1}{2}$
   vii. $\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x-1}\right) = ... = e$
   viii. $\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x-1}\right) = ... = -\frac{1}{2}$
   ix. $\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x-1}\right) = ... = -e$
   x. τίποτα από τα παραπάνω

7. (1 μονάδες) Υπολογίστε την προσέγγιση Taylor τέταρτης τάξης της συνάρτησης $f(x) = \frac{1}{1-x}$ στο σημείο $x_0 = 0$

   i. $f(x) \approx 1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5$
   ii. $f(x) \approx 1 + \frac{x}{2} + \frac{x^2}{4} + \frac{x^3}{6} + \frac{x^4}{8} + \frac{x^5}{10}$
   iii. $f(x) \approx 1 - x + x^2 - x^3 + x^4$
   iv. $f(x) \approx 1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - x^5$
   v. $f(x) \approx 1 - x - x^2 - x^3 - x^4$
   vi. $f(x) \approx 1 - x - x^2 - x^3 - x^4 - x^5$
   vii. $f(x) \approx 1 - \frac{x}{2} + \frac{x^2}{4} - \frac{x^3}{6} + \frac{x^4}{8} - \frac{x^5}{10}$
   viii. $f(x) \approx 1 + x + x^2 + x^3 + x^4$
   ix. $f(x) \approx 1 - \frac{x}{2} - \frac{x^2}{4} - \frac{x^3}{6} - \frac{x^4}{8} - \frac{x^5}{10}$
   x. τίποτα από τα παραπάνω

8. (1 μονάδες) Έστω ότι η συνάρτηση ζήτησης για μία μεταποιητική επιχείρηση εκτιμήθηκε ότι είναι γραμμική της μορφής $P = 1000 - \frac{Q}{80}$. Βρείτε το επίπεδο παραγωγής (και ακολούθως την τιμή) που μεγιστοποιεί τα έσοδα $TR(Q)$.

   i. Σ.Π.Τ: $TR'(Q) = 0 \Rightarrow ...Q^* = 40,000$ και Σ.Δ.Τ: $TR''(Q^*) = \frac{1}{80} > 0$ άρα τα έσοδα ελαχιστοποιούνται ενώ $P = 500$
   ii. Σ.Π.Τ: $TR'(Q) = 0 \Rightarrow ...Q^* = 4,000$ και Σ.Δ.Τ: $TR''(Q^*) = \frac{1}{80} > 0$ άρα τα έσοδα μεγιστοποιούνται ενώ $P = 500$
   iii. Σ.Π.Τ: $TR'(Q) = 0 \Rightarrow ...Q^* = 40,000$ **και Σ.Δ.Τ:** $TR''(Q^*) = -\frac{1}{40} < 0$ **άρα τα έσοδα μεγιστοποιούνται ενώ** $P = 500$
   iv. Σ.Π.Τ: $TR'(Q) = 0 \Rightarrow ...Q^* = 40000$ και Σ.Δ.Τ: $TR''(Q^*) = \frac{1}{40} > 0$ άρα τα έσοδα μεγιστοποιούνται ενώ $P = 800$
   v. Σ.Π.Τ: $TR'(Q) = 0 \Rightarrow ...Q^* = 4,000$ και Σ.Δ.Τ: $TR''(Q^*) = \frac{1}{40} > 0$ άρα τα έσοδα ελαχιστοποιούνται ενώ $P = 800$
   vi. Σ.Π.Τ: $TR'(Q) = 0 \Rightarrow ...Q^* = 40,000$ και Σ.Δ.Τ: $TR''(Q^*) = -\frac{1}{40} < 0$ άρα τα έσοδα ελαχιστοποιούνται ενώ $P = 500$
   vii. Σ.Π.Τ: $TR'(Q) = 0 \Rightarrow ...Q^* = 4,000$ και Σ.Δ.Τ: $TR''(Q^*) = -\frac{1}{40} < 0$ άρα τα έσοδα ελαχιστοποιούνται ενώ $P = 800$
   viii. Σ.Π.Τ: $TR'(Q) = 0 \Rightarrow ...Q^* = 40,000$ και Σ.Δ.Τ: $TR''(Q^*) = \frac{1}{40} > 0$ άρα τα έσοδα μεγιστοποιούνται ενώ $P = 500$
   ix. Σ.Π.Τ: $TR'(Q) = 0 \Rightarrow ...Q^* = 40,000$ και Σ.Δ.Τ:Τ $TR''(Q^*) = -\frac{1}{80} < 0$ άρα τα έσοδα ελαχιστοποιούνται ενώ $P = 500$
   x. Σ.Π.Τ: $TR'(Q) = 0 \Rightarrow ...Q^* = 40,000$ και Σ.Δ.Τ: $TR''(Q^*) = -\frac{1}{80} < 0$ άρα τα έσοδα μεγιστοποιούνται ενώ $P = 500$
   xi. Σ.Π.Τ: $TR'(Q) = 0 \Rightarrow ...Q^* = 40,000$ και Σ.Δ.Τ: $TR''(Q^*) = -\frac{1}{40} < 0$ άρα τα έσοδα μεγιστοποιούνται ενώ $P = 800$
   xii. Σ.Π.Τ: $TR'(Q) = 0 \Rightarrow ...Q^* = 40,000$ και Σ.Δ.Τ: $TR''(Q^*) = \frac{1}{40} > 0$ άρα τα έσοδα ελαχιστοποιούνται ενώ $P = 500$

9. (1 μονάδες) Μία επιχείρηση αντιμετωπίζει συνάρτηση παραγωγής $Q = A \cdot L^{\alpha}$, $A > 0$, $\alpha \in (0,1)$, τιμή πώλησης του προϊόντος που παράγει ίση με p ενώ το κόστος εργασίας είναι σταθερό και έστω ότι συμβολίζεται με w. Βρείτε τη ζήτηση εργασίας και υπολογίστε την ελαστικότητα της ζήτησης εργασίας ως προς το πραγματικό ωρομίσθιο (w/p)

   i. Από τη Σ.Π.Τ: $L^* = \left(\frac{w}{p}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \left(\frac{1}{\alpha A}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$ ενώ $\alpha \in (0,1)$ βεβαιώνει ότι η επιλογή L^* μεγιστοποιεί τη συνάρτηση κέρδους. Η ζητούμενη ελαστικότητα είναι ίση με $\epsilon_{L^*,\frac{w}{p}} = \frac{1}{1-\alpha} > 0$
   ii. Από τη Σ.Π.Τ: $L^* = \left(\frac{w}{p}\right)^{1-a} (\alpha A)^{\frac{1}{1-\alpha}}$ ενώ $\alpha \in (0,1)$ βεβαιώνει ότι η επιλογή L^* μεγιστοποιεί τη συνάρτηση κέρδους. Η ζητούμενη ελαστικότητα είναι ίση με $\epsilon_{L^*,\frac{w}{p}} = 1 - a > 0$
   iii. Από τη Σ.Π.Τ: $L^* = \left(\frac{w}{p}\right)^{a-1} (\alpha A)^{\frac{1}{1-\alpha}}$ ενώ $\alpha \in (0,1)$ βεβαιώνει ότι η επιλογή L^* μεγιστοποιεί τη συνάρτηση κέρδους. Η ζητούμενη ελαστικότητα είναι ίση με $\epsilon_{L^*,\frac{w}{p}} = (a-1)\,L^* < 0$
   iv. Από τη Σ.Π.Τ: $L^* = \left(\frac{w}{p}\right)^{-\frac{1}{1-\alpha}} (\alpha A)^{\frac{1}{1-\alpha}}$ **ενώ** $\alpha \in (0,1)$ **βεβαιώνει ότι η επιλογή** L^* **μεγιστοποιεί τη συνάρτηση κέρδους. Η ζητούμενη ελαστικότητα είναι ίση με** $\epsilon_{L^*,\frac{w}{p}} = -\frac{1}{1-\alpha} < 0$
   v. Από τη Σ.Π.Τ: $L^* = \left(\frac{w}{p}\right)^{A} (\alpha A)^{\frac{1}{1-\alpha}}$ ενώ $\alpha \in (0,1)$ βεβαιώνει ότι η επιλογή L^* μεγιστοποιεί τη συνάρτηση κέρδους. Η ζητούμενη ελαστικότητα είναι ίση με $\epsilon_{L^*,\frac{w}{p}} = -\frac{1}{1-\alpha}A < 0$
   vi. Από τη Σ.Π.Τ: $L^* = \left(\frac{w}{p}\right)^{p} (\alpha A)^{\frac{p}{1-\alpha}}$ ενώ $\alpha \in (0,1)$ βεβαιώνει ότι η επιλογή L^* μεγιστοποιεί τη συνάρτηση κέρδους. Η ζητούμενη ελαστικότητα είναι ίση με $\epsilon_{L^*,\frac{w}{p}} = -\frac{1}{1-\alpha}p < 0$
   vii. Από τη Σ.Π.Τ: $L^* = \left(\frac{w}{p}\right)^{-w} (\alpha A)^{w}$ ενώ $\alpha \in (0,1)$ βεβαιώνει ότι η επιλογή L^* μεγιστοποιεί τη συνάρτηση κέρδους. Η ζητούμενη ελαστικότητα είναι ίση με $\epsilon_{L^*,\frac{w}{p}} = -\frac{1}{1-\alpha}w < 0$
   viii. τίποτα από τα παραπάνω

10. (1 μονάδες) Υπολογίστε το πλεόνασμα του καταναλωτή και του παραγωγού για κάποια τιμή P_0 σε μία αγορά όπου $P \in [1,2]$. Σας δίνονται οι συναρτήσεις $Q = lnP$ και $Q = e^{-P}$.

   i. $\Pi.K\,(P_0) = -e^{-P_0} + e^{-2}$, $\Pi.\Pi\,(P_0) = P_0 \ln P_0 + P_0 + 1$
   ii. $\Pi.K\,(P_0) = P_0 \ln P_0 + P_0 + 1$, $\Pi.\Pi\,(P_0) = -e^{-P_0} + e^{-2}$
   iii. $\Pi.K\,(P_0) = -e^{-P_0} - e^{-2}$, $\Pi.\Pi\,(P_0) = -P_0 \ln P_0 - P_0 + 1$
   iv. $\Pi.K\,(P_0) = -P_0 \ln P_0 - P_0 + 1$, $\Pi.\Pi\,(P_0) = -e^{-P_0} - e^{-2}$
   v. $\Pi.K\,(P_0) = e^{-2}$, $\Pi.\Pi\,(P_0) = P_0$
   vi. $\Pi.K\,(P_0) = P_0$, $\Pi.\Pi\,(P_0) = e^{-2}$
   vii. $\Pi.K\,(P_0) = e^{-P_0} - e^{-2}$ **,** $\Pi.\Pi\,(P_0) = P_0 \ln P_0 - P_0 + 1$
   viii. $\Pi.K\,(P_0) = P_0 \ln P_0 - P_0 + 1$, $\Pi.\Pi\,(P_0) = e^{-P_0} - e^{-2}$
   ix. τίποτα από τα παραπάνω