

Σύνολο ασκήσεων 5.

1 Άσκηση

Χαρακτηρίστε ως προς την κοιλότητα/κυρτότητα τη συνάρτηση

$$f(x) = \sqrt{x}, f(x) : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$$

2 Άσκηση

Έστω ότι η εισροή της εργασίας είναι πάντα μη-αρνητική, $L \geq 0$, και η σταθερά $A > 0$ (εκφράζει συνολική παραγωγικότητα εισροών, total factor productivity, π.χ. επιχειρήσεις με διαφορετική τεχνολογική υποδομή, ceteris paribus διαφέρουν ως προς τη “σταθερά” A). Για ποιές τιμές της σταθεράς $a > 0$ είναι η συνάρτηση παραγωγής τύπου Cobb-Douglas (δυναμοσυνάρτηση)

$$Q(L) = AL^a$$

κοίλη (αυστηρώς κοίλη;) και για ποιές τιμές του a είναι κυρτή; (ή αυστηρώς κυρτή)

3 Άσκηση

Σε ποίο διάστημα $A_{\text{κοι}} \subset \mathbb{R}$ είναι η συνάρτηση

$$f(x) = x^3 - x^2$$

κοίλη και σε ποίο $A_{\text{κυ}} \subset \mathbb{R}$ κυρτή;

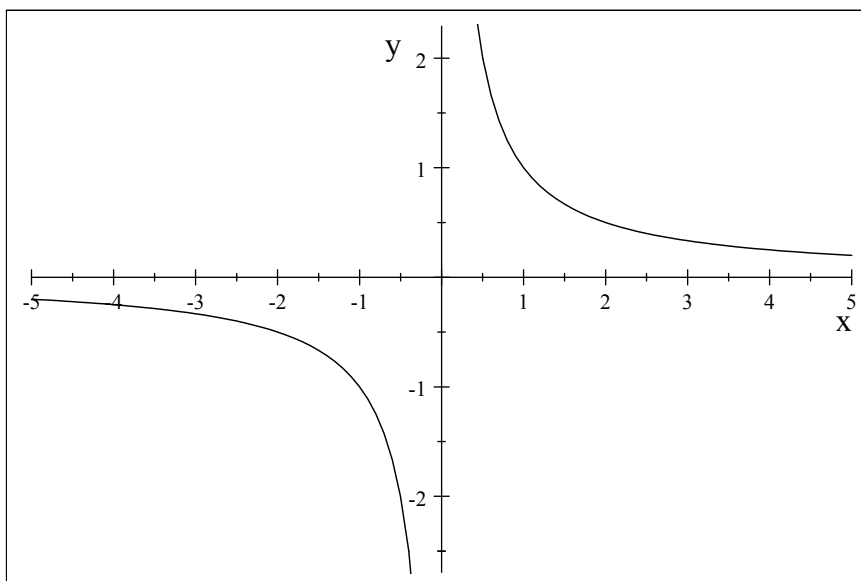
4 Άσκηση

Βρείτε τα τοπικά ακρότατα των συναρτήσεων $f(x) = x^4$ και $f(x) = x^6$.

Υπόδειξη: κριτήριο ν-οστής παραγώγου

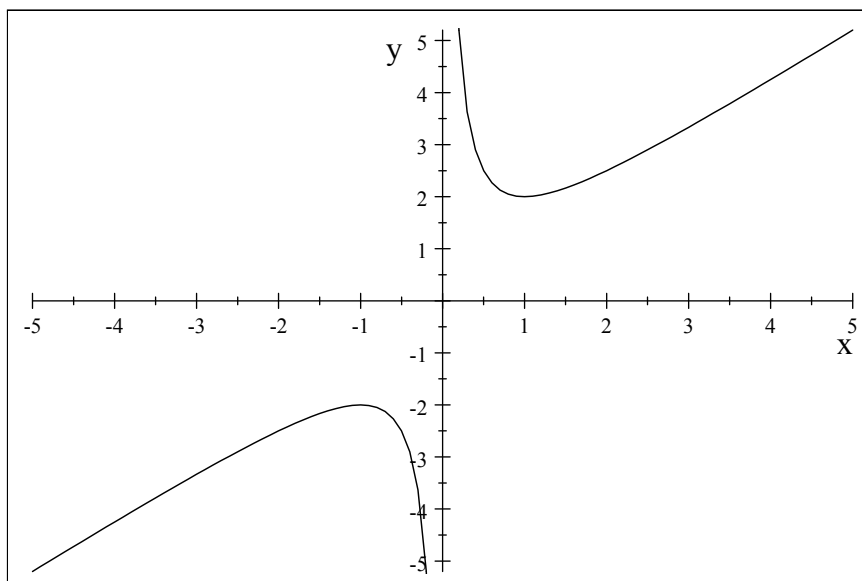
5 Άσκηση

Βρείτε τις ασύμπτωτες της $f(x) = \frac{1}{x} : x \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$



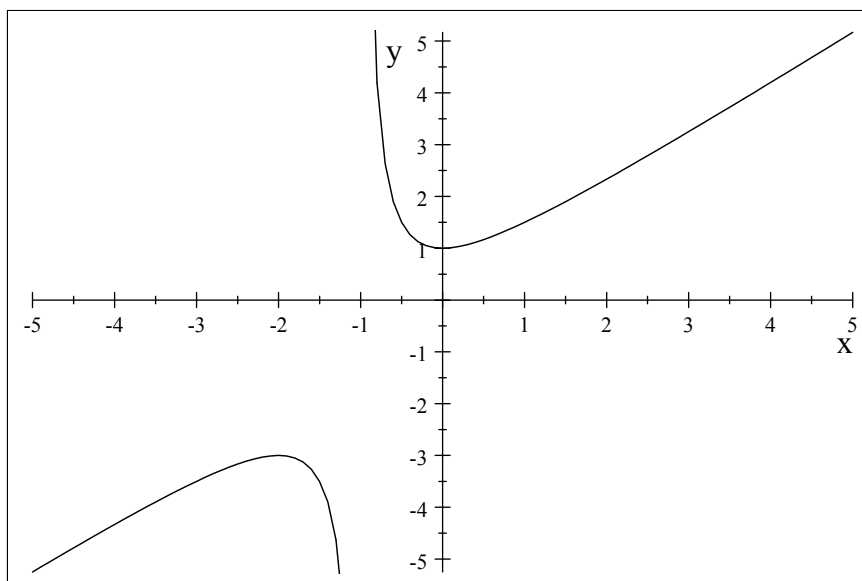
6 Άσκηση

Βρείτε τις ασύμπτωτες της $f(x) = x + \frac{1}{x} : x \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$



7 Άσκηση

Βρείτε τις ασύμπτωτες της $f(x) = \frac{x^2+x+1}{x+1} : x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}$



8 Άσκηση

1. Προβείτε σε βασική μελέτη της συνάρτησης

$$f(x) = \frac{6x}{x^4 + 2} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

δημιουργώντας τον κατάλληλο πίνακα (φθίνουσα/αύξουσα, τοπικά ακρότατα, σημεία καμπής)

2. Σχεδιάστε τη συνάρτηση στο Excel για $x \in [-5, 5]$ με βήμα 0.1