

Μαθηματικά για Οικονομολόγους Ι
1ο Σύνολο Ασκήσεων¹
Επανάληψη Βασικών Εννοιών και Ιδιοτήτων

Διδάσκων Εργαστηρίου: **Παρασκευή (Εύη) Σαλαμαλίκη**-Υποψήφια Διδάκτωρ,

Τμήμα Οικονομικών Επιστημών

Επιβλέπων-Υπεύθυνος Εργαστηρίου: **Ιωάννης Α. Βενέτης**, Επίκουρος Καθηγητής

¹Οι περισσότερες ασκήσεις του τρέχοντος σετ ασκήσεων έχουν αντληθεί από το βιβλίο του Αναστάσιου Ξεπαπαδέα, "Μαθηματικές Μέθοδοι στα Οικονομικά. Θεωρία και Εφαρμογές".

Άσκηση 1.

Να υπολογίσετε τις παρακάτω δυνάμεις (με ιδιότητες δυνάμεων ή ριζών!)

- $(27)^{2/3}$, Απ.: 9
- $(100)^{-5/2}$, Απ.: $\frac{1}{100.000}$
- $(16)^{7/4}$, Απ.: $2^7 (= 128)$

Άσκηση 2.

- Βρείτε τις σύνθετες συναρτήσεις $f \circ g$, $g \circ f$ των παρακάτω συναρτήσεων:

$f(x) = \frac{x-3}{x+1}$, $x \neq -1$ and $g(x) = \frac{1}{x}$, $x \neq 0$. Τι παρατηρείτε?

Απ: α) $(f \circ g)(x) = f[g(x)]$, (σύνθεση της g με την f), με πεδίο ορισμού $D_{f \circ g} = \{x \in D_g : g(x) \in D_f\}$

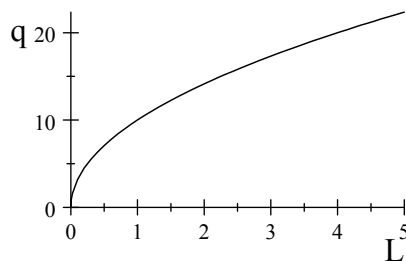
$$(f \circ g)(x) = f[g(x)] = \frac{\frac{1}{x}-3}{\frac{1}{x}+1} = \dots = \frac{1-3x}{1+x}$$

Επίσης: $(g \circ f)(x) = g[f(x)]$, (σύνθεση της f με την g), με πεδίο ορισμού $D_{g \circ f} = \{x \in D_f : f(x) \in D_g\}$

$$(g \circ f)(x) = g[f(x)] = \frac{1}{\frac{x-3}{x+1}} = \dots = \frac{x+1}{x-3}$$

Παρατηρούμε ότι $f \circ g \neq g \circ f$ (το σύνηθες!)

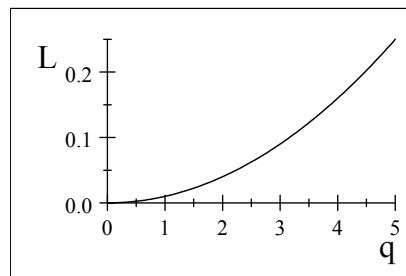
- Έστω $q = f(L) = 10\sqrt{L}$ αντιπροσωπεύει μια συνάρτηση παραγωγής, με $q, L \geq 0$



a) Βρείτε την αντίστροφη συνάρτηση της συνάρτησης παραγωγής και σχεδιάστε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης.

Απ: (εύκολη!!) Πάμε στην συναρτηση παραγωγής και λύνουμε ως προς την εργασία, L .

$$\text{Θα βρούμε: } L = \frac{q^2}{100}$$



Πριν: βλέπαμε τι επίπεδο προϊόντος παράγουμε με συγκεκριμένες μονάδες εργασίας. Τώρα: βλέπουμε πόσους εργαζόμενους χρειαζόμαστε για να παράξουμε συγκεκριμένη ποσότητα προϊόντος.

b) Ας υποθέσουμε ότι η βραχυχρόνια συνάρτηση κόστους παραγωγής q μονάδων προϊόντος είναι ίση με την αμοιβή της εργασίας, w , επί τις μονάδες εργασίας που χρησιμοποιήθηκαν για την παραγωγή q μονάδων προϊόντος, δηλαδή:
 $C(q) = w * L(q)$

Βρείτε τη σύνθετη συνάρτηση, $C[L(q)]$

$$\text{Απ: (εύκολη!!) } C[L(q)] = w * L(q) = \frac{wq^2}{100}$$

Άσκηση 3.

Να αποδείξετε ότι $\ln(x) + \ln(1/x) = 0$

Απ: χρησιμοποιούμε κανόνες λογαρίθμων

Άσκηση 4.

Να λυθεί η ακόλουθη εξίσωση: $\log_6(x + 5) + \log_6(x) = 2$

Απ: $x = 4$

Άσκηση 5.

Εάν $\log_5(x) = 8$, να βρείτε το $\log_5\left(\frac{\sqrt{x}}{25}\right)$

Απ: $\log_5\left(\frac{\sqrt{x}}{25}\right) = 2$

Άσκηση 6.

Να λύσετε την εξίσωση: $5^{x-1} = 3^x$

Απ: $x = \frac{\ln 5}{\ln 5 - \ln 3}$

Άσκηση 7.

Να απλοποιήσετε την παράσταση $e^{x-\ln(x)} + \ln(xe^x)$

Απ: χρησιμοποιούμε κανόνες λογαρίθμων.