



ΤΜΗΜΑ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

ΜΑΘΗΜΑ: ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΗ ΕΡΕΥΝΑ-ΘΕΜΑΤΑ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

ΘΕΜΑ 1 (Μονάδες 2)

Μια επιχείρηση κατασκευής tablet έχει εργοστάσια σε τρεις διαφορετικές χώρες Α,Β,Γ που παράγουν αντίστοιχα 200, 260 και 340 tablet την ημέρα. Η συγκεκριμένη επιχείρηση προμηθεύει άλλες τέσσερις χώρες Α,Β,С, D των οποίων οι ημερήσιες ανάγκες είναι 300, 240,160,100 κομμάτια αντίστοιχα ημερησίως. Το κόστος μεταφοράς για κάθε tablet δίνεται από τον παρακάτω πίνακα:

	A	B	C	D
A	4	6	8	12
B	2	5	7	4
Γ	6	9	13	8

Να υπολογίσετε μια βασική εφικτή λύση του παραπάνω προβλήματος χρησιμοποιώντας την μέθοδο Vogel.

ΘΕΜΑ 2 (Μονάδες 3.5)

Το εστιατόριο του πανεπιστημίου χρησιμοποιεί καθημερινά 900 κιλά φαγητού για τις διατροφικές ανάγκες των φοιτητών. Το φαγητό αυτό είναι ένα μείγμα από δύο βασικά συστατικά Α και Β ανά μερίδα με την εξής σύνθεση:

Πρώτες ύλες	Κιλό ανά ποσότητα φαγητού		Κόστος ανά κιλό
	Πρωτεΐνες	Λίπος	
Συστατικό Α	0.18	0.04	0.06
Συστατικό Β	0.35	0.03	0.45

Οι διατροφικές απαιτήσεις του συγκεκριμένου φαγητού είναι *τουλάχιστον 30% πρωτεΐνες και 5% λίπος*. Πως η διεύθυνση του πανεπιστημιακού εστιατορίου θα καθορίσει το καθημερινό μείγμα για τα συστατικά Α,Β με το ελάχιστο κόστος; Τι θα συμβεί εάν το κόστος ανά κιλό αυξηθεί κατά 10% και για τα δύο συστατικά;



ΘΕΜΑ 3 (Μονάδες 2.5)

Παρακάτω σας δίνετε το αποτέλεσμα λύσης ενός προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού όπως αυτό προκύπτει από το λογισμικό R. Εφόσον μελετήσετε τον πίνακα του αποτελέσματος, απαντήστε με σαφήνεια στα ζητήματα που ακολουθούν:

```
Objective function (Minimum): 21
Iterations in phase 1: 3
Iterations in phase 2: 2
Solution
  opt
1    0
2    2
3   19

Basic Variables
  opt
2    2
3   19
S 2    9

Constraints
  actual dir bvec free      dual dual.reg
1     23 >=  23    0 0.333333      27
2     19 >=  10    9 0.000000       9
3     40 >=  40    0 0.333333       6

All Variables (including slack variables)
  opt cvec      min.c      max.c      marg marg.reg
1     0     4 99.000000  77.000000 0.333333      2.7
2     2     1 -1.500000   2.000000      NA      NA
3    19     1 -1.500000   1.07692      NA      NA
S 1     0     0 -0.333333      Inf 0.333333     27.0
S 2     9     0 -0.500000   0.100000 0.000000      NA
S 3     0     0 -0.333333      Inf 0.333333      6.0
```

1. Διατυπώστε το μαθηματικό υπόδειγμα που αντιστοιχεί στο παραπάνω πρόβλημα δεδομένου ότι το διάνυσμα των συντελεστών της αντικειμενικής συνάρτησης είναι $c = [4 \ 1 \ 1]$ ενώ η μήτρα των

τεχνολογικών συντελεστών είναι $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 8 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ (μονάδες 0.5)

2. Θεωρείτε πως η εφικτή περιοχή του παραπάνω προβλήματος είναι ένα φραγμένο ή μη-φραγμένο σύνολο και γιατί; (Η απάντησή σας να μην ξεπερνά τις 3 γραμμές). (μονάδες 0.5)

3. Στο παραπάνω πρόβλημα έχουμε εισάγει περιθώριες ή πλεονασματικές μεταβλητές και γιατί; Ερμηνεύστε οικονομικά την σκιάδη τιμή του δεύτερου περιορισμού του παραπάνω προβλήματος και εξηγήστε τον λόγο για τον οποίο παρατηρείται μια τέτοια τιμή. (μονάδες 0.5)

4. Διατυπώστε το δυικό πρόβλημα του παραπάνω προβλήματος. (μονάδες 0.5)

5. Χωρίς να λύσετε αναλυτικά το δυικό πρόβλημα, πιστεύετε πως θα υπάρξει/ουν κάποια/ες δυικές μεταβλητές με μηδενική τιμή και γιατί; (μονάδες 0.5)



ΘΕΜΑ 4 (Μονάδες 3)

Δίνεται το παρακάτω βέλτιστο tableau.

<i>c</i>							
x_B	c_B	b	x_1	x_2	x_3	x_4	θ
x_1		2	1	0	$\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	
x_2		4	0	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	
z		3	0	0	$\frac{5}{3}$	$\frac{2}{3}$	

1. Να βρεθεί το αρχικό πρόβλημα εάν οι x_1, x_2 είναι οι αρχικές μας μεταβλητές.
2. Ποια είναι η λύση του αρχικού προβλήματος;
3. Ποιο το δυικό και ποια η λύση αυτού;



ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ 1

Το συνολικό κόστος μεταφοράς είναι 4880.

ΘΕΜΑ 2

Η λύση του θέματος δύο δίνεται ως εξής: $x = [0 \ 900 \ 45 \ 18]$ με τιμή αντικειμενικής συνάρτησης 405 χρηματικές μονάδες.

ΘΕΜΑ 3

1. Το πρόβλημα ελαχιστοποίησης είναι:

$$\min_{x_1, x_2, x_3} T = 4x_1 + x_2 + x_3$$

s.t.

$$3x_1 + 2x_2 + x_3 \geq 23$$

$$x_1 + x_3 \geq 10$$

$$8x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 40$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

2. Είναι μη-φραγμένο σύνολο εφόσον δεν υπάρχει κάποιος περιορισμός της μορφής “ \leq ” ώστε να «περιορίσει» την εφικτή περιοχή.
3. Έχουμε εισάγει πλεονασματικές μεταβλητές (βλέπε Εργαστήριο^{8ο}: Μέθοδος M). Παρατηρούμε πως η σκιά της τιμής του δεύτερου περιορισμού είναι μηδέν. Αυτό σημαίνει:
 - a. Ο περιορισμός έχει μη-μηδενική πλεονασματική μεταβλητή.
 - b. Οριακές μεταβολές της διαθέσιμης ποσότητας του συγκεκριμένου περιορισμού δεν μεταβάλλουν την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης.
4. Το δυικό πρόβλημα είναι το εξής:

$$\max_{w_1, w_2, w_3} R = 23w_1 + 10w_2 + 40w_3$$

s.t.

$$3w_1 + w_2 + 8w_3 \leq 4$$

$$2w_1 + w_3 \leq 1$$

$$w_1 + w_2 + 2w_3 \leq 1$$

$$w_1, w_2, w_3 \geq 0$$



5. Προφανώς θα υπάρχουν εφόσον η σκιώδης τιμή της δεύτερου περιορισμού του πρωτεύοντος είναι μηδέν όπως φαίνεται από τον πίνακα του προβλήματος (Εργαστήριο10^ο: Δυσκότητα).

ΘΕΜΑ 4

Το αρχικό tableau

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 2/3 & -1/3 \\ 4 & 0 & 1 & 1/3 & 1/3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 6 & -1 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$\max z = c_1x_1 + c_2x_2$$

$$s.t \quad x_1 + x_2 \leq 6$$

$$-x_1 + 2x_2 \leq 6$$

$$\text{Άρα} \quad x_1, x_2 \geq 0$$

Η λύση του Δυικού είναι το διάνυσμα $w = [1 \ 3]$.