

ΠΡΩΤΟ ΣΕΤ ΑΣΚΗΣΕΩΝ-ΓΡΑΦΙΚΗ ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ
ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ

ΑΣΚΗΣΗ 1

Ένας κτηματίας πρέπει να καθορίσει πόσα στρέμματα καλαμποκιού και σιταριού να φυτέψει αυτή τη χρονιά. Ένα στρέμμα σιταριού αποφέρει 25 τόνους σιταριού και απαιτεί 10 ώρες εργασία την εβδομάδα. Ένα στρέμμα καλαμποκιού αποφέρει 10 τόνους καλαμποκιού και απαιτεί 4 ώρες εργασίας την εβδομάδα. Όλο το σιτάρι μπορεί να πουληθεί στα 4 € ο τόνος και όλο το καλαμπόκι μπορεί να πουληθεί στα 3 € ο τόνος. Η μέγιστη έκταση που μπορεί να χρησιμοποιηθεί είναι 7 στρέμματα, ενώ μπορούν να διατεθούν 40 ώρες εργασίας την εβδομάδα. Οι κανονισμοί της κυβέρνησης απαιτούν την παραγωγή τουλάχιστον 30 τόνων καλαμποκιού για αυτή τη χρονιά. Να βρεθεί η καλύτερη λύση, ώστε ο κτηματίας να μεγιστοποιήσει τα έσοδα του. Τα σημεία (2,3), (4,3), (2,-1), (3,2) είναι στην περιοχή εφικτών λύσεων του προβλήματος;

ΑΣΚΗΣΗ 2

Μια εταιρία ανεύρεσης πολύτιμων μετάλλων, χρειάζεται να βρει τουλάχιστον 12 κιλά χρυσό και τουλάχιστον 18 κιλά ασήμι για να πληρώσει το μηνιαίο της ενοίκιο. Υπάρχουν δύο ορυχεία στα οποία η εταιρία μπορεί να βρει χρυσό και ασήμι. Κάθε μέρα που σκάβει η εταιρία στο ορυχείο 1, βρίσκει 2 κιλά χρυσού και δύο κιλά ασήμι. Κάθε μέρα που σκάβει η εταιρία στο ορυχείο 2, βρίσκει 1 κιλό χρυσού και τρία κιλά ασήμι. Δημιουργήστε ένα γραμμικό μοντέλο για να καλύψει η εταιρία τις ανάγκες τις, ξοδεύοντας όσο το δυνατόν λιγότερο χρόνο στα ορυχεία.

1. Λύστε γραφικά το πρόβλημα.
2. Αν οι μέρες εργασίας στο ορυχείο 2 πρέπει να είναι τουλάχιστον όσες στο ορυχείο 1, πως επηρεάζεται η λύση του προβλήματος;
3. Αν η εταιρία μπορεί να εργαστεί το πολύ 3 ημέρες στο ορυχείο 2 (στο αρχικό πρόβλημα (1)), πως επηρεάζονται οι επιλογές της εταιρίας, και πως στο πρόβλημα 3;

ΑΣΚΗΣΗ 3

Εταιρεία παραγωγής αλουμινίου διαθέτει στην αγορά τρεις διαφορετικές ποιότητες του προϊόντος Α, Β και Γ. Η παραγωγή τους γίνεται σε δύο εργοστάσια, καθένα εκ των οποίων έχει διαφορετική δυναμικότητα (τόνοι / ημέρα) και ημερήσιο λειτουργικό κόστος 6000 και 7000 χρηματικές μονάδες αντίστοιχα:

Εργοστάσιο		
Αλουμίνιο	1	2
A	6	2
B	2	2
Γ	4	10

1. Προσδιορίστε το πλήθος των ημερών που πρέπει να λειτουργήσουν τα δύο εργοστάσια σε τρόπο ώστε να εξασφαλίζεται η παράδοση τουλάχιστον 12 τόνων αλουμινίου τύπου Α, 8 τόνων τύπου Β και 5 τόνων τύπου Γ, με το μικρότερο συνολικό λειτουργικό κόστος.
2. Η λύση που βρέθηκε υπερκαλύπτει ή απλά καλύπτει την υπάρχουσα ζήτηση;

ΑΣΚΗΣΗ 4

Ένας πρωτοετής φοιτητής, πιστεύει ότι διασκέδαση και διάβασμα πρέπει να πηγαίνουν μαζί. Για το λόγο αυτό, προσπαθεί να κατανείμει ένα χρόνο 10 ωρών την ημέρα ανάμεσα τους. Αρχικά εκτίμησε ότι η διασκέδαση του προσφέρει δύο φορές περισσότερη χαρά από ότι το διάβασμα. Παρόλα αυτά επιθυμεί να διαβάζει τουλάχιστον όση ώρα διασκεδάσει. Στη συνέχεια βρήκε ότι για να κάνει όλη τη δουλειά που του αναθέτουν δεν μπορεί να διασκεδάσει περισσότερο από 4 ώρες την ημέρα. Πόσες ώρες την ημέρα πρέπει να διαβάζει και πόσες να διασκεδάσει ώστε να έχει τη μέγιστη δυνατή χαρά;

ΑΣΚΗΣΗ 5

Εταιρεία προμηθεύεται από δύο διαφορετικές πηγές ορυκτά, τα οποία στη συνέχεια επεξεργάζεται με σκοπό τη δημιουργία διαφόρων μεταλλευμάτων. Οι τρέχουσες ανάγκες της ανέρχονται σε 800 κιλά χαλκού, 600 κιλά ψευδάργυρου και 500 κιλά σιδήρου. Η ποσότητα που το καθένα μέταλλευμα υπάρχει ανά 100 κιλά ορυκτού μαζί με το κόστος αγοράς του δίνονται στον πιο κάτω πίνακα:

Ορυκτό (100 κιλά)	Χαλκός (κιλά)	Ψευδάργυρος (κιλά)	Σίδηρος (κιλά)	Απώλειες (κιλά)	Κόστος (χ.μ.)
A	20	20	20	40	100
B	40	25	10	25	140

1. Προσδιορίστε τις ποσότητες που πρέπει να αγοραστούν από το κάθε ορυκτό με τέτοιο τρόπο ώστε να ικανοποιούνται οι ανάγκες της εταιρείας με το μικρότερο δυνατό κόστος.
2. Υποθέστε επιπλέον ότι η συνολική απώλεια δεν πρέπει να ξεπερνά το 1000 κιλά. Ποιο είναι το νέο βέλτιστο σχέδιο αγοράς;

ΑΣΚΗΣΗ 6

Ένα εργοστάσιο παράγει δυο προϊόντα, τα προϊόντα 1 και 2. Η έρευνα αγοράς περιορίζει την παράγωγή του προϊόντος 1 στους 10 τόνους κάθε μήνα και του προϊόντος 2 στους 8 τόνους. Για την παράγωγή των προϊόντων χρησιμοποιούνται δυο πρώτες ύλες, οι Α και Β. Για την παραγωγή ενός τόνου προϊόντος 1 απαιτούνται 1 τόνος πρώτης ύλης Α και 3 τόνοι πρώτης ύλης Β, ενώ για την παραγωγή ενός τόνου προϊόντος 2 απαιτούνται 2 τόνοι πρώτης ύλης Α και 1 τόνος πρώτης ύλης Β. Οι μηνιαίες διαθέσιμες ποσότητες πρώτων υλών Α και Β είναι αντίστοιχα 14 και 16 τόνοι. Η πώληση ενός τόνου προϊόντος 1 αφήνει καθαρό κέρδος 5 χιλιάδες ευρώ ενώ το καθαρό κέρδος για το προϊόν 2 είναι 4 χιλιάδες ευρώ κάθε μήνα.

ΑΣΚΗΣΗ 7

Μια εταιρεία τροφίμων ετοιμάζεται να ρίξει στην αγορά ένα καινούργιο σνακ με χαμηλά λιπαρά: σε 1 κιλό αυτού του σνακ θα περιέχονται τουλάχιστον 5,1 γραμμάρια φυτικών ινών, το πολύ 8,4 γραμμάρια λιπαρών και το πολύ 10,8 γραμμάρια πρωτεΐνης. Το σνακ αυτό προκύπτει από τη μίξη δύο δημητριακών Α και Β, καθένα από τα οποία έχει διαφορετικά θρεπτικά χαρακτηριστικά τα οποία δίνονται στον παρακάτω πίνακα:

Ποσότητα (γραμμάρια ανά κιλό)			
Φυτικές ίνες	Λιπαρά	Πρωτεΐνη	
A	6	6	12
B	4,5	9	9

1. Αν το κόστος ενός κιλού των δημητριακών Α και Β ανέρχεται αντίστοιχα στις 6 και 7,5 χρηματικές μονάδες, προσδιορίστε τις ποσότητες που πρέπει να χρησιμοποιηθούν από το καθένα από αυτά, με τέτοιο τρόπο ώστε να δημιουργηθεί 1 κιλό του ζητούμενου μείγματος με τον οικονομικότερο δυνατό τρόπο.
2. Η λύση που βρέθηκε υπερκαλύπτει ή απλά καλύπτει τις τεθείσες προδιαγραφές;

ΑΣΚΗΣΗ 8

Να λυθούν τα παρακάτω προγράμματα γραμμικού προγραμματισμού:

$$\max z = 200x + 300y$$

$$s.t \quad x + 2y \leq 30$$

$$x + y \leq 20$$

$$2x + y \leq 36$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

$$\max z = 4x + 2y$$

$$s.t \quad x \leq 4$$

$$3x + 8y \leq 24$$

$$2x + y \leq 6$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

$$\begin{aligned} \max z &= 4x + 2y \\ \text{s.t} \quad & 2x + y \leq 4 \\ & x + 2y \leq 5 \\ & x - 2y \leq 1 \\ & x \geq 0, y \geq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \max z &= 2x_1 + 3x_2 \\ \text{s.t} \quad & 2x_1 + x_2 \geq 10 \\ & x_1 + x_2 \leq 4 \\ & -3x_1 + 2x_2 \leq 6 \\ & x \geq 0, y \geq 0 \end{aligned}$$