

## ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ LINDO ΚΑΙ ΤΗΝ ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ

Το LINDO (Linear Interactive and Discrete Optimizer) είναι ένα πολύ γνωστό λογισμικό για την επίλυση προβλημάτων γραμμικού, ακέραιου ή τετραγωνικού προγραμματισμού. Επίσης μπορεί να χρησιμοποιηθεί και σε προβλήματα πολλαπλών στόχων. Σκοπός των σημειώσεων αυτών είναι η εξοικείωση του φοιτητή του τμήματος οικονομικών επιστημών του Πανεπιστημίου Πατρών με το συγκεκριμένο πρόγραμμα και η επίλυση προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού μέσω αυτού.

### **Εγκατάσταση.**

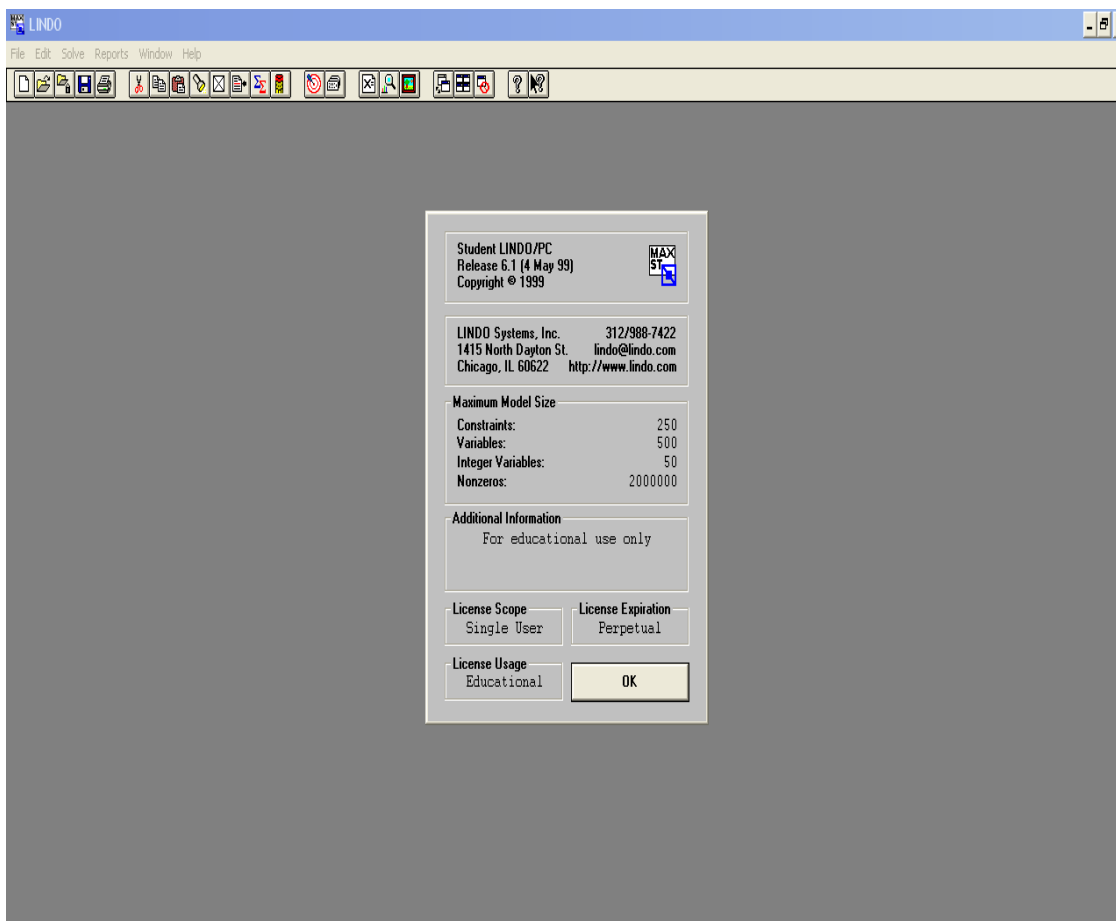
Η εγκατάσταση του συγκεκριμένου προγράμματος είναι αρκετά εύκολη και πραγματοποιείται όπως κάθε άλλο λογισμικό για windows. Η εκκίνηση του προγράμματος γίνεται ένα κάνουμε διπλό κλικ



στο παρακάτω κουμπί [Lindo.Ink](#). Το μενού που παίρνουμε μετά την επιλογή αυτή δίνεται παρακάτω.

Μάλιστα Στην αρχική οθόνη πληροφορούμαστε για τις δυνατότητες που έχει η έκδοσή μας .

Εικόνα 1. Η αρχική οθόνη του προγράμματος LINDO



Η εισαγωγή ενός προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού στο πρόγραμμα LINDO ακολουθεί την φιλοσοφία που έχουμε όταν γράφουμε το ίδιο πρόβλημα σε χαρτί.

Πρώτα γράφουμε την αντικειμενική συνάρτηση όπου θα πρέπει να διευκρινίσουμε εάν έχουμε πρόβλημα μεγιστοποίησης ή ελαχιστοποίησης. Προφανώς η γλώσσα που χρησιμοποιούμε είναι τα αγγλικά και τα κεφαλαία γράμματα. Έπειτα ακολουθούν οι περιορισμοί οι οποίοι και αναγράφονται με τους εξής χαρακτηρισμούς:

**SUBJECT TO, SUCH THAT, S.T και ST** και έπονται οι περιορισμοί με την μαθηματική τους μορφή.

Για παράδειγμα εάν θέλουμε να λύσουμε το παρακάτω πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού

$$\max z = 3x_1 + 5x_2 - 2x_3$$

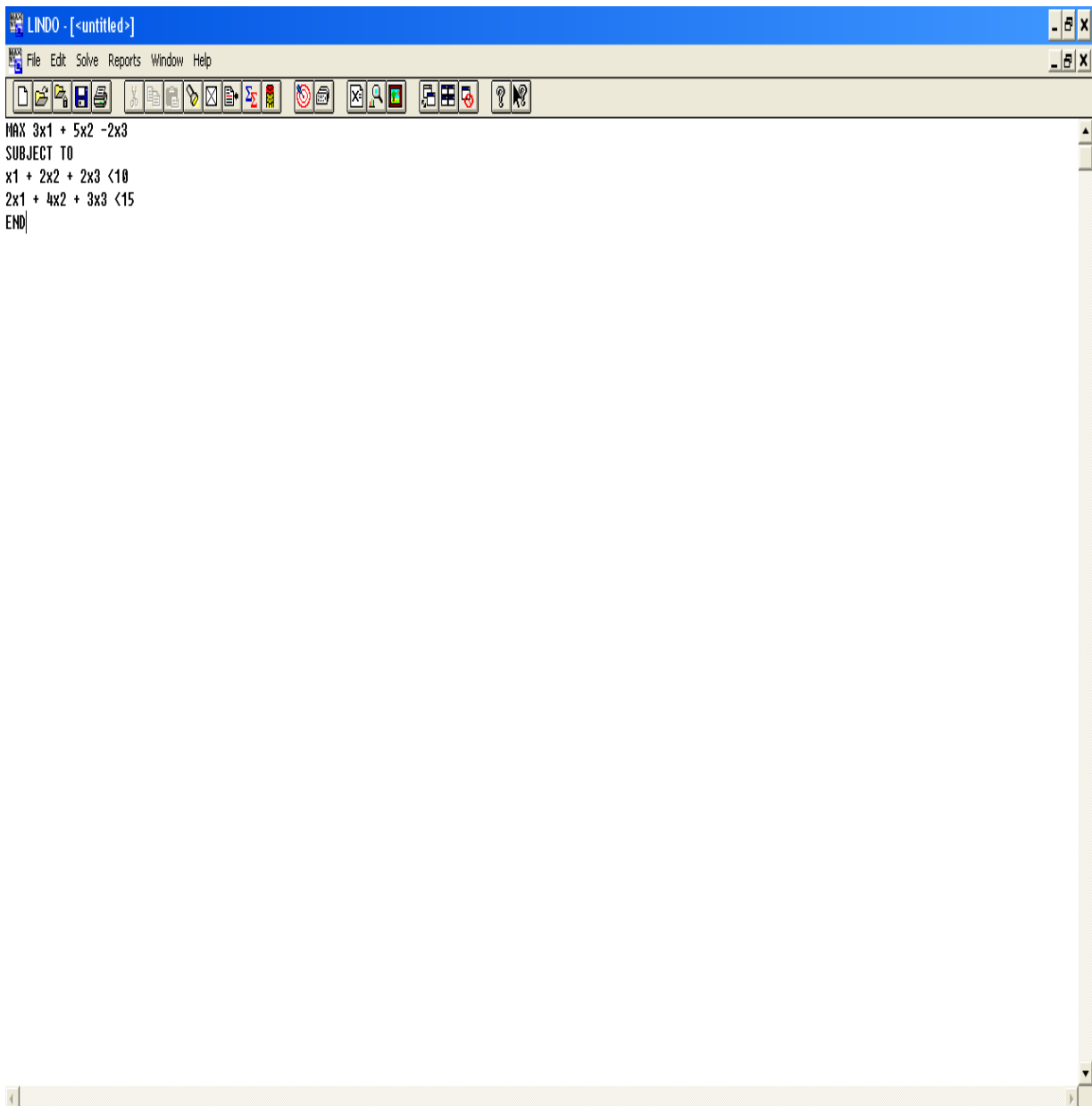
$$s.t \quad x_1 + 2x_2 + 2x_3 \leq 10$$

$$2x_1 + 4x_2 + 3x_3 \leq 15$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

το μεταφέρουμε στο LINDO αυτούσιο ως εξής:

Εικόνα 2: Το π.γ.π στο παράθυρο του LINDO

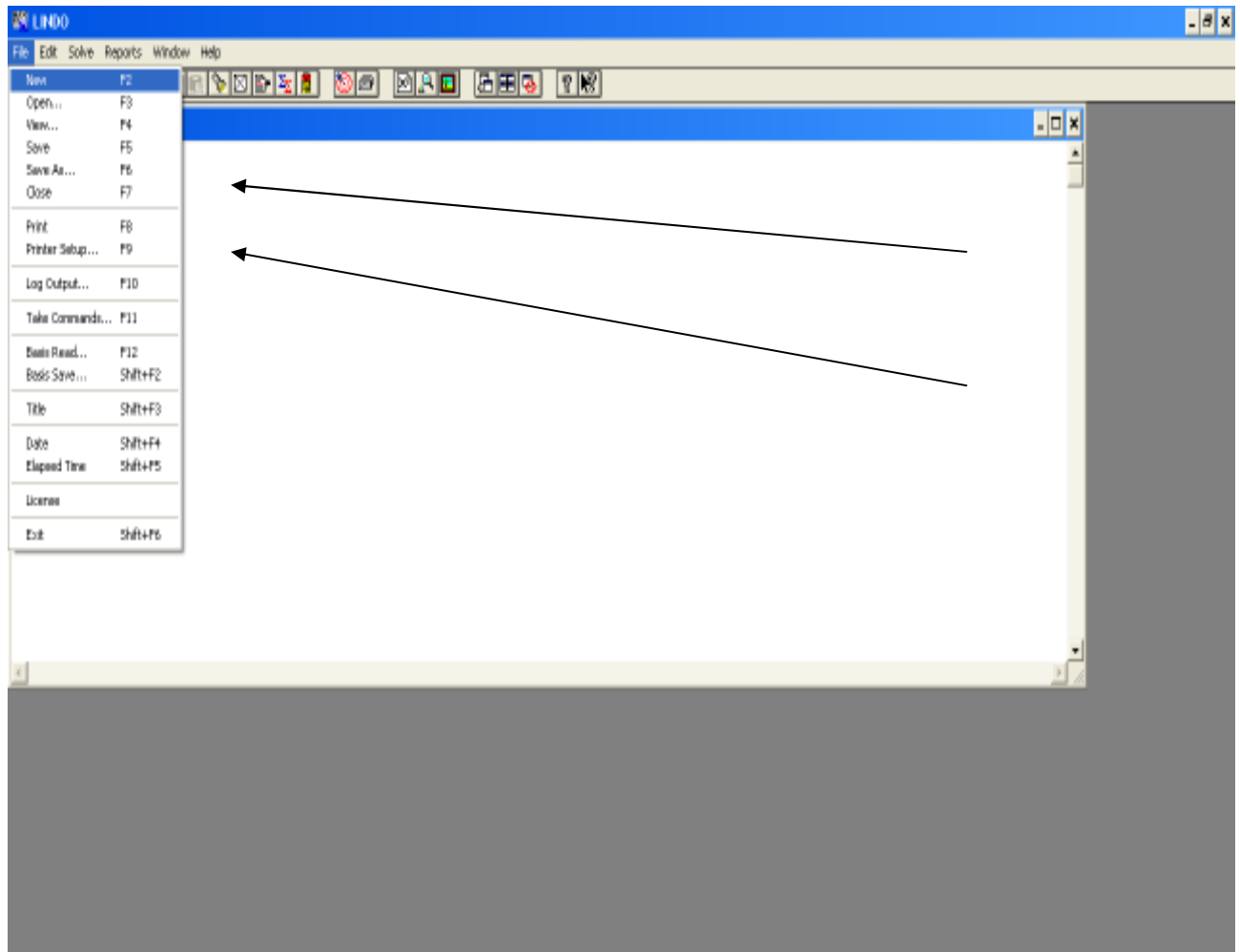


### **Σύντομα Tips**

- Το πρόγραμμα επιτρέπει την χρήση ονομάτων αντί των χαρακτήρων Χ1 αρκεί να μην ξεπερνούν τους οκτώ χαρακτήρες.
- Επίσης μπορούμε να ονοματίσουμε και τους περιορισμούς του προβλήματος με τον ίδιο κανόνα ονοματολογίας.
- Οι αριθμητικοί τελεστές που αναγνωρίζει το πρόγραμμα είναι +, -, >, <, = . Για ανισοτικές σχέσεις των μορφών  $\leq, \geq$  αρκεί να γράψουμε <, > .
- Το πρόγραμμα δεν ξεχωρίζει κεφαλαία από μικρά και τα μετατρέπει όλα σε κεφαλαία.
- Όλες οι μεταβλητές από το πρόγραμμα θεωρούνται ως μη αρνητικές και δεν απαιτείται η είσοδος περιορισμών της μορφής  $x \geq 0$  .
- Προφανώς τόσο οι περιορισμοί αλλά και η αντικειμενική συνάρτηση μπορούν να γραφούν με περισσότερες από μια γραμμές
- Σχόλια μπορούν αν εισέλθουν με την χρήση θαυμαστικού.

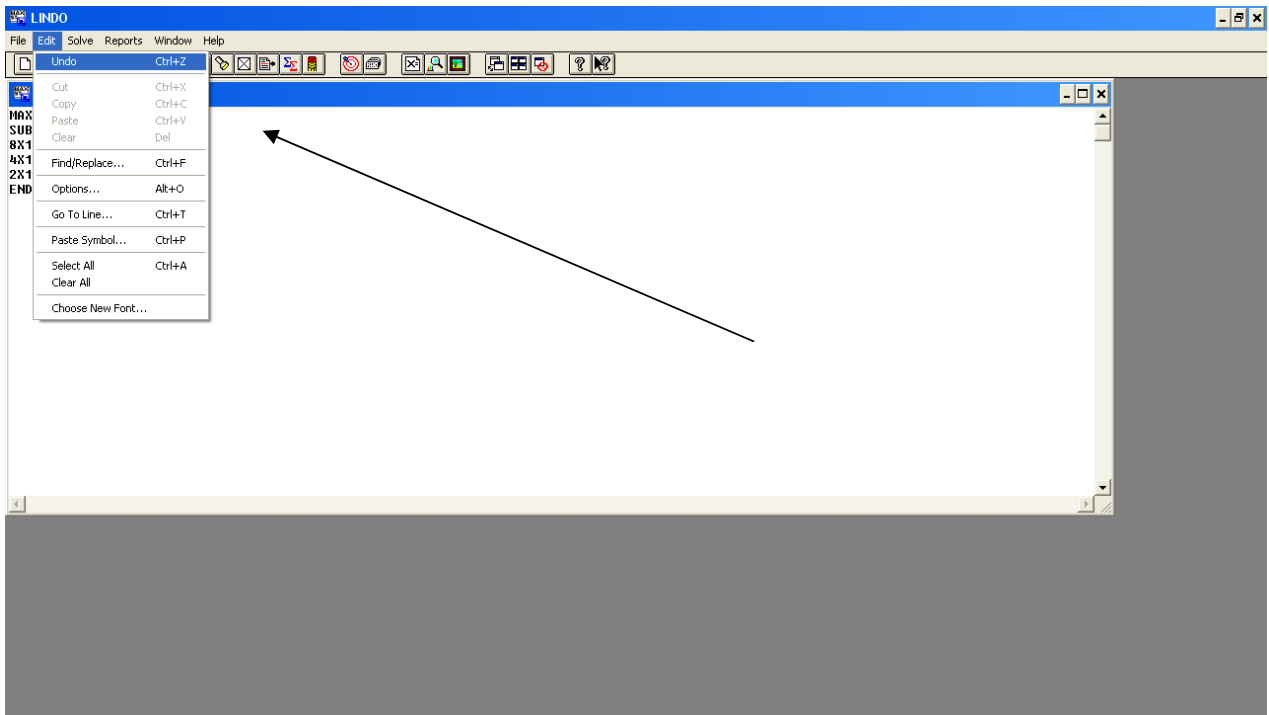
Η πρώτη εντολή από το πρόγραμμα File περιέχει γνωστές εντολές που ισχύουν σε αρκετά παραθυρικά προγράμματα που ακολουθούν τα widows.

Εικόνα 3: Το menu FILE στο παράθυρο του LINDO



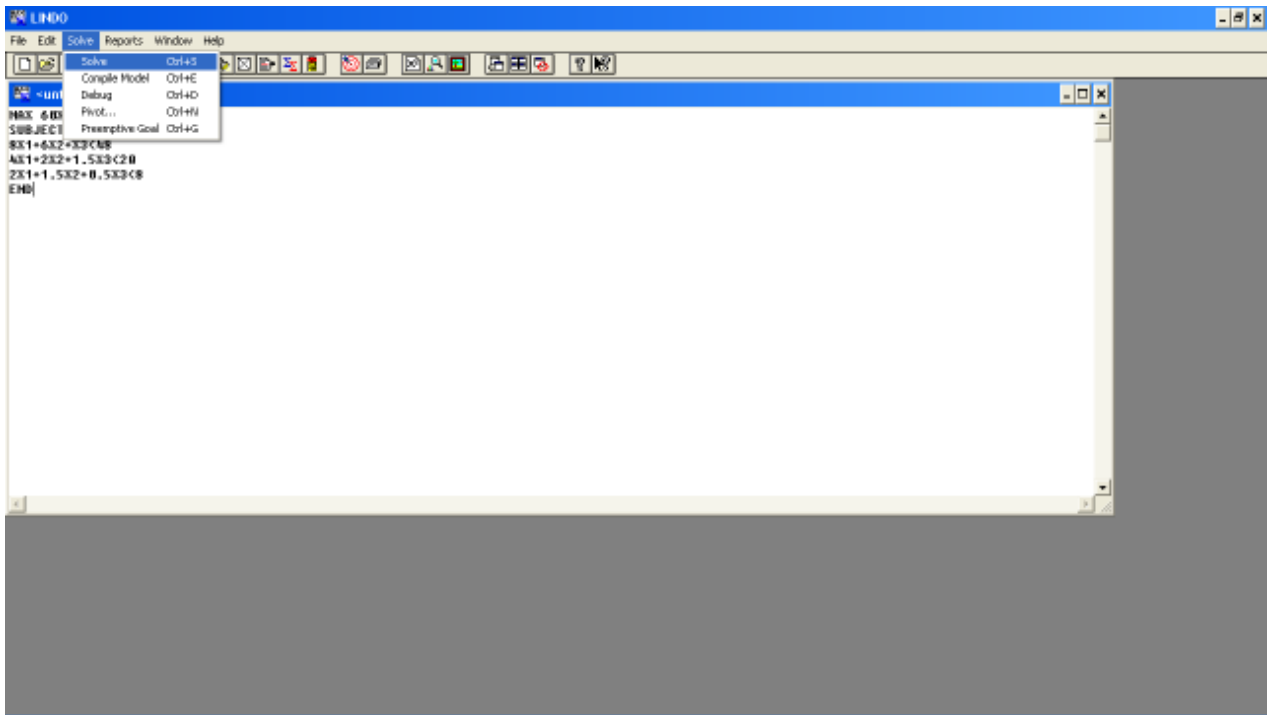
Το ίδιο ισχύει και για το δεύτερο μενού Edit:

Εικόνα 4: Το menu EDIT στο παράθυρο του LINDO



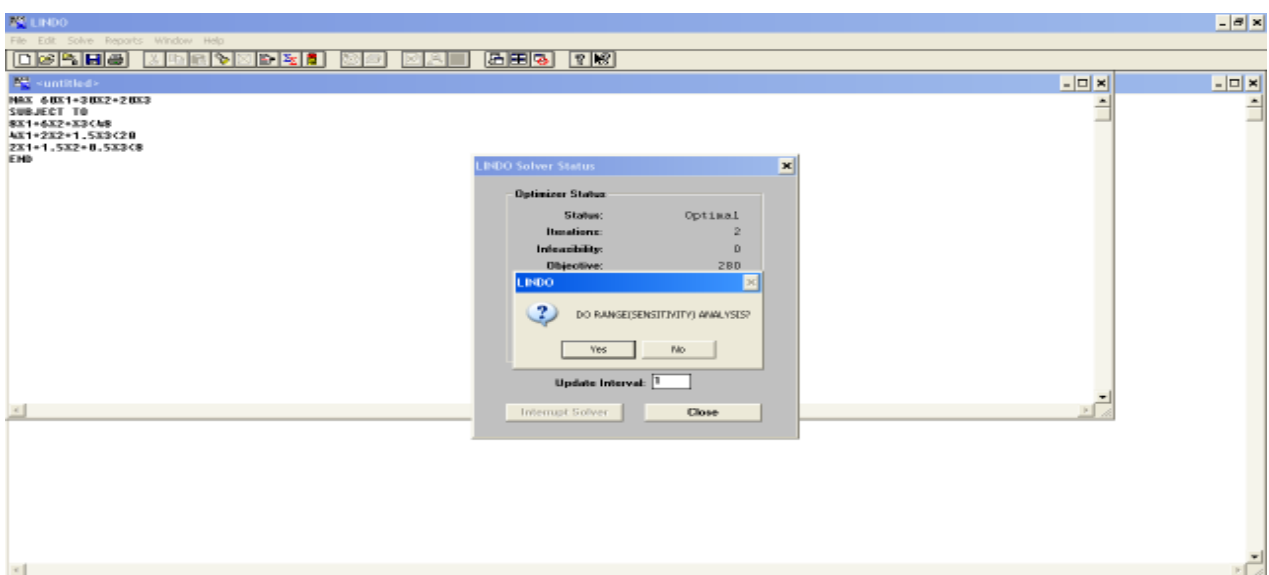
Περνάμε τώρα στο τρίτο μενού που περιέχει την σημαντική εντολή της επίλυσης **SOLVE**. Με την συγκεκριμένη εντολή πετυχαίνουμε την επίλυση του προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού.

Εικόνα 5: Το menu SOLVE στο παράθυρο του LINDO



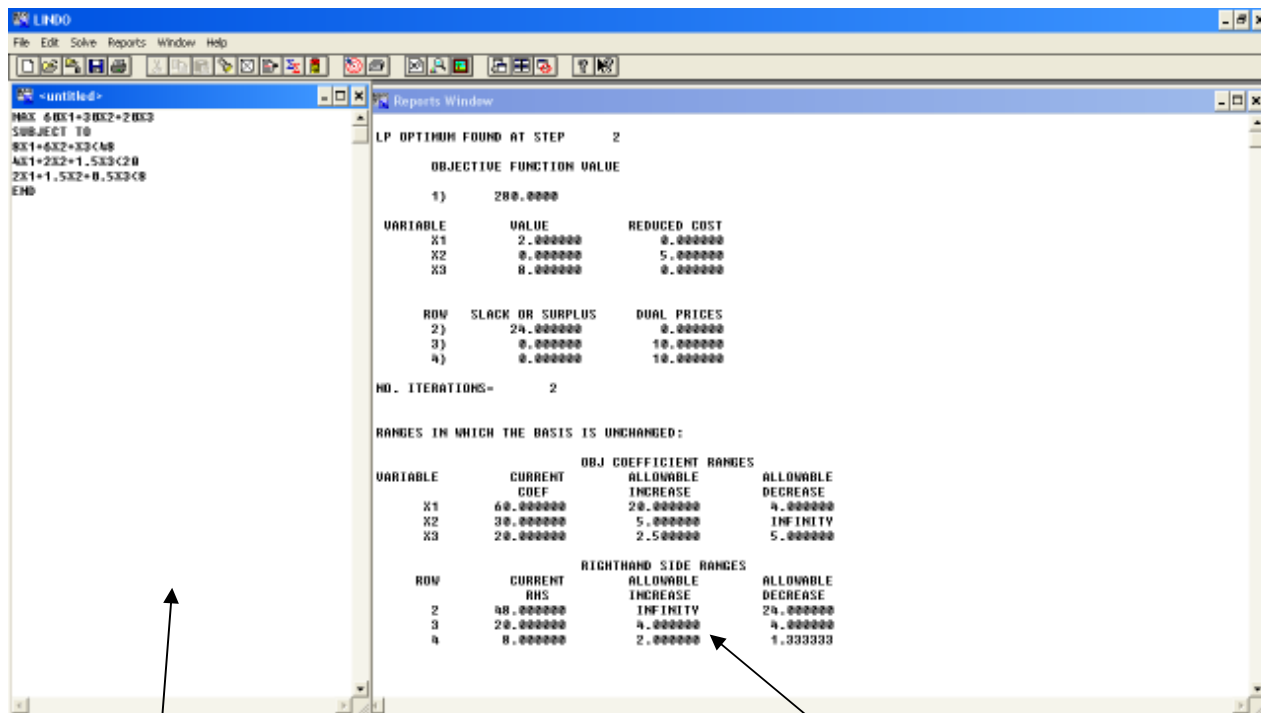
Παράλληλα δημιουργούνται δύο νέα παράθυρα. Στο πρώτο παράθυρο , παράθυρο κατάστασης, καταγράφεται συνοπτικά η εξέλιξη της λύσης.

Εικόνα 6: Το menu SOLVE στο παράθυρο του LINDO



ενώ στο δεύτερο παράθυρο εμφανίζεται η λύση του προβλήματος. Θα πρέπει αν σημειώσουμε ότι το λογισμικό μας ερωτά για την πραγματοποίηση ανάλυσης ευαισθησίας όπου εμείς επιλέγουμε ανάλογα.

Εικόνα 7: Το menu SOLVE και τα παραγόμενα του

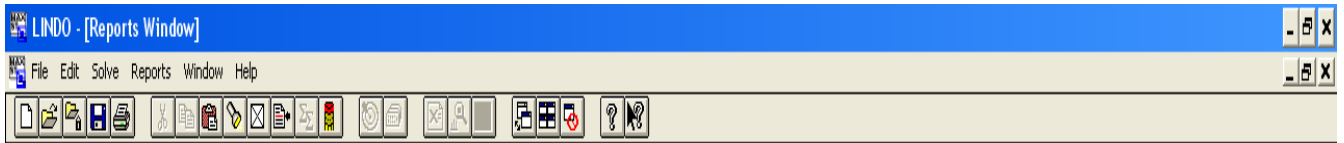


**ΠΑΡΑΘΥΡΟ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ**

**ΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ**

Ποιο συγκριμένα και αναλυτικότερα για το παράθυρο που παρουσιάζεται η λύση του προβλήματος μπορούμε να σημειώσουμε τα εξής:





LP OPTIMUM FOUND AT STEP 2

Αντικειμενική Συνάρτηση

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 280.0000

ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΕΣ ΓΙΑ ΤΙΣ  
ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΤΟΥ  
ΜΟΝΤΕΛΟΥ

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	2.000000	0.000000
X2	0.000000	5.000000
X3	8.000000	0.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	24.000000	0.000000
3)	0.000000	10.000000
4)	0.000000	10.000000

NO. ITERATIONS= 2

ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ  
ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΥΣ

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

VARIABLE	OBJ COEFFICIENT RANGES		
	CURRENT COEF	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X1	60.000000	20.000000	4.000000
X2	30.000000	5.000000	INFINITY
X3	20.000000	2.500000	5.000000

ROW	RIGHTHAND SIDE RANGES		
	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	48.000000	INFINITY	24.000000
3	20.000000	4.000000	4.000000
4	8.000000	2.000000	1.333333

Αναλυτικότερα

**LP OPTIMUM FOUND AT STEP 2**

**OBJECTIVE FUNCTION VALUE**

1) 280.0000 (Τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης)

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	2.000000	0.000000
X2	0.000000	5.000000
X3	8.000000	0.000000

Για κάθε μεταβλητή παίρνομε την βέλτιστη τιμή (VALUE) καθώς και το ευκαιριακό κόστος (REDUCED COST). Η X2 μεταβλητή θα πρέπει να ελαττωθεί κατά 5 μονάδες ενώ η X1 & X3 οορίζουν την άριστη λύση.

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	24.000000	0.000000
3)	0.000000	10.000000
4)	0.000000	10.000000

Ακολουθούν οι περιθώριες μεταβλητές καθώς και οι δυικές τιμές αυτών.

NO. ITERATIONS= 2

### RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

Με βάση την παραπάνω εντολή το πρόγραμμα δίνει την ευκαιρία στον χρήστη να πραγματοποιήσει ανάλυση ευαισθησίας στους αντικειμενικούς συντελεστές καθώς και στους περιορισμούς

#### OBJ COEFFICIENT RANGES

VARIABLE	CURRENT	ALLOWABLE	ALLOWABLE
	COEF	INCREASE	DECREASE
X1	60.000000	20.000000	4.000000
X2	30.000000	5.000000	INFINITY
X3	20.000000	2.500000	5.000000

Στο παραπάνω μέρος γίνεται αναφορά στους αντικειμενικούς συντελεστές ενώ στο παρακάτω στους περιορισμούς.

#### RIGHTHAND SIDE RANGES

ROW	CURRENT	ALLOWABLE	ALLOWABLE
	RHS	INCREASE	DECREASE
2	48.000000	INFINITY	24.000000
3	20.000000	4.000000	4.000000
4	8.000000	2.000000	1.333333

Με την εντολή COMPILE (Ctrl+E) το πρόγραμμα ελέγχει συντακτικά το μοντέλο και εντοπίζοντας κάποιο λάθος σταματά το ποντίκι στην αντίστοιχη γραμμή.

Η εντολή DEBUG (Ctrl+D) χρησιμοποιείται από το πρόγραμμα σε περιπτώσεις όπου το μοντέλο μας δεν έχει εφικτή λύση ή είναι μη φραγμένο. Πιο συγκεκριμένα,

**SUFFICIENT SET (ROWS), CORRECT ONE OF:**

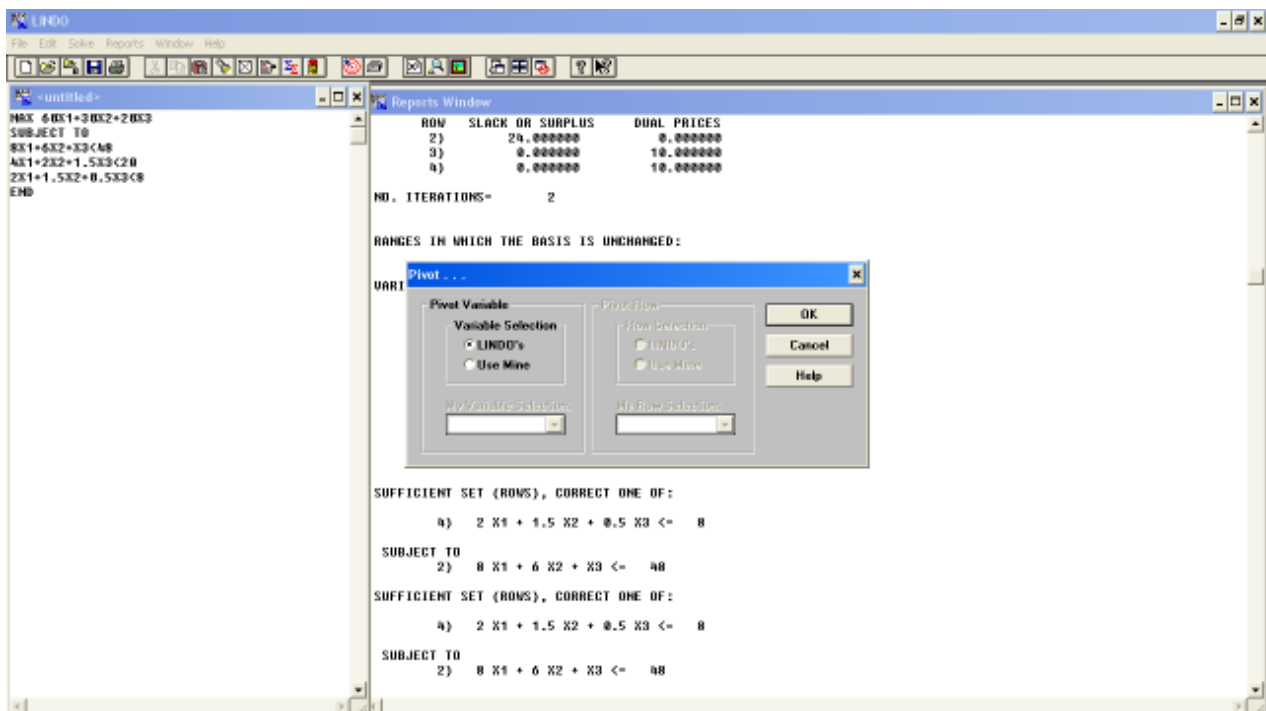
4)  $2 X1 + 1.5 X2 + 0.5 X3 \leq 8$

**SUBJECT TO**

2)  $8 X1 + 6 X2 + X3 \leq 48$

Με την εντολή PIVOT (Ctrl+N) και σε συνδυασμό με την εντολή Report/Tableauμπορούμε να βλέπουμε και να τυπώνουμε στο παράθυρο αναφορών τα ενδιάμεσα βήματα στις SIMPLEX μεθόδου.

Εικόνα 8: Το menu PIVOT στο παράθυρο του LINDO



Φυσικά ο χρήστης έχει την δυνατότητα να ορίσει την μεταβλητή που θα εισέλθει στην βάση ή και αυτήν που θα βγει ή αν αφήσει το λογισμικό να πράξει ως έχει. Το παράθυρο κατάστασης μετά την συγκεκριμένη εντολή δίνεται ως εξής:

The screenshot shows the LINDO Reports Window with the following content:

**THE TABLEAU**

ROW (BASIS)		X1	X2	X3	SLK 2	SLK 3
1	ART	0.000	5.000	0.000	0.000	10.000
2	X3	0.000	-2.000	1.000	0.000	2.000
3	SLK 2	0.000	-2.000	0.000	1.000	2.000
4	X1	1.000	1.250	0.000	0.000	-0.500

ROW	SLK 4	
1	10.000	280.000
2	-4.000	8.000
3	-8.000	24.000
4	1.500	2.000

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 1

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 280.0000

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	2.000000	0.000000
X2	0.000000	5.000000
X3	8.000000	0.000000

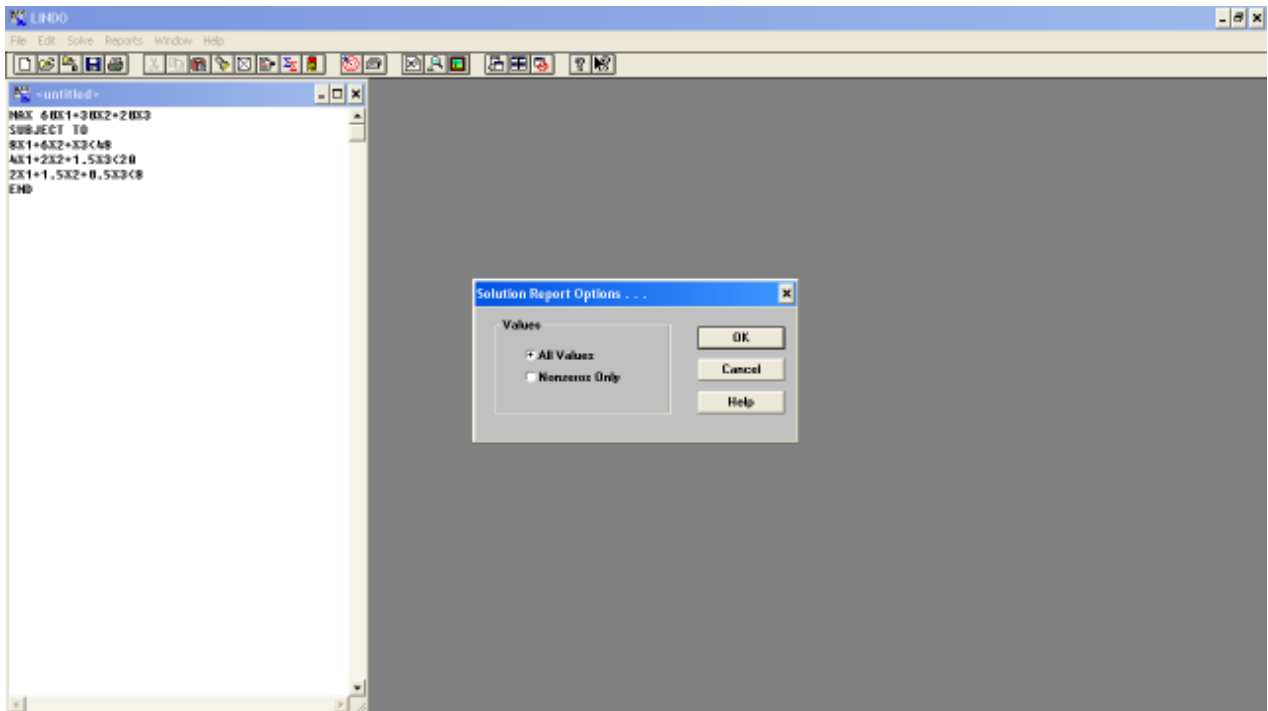
  

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	24.000000	0.000000
3)	0.000000	10.000000
4)	0.000000	10.000000

NO. ITERATIONS= 1

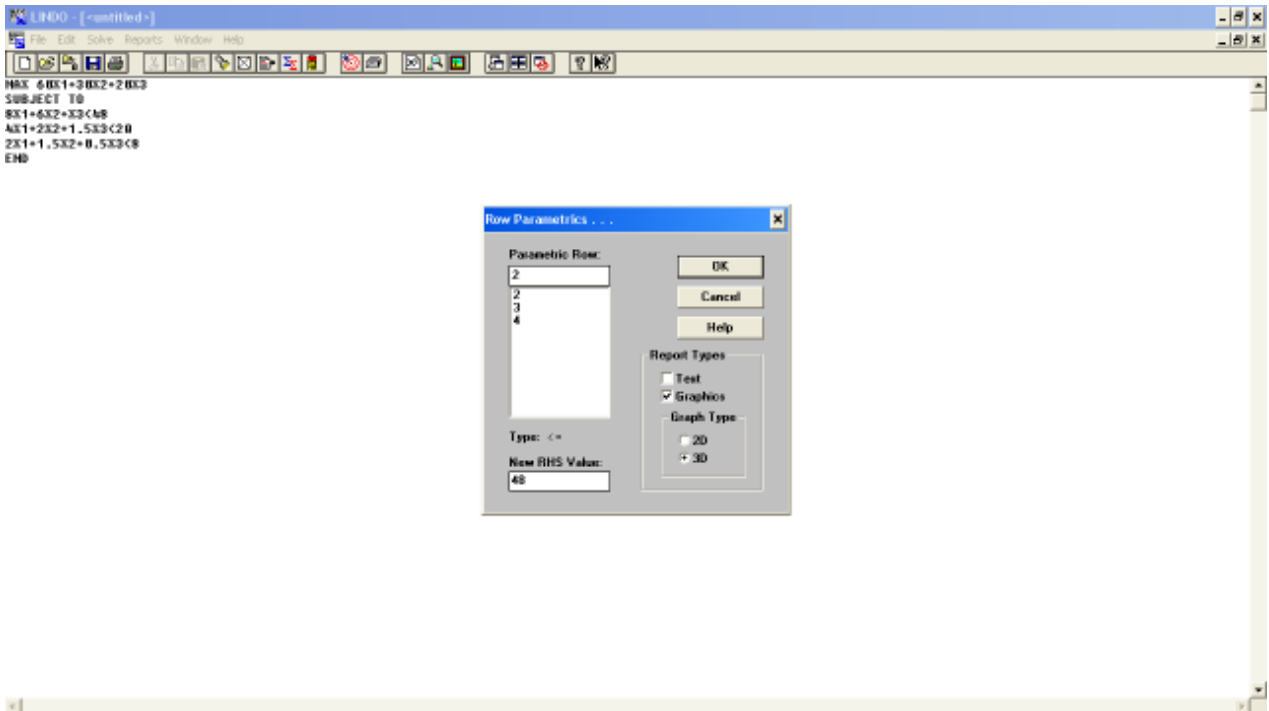
RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

Περνάμε τώρα στο επόμενο τελευταίο μενού του προγράμματος REPORTS. Ξεκινάμε με την πρώτη εντολή Solution.

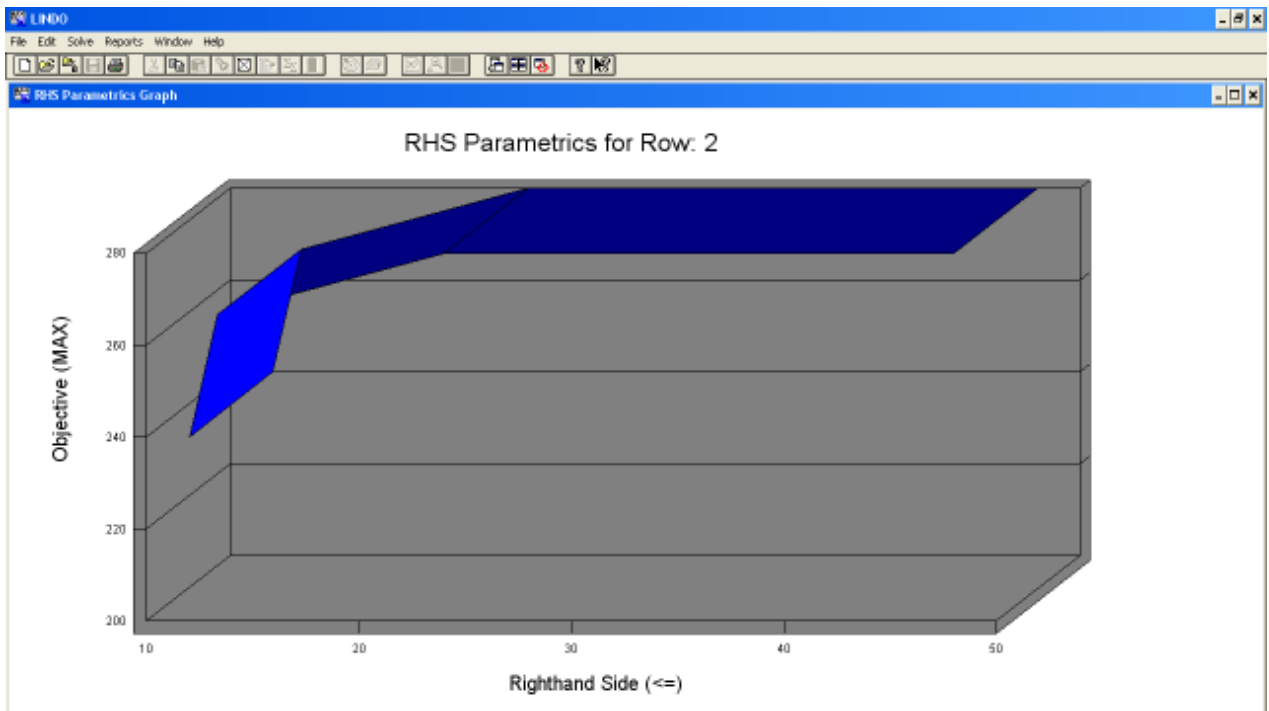


Αντίστοιχα από την εντολή Range έχουμε στα αποτελέσματά μας την ανάλυση ευαισθησίας των αντικειμενικών συντελεστών του μοντέλου καθώς και των περιορισμών.

Η επόμενη υπο-εντολή Parametrics διενεργεί παραμετρική ανάλυση για τα δεξιά μέλη περιορισμών του μοντέλου. Προφανώς πριν το πρόβλημα θα πρέπει να έχει επιλυθεί. Η παρακάτω εικόνα απλά μας λέει ότι ο χρήστης του λογισμικού έχει την δυνατότητα να επιλέξει τον περιορισμό που τον ενδιαφέρει να αναλύσει. Εάν επιλέξουμε τον περιορισμό X2 τότε το πρόγραμμα μας εμφανίζει την μορφή του περιορισμού και την τρέχουσα τιμή του δεξιού μέλους. Στην συνέχεια δίνουμε την τιμή που μας ενδιαφέρει και επιλέγουμε την μορφή των αποτελεσμάτων.

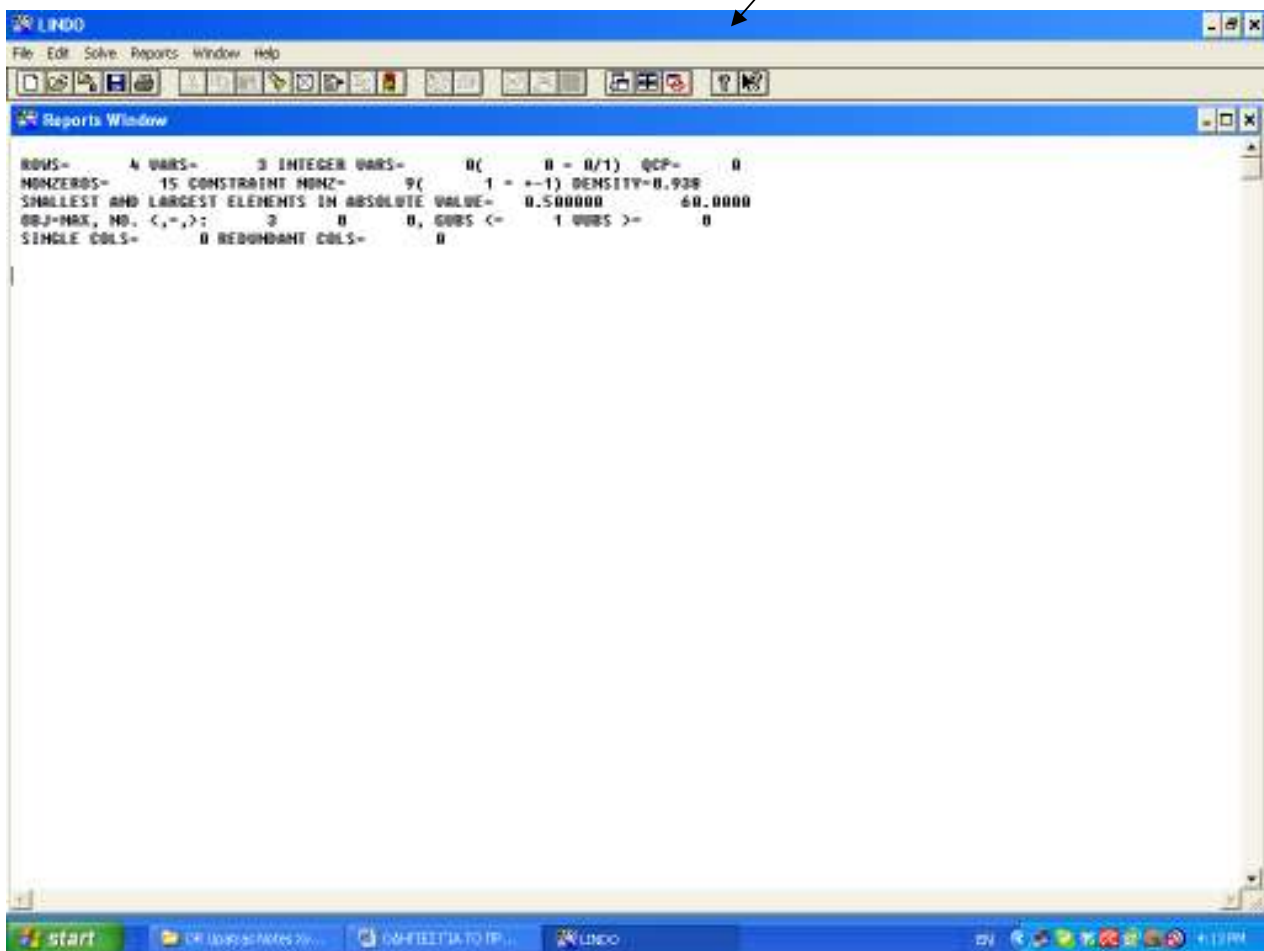


Εάν δώσουμε τιμή 12 τότε έχουμε μια γραφική απεικόνιση της παρακάτω μορφής.



Με την εντολή statistics παράγεται μια περιγραφική μορφή διαφορετικών στοιχείων του π.γ.π. Όπως μπορούμε να παρατηρήσουμε παρακάτω στην πρώτη γραμμή καταγράφεται το πλήθος των γραμμών, το πλήθος των μεταβλητών και ο αριθμός του πρώτου τετραγωνικού περιορισμού.

Εικόνα 9: Το menu STATISTICS στο παράθυρο του LINDO

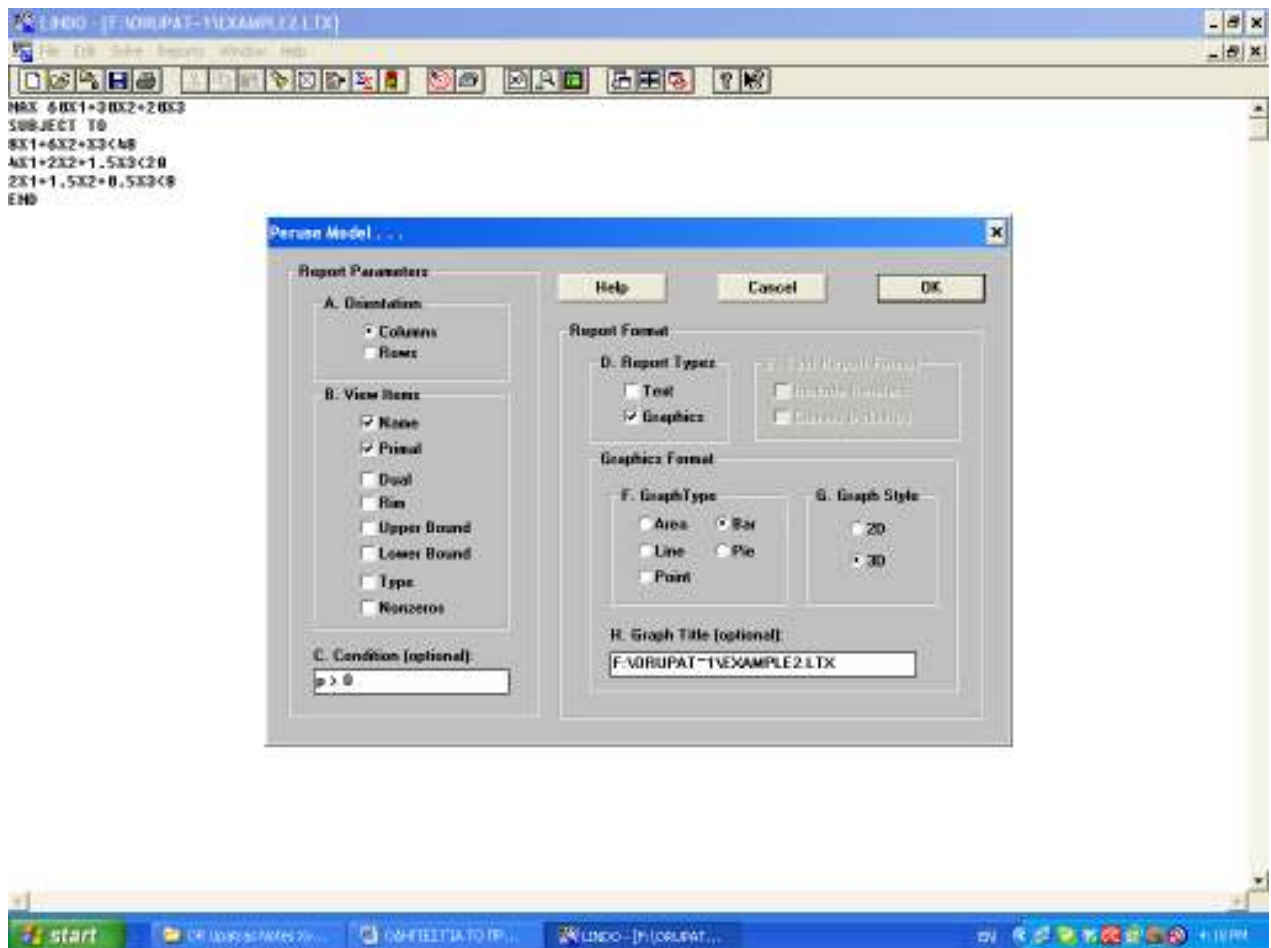


Η δεύτερη γραμμή περιέχει το πλήθος των μη μηδενικών συντελεστών, το πλήθος των μη μηδενικών συντελεστών στους περιορισμούς του μοντέλου και την πυκνότητα του μοντέλου. Στην Τρίτη γραμμή περιέχονται η απολύτως μικρότερη-μεγαλύτερη τιμή των παραμέτρων του μοντέλου ενώ στην τέταρτη αποτυπώνεται η λογική της αντικειμενικής συνάρτησης. Τέλος στην πέμπτη γραμμή δίνεται το πλήθος των στηλών του μοντέλου που έχουν μόνο ένα μη μηδενικό συντελεστή

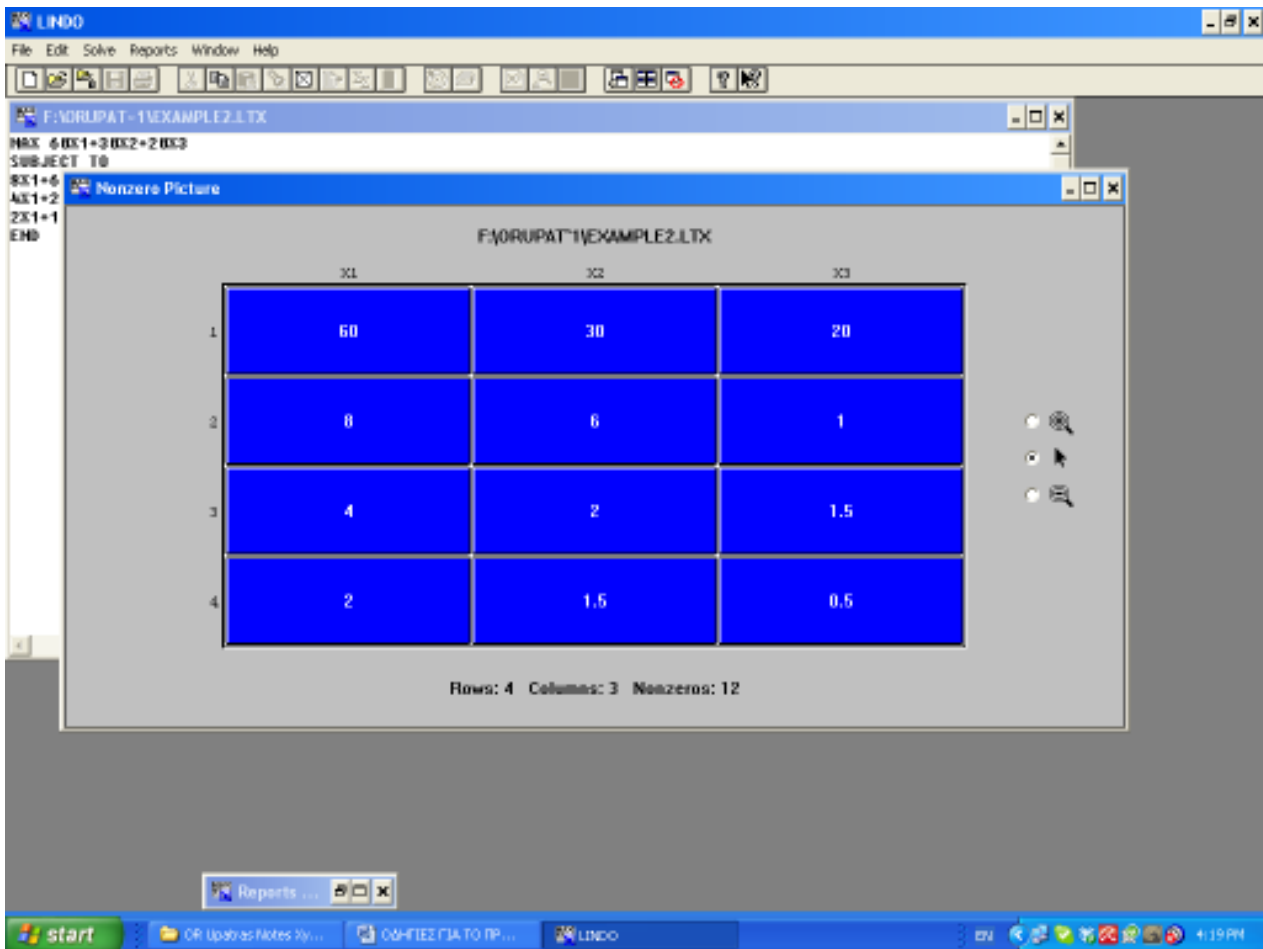


Η εντολή Peruse μελετά συγκεκριμένα τμήματα της δομής ή της λύσης του προβλήματος.

Εικόνα 10: Το menu PERUSE στο παράθυρο του LINDO

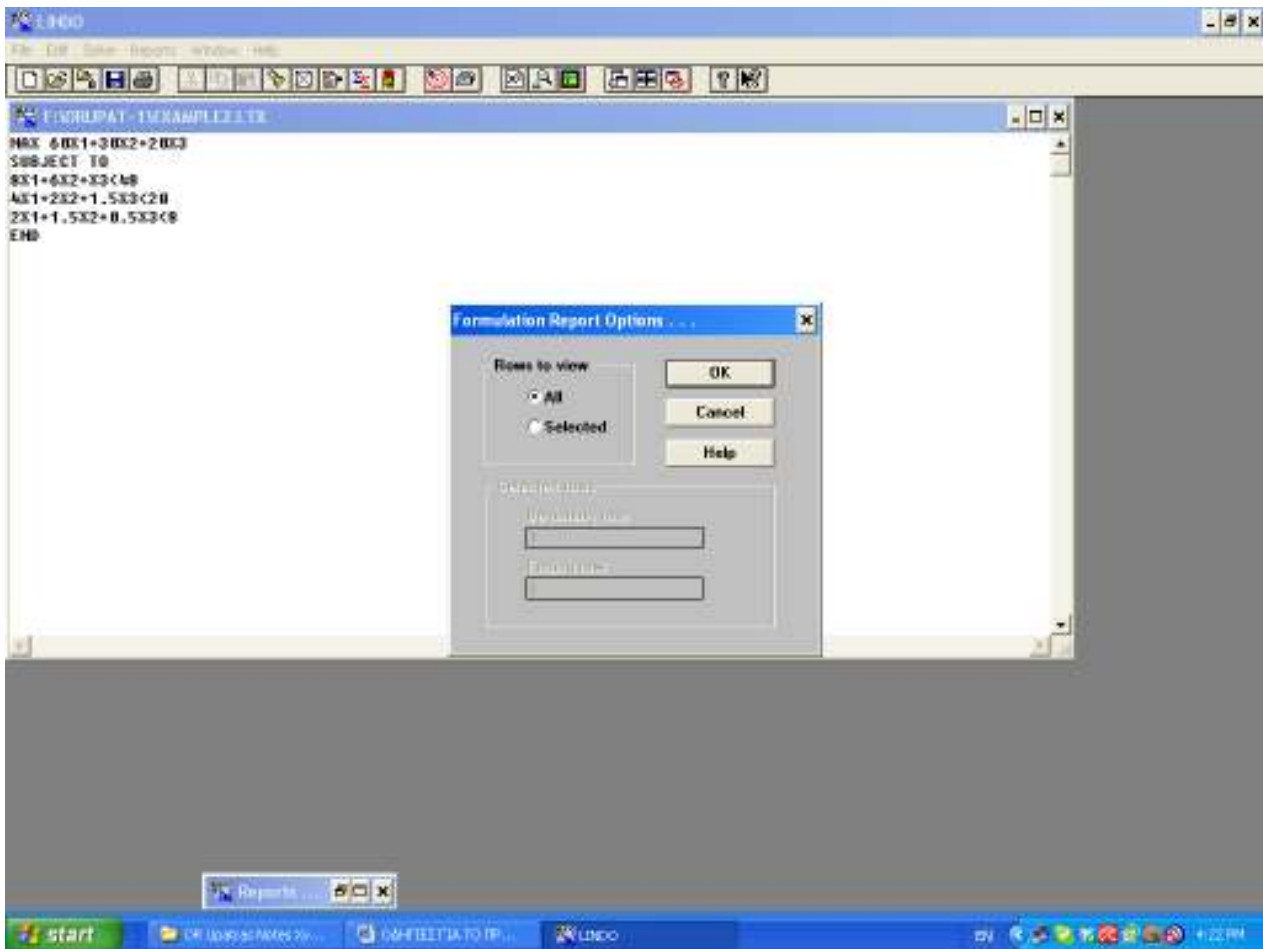


Με την εντολή Picture εμφανίζεται το μοντέλο υπο μορφή πίνακα.



Η εντολή Tableau σε συνδυασμό με την εντολή Solution εμφανίζει τα ενδιάμεσα τμήματα της μεθόδου SIMPLEX.

Με την εντολή Formulation εμφανίζεται στο παράθυρο αναφοράς του προγράμματος το μοντέλο π.γ.π που βρίσκεται στο παράθυρο εργασίας. Μπορούμε να έχουμε μια επιλεκτική εμφάνιση τμημάτων του.



Τέλος με την εντολή SHOW COLUMN εμφανίζουμε τις πληροφορίες για μια εκ των μεταβλητών του προβλήματος.

