

ΕΚΤΟ ΣΕΤ ΑΣΚΗΣΕΩΝ ΣΕ ΑΚΡΟΤΑΤΑ**ΑΣΚΗΣΗ 1**

Να υπολογίσετε τα σημεία στασιμότητας των παρακάτω συναρτήσεων

$$f(x, y, z) = 2x^2 + xy - 9x - 2zy^2, f(x, y, z) = x - 4xy - y^2 + 5z^2 - yz$$

$$f(x, y, z) = 25 - x^2 - y^2 - z^2$$

ΑΣΚΗΣΗ 2

Δίνεται το παρακάτω σύστημα $f(y_1, y_2, x_1, x_2) = y_1 y_2 + 2x_1 x_2 = 0$

$$g(y_1, y_2, x_1, x_2) = y_1^2 y_2^2 - x_1 x_2 = 0$$

Ποια η λύση αυτού;

ΑΣΚΗΣΗ 3

Μια μονοπωλιακή επιχείρηση παράγει τρία αγαθά με τις παρακάτω συναρτήσεις

$$q_1 = 100 - 0.25p_1$$

ζήτησης: $q_2 = 140 - 0.5p_2$ με συνάρτηση κόστους $TC = 30 + 40(q_1 + q_2 + q_3)$

$$q_3 = 70 - 0.2p_3$$

- Ποιες οι ποσότητες των αγαθών που μεγιστοποιούν τα κέρδη της επιχείρησης;
- Ποιες οι αντίστοιχες τιμές;
- Να υπολογιστούν και να σχολιαστούν οι αντίστοιχες ελαστικότητες ζήτησης.

ΑΣΚΗΣΗ 4

Ένα προϊόν παράγεται με την χρήση κεφαλαίου και εργασίας σύμφωνα με την σχέση

$$Q = K^{1/4} L^{1/2}. \text{ Ποιος ο οριακός λόγος υποκατάστασης πάνω στην καμπύλη } Q=3 \text{ όταν}$$

χρησιμοποιούνται μια μονάδα κεφαλαίου και τρεις εργασίας;

ΑΣΚΗΣΗ 5

Μια επιχείρηση παράγει δύο προϊόντα με συναρτήσεις ζήτησης

$$Q_1 = 14 - 0.25P_1, Q_2 = 24 - 0.5P_2 \text{ και συνάρτηση συνολικού κόστους}$$

$TC = Q_1^2 + 5Q_1Q_2 + Q_2^2$. Για ποιες ποσότητες αλλά και τιμές μεγιστοποιείται το κέρδος της συγκεκριμένης επιχείρησης;

ΑΣΚΗΣΗ 6

Να βρεθούν τα ακρότατα των παρακάτω συναρτήσεων:

$$TC = Q_1^4 + Q_2^4 + Q_3^4 - 4Q_1Q_2Q_3$$

$$TC = Q_1Q_2, \text{ δοθέντος ότι } Q_1 + Q_2 = 1$$

$$TC = 2 - Q_1^2 + 2Q_1Q_2 - 3Q_2^2 - 2Q_3^2$$

$$TC = Q_1^2 + Q_2^2, \text{ δοθέντος ότι } Q_1^3 + Q_2^3 - 12Q_1Q_2 = 1$$

ΑΣΚΗΣΗ 7

Η συνάρτηση κόστους μιας επιχείρησης δίνεται ως εξής $TC = Q_1^2 + Q_2^2 + Q_3^2$. Ποιες ποσότητες πρέπει να παράγει η επιχείρηση για να ελαχιστοποιήσει το κόστος παραγωγής της;

ΑΣΚΗΣΗ 8

Να υπολογιστούν τα στάσιμα σημεία και το είδος των συναρτήσεων

$$f(x, y) = x^2 + (y-1)^2$$

$$f(x, y) = 1 + x^2 + y^2$$

$$f(x, y) = e^{2x}(x + 2y + y^2)$$

$$f(x, y) = (2ax - x^2)(2by - y^2)$$

ΑΣΚΗΣΗ 9

Να υπολογίσετε τα ακρότατα της συνάρτησης $\Pi = Q_1^3 - 3Q_1Q_2^2 + 18Q_2$ υπό τον περιορισμό $3Q_1^2Q_2 - Q_2^3 - 6Q_1 = 0$.

ΑΣΚΗΣΗ 10

Έστω η συνάρτηση παραγωγής μιας επιχείρησης με την μορφή

$$Q = 4KL - 3L^2 - 2K^2 + 6L + 14K$$

- Για ποιες τιμές κεφαλαίου και εργασίας μεγιστοποιείται η συγκεκριμένη συνάρτηση παραγωγής;
- Εάν η επιχείρηση παράγει σε μια ανταγωνιστική αγορά το προϊόν της κατά 2500 ευρώ σε ποια επίπεδα κεφαλαίου και εργασίας θα μεγιστοποιούνται τα κέρδη της επιχείρησης εάν η ίδια πληρώνει 700 ευρώ για κάθε μονάδα εργασίας και 1440 ευρώ ανά μονάδα κεφαλαίου;