

ΔΕΥΤΕΡΟ ΣΕΤ ΑΣΚΗΣΕΩΝ ΣΤΙΣ ΟΡΙΖΟΥΣΕΣ**ΑΣΚΗΣΗ 1**

Να υπολογίσετε τις ορίζουσες των πινάκων:

$$A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1+a & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1-\alpha & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1+\beta & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1-\beta \end{pmatrix}$$

ΑΣΚΗΣΗ 2

Ποιοι από τους παρακάτω πίνακες είναι αντιστρέψιμοι;

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \\ 1 & a & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 0 \\ 1 & 5 & 0 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -2 & -5 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Ποια είναι η ορίζουσα του $A^{2005} B^{2006}$, εάν $\alpha=5$;

ΑΣΚΗΣΗ 3

Να λυθούν οι εξισώσεις $\det \begin{pmatrix} x & a & a & a \\ a & x & a & a \\ a & a & a & a \\ a & a & a & x \end{pmatrix} = 0$, $\det \begin{pmatrix} x & x & x & x & x \\ a & x & x & x & x \\ a & a & x & x & x \\ a & a & a & a & x \end{pmatrix} = 0$

ΑΣΚΗΣΗ 4

Να δείξετε ότι $\det A_4 = 3(-1)^3$, $A_4 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

ΑΣΚΗΣΗ 5

Εάν A, B, Γ ανήκουν στον χώρο των πινάκων M και ισχύει ότι οι αντίστοιχες ορίζουσές τους είναι $-1, 2$ και 3 να υπολογίσετε τις παρακάτω ορίζουσες.

$$\det(A^3 B \Gamma' B^{-1}), \det(3A^2 B'), \det(B^2 \Gamma^{-1} A B^{-1} \Gamma')$$

ΑΣΚΗΣΗ 6

Να λυθεί η παρακάτω εξίσωση $(2I - A)X = I + A$ εάν $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

ΑΣΚΗΣΗ 7

Να υπολογίσετε τα αλγεβρικά συμπληρώματα των στοιχείων της τρίτης στήλης της ορίζουσας του πίνακα $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ -2 & 4 & -1 \end{pmatrix}$ και μετά να υπολογίσετε την ορίζουσά της.

ΑΣΚΗΣΗ 8

Έστω ότι η απλή υποθετική οικονομία δύο βιομηχανικών μονάδων A & B παρουσιάζεται στον επόμενο πίνακα:

ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΗ ΟΜΑΔΑ	ΤΕΛΙΚΗ ΖΗΤΗΣΗ	ΕΝΔΙΟΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΗ ΧΡΗΣΗ		ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΠΑΡΑΓΩΓΗ
		A	B	
A	4	3	3	10
B	5	1	0	6

- Να διατυπωθεί το παραπάνω πρόβλημα για n βιομηχανικές μονάδες, που η καθεμία παράγει έναν τύπο προϊόντος.
- Να βρεθεί η συνολική παραγωγή εάν η τελική ζήτηση μεταβληθεί σε 6.5 και 13 βιομηχανικές μονάδες A & B αντίστοιχα..

ΑΣΚΗΣΗ 9

Να δείξετε ότι για δύο τετραγωνικού πίνακες ισχύει $\det(A + B^t) = \det(A^t + B)$

ΑΣΚΗΣΗ 10

Να υπολογιστούν οι ιδιοτιμές του πίνακα $A = \begin{pmatrix} 4 & -5 & 1 \\ 2 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$. Ομοίως για τον πίνακα

$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ να υπολογίσετε τις ιδιοτιμές και τα ιδιοδιανύσματα του.