

ΕΡΓΑΣΙΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΓΙΑ ΟΙΚΟΝΟΜΟΛΟΓΟΥΣ II
ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΟ ΕΤΟΣ 2009-2010 ΜΕΡΟΣ Β
ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ ΠΟΛΛΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ

Παρακάτω δίνονται 11 συνολικά ασκήσεις τις οποίες θα επιλύσετε με όποιον τρόπο θέλετε. Οι συγκεκριμένες ασκήσεις αντιστοιχούν σε ποσοστό 10% της συνολικής σας βαθμολογίας εάν αυτές επιλυθούν στο σύνολο τους και σωστά, και αποτελούν το δεύτερο μέρος ασκήσεων για το μάθημα των Μαθηματικών για Οικονομολόγους II. Οι ασκήσεις θα παραδοθούν μέχρι και την Δευτέρα 05/06/2010 ηλεκτρονικά στο e-mail: Kounetas@upatras.gr. Θα ήταν προτιμότερο να δοθούν με την μορφή word document και με την χρήση του προγράμματος math type ή Microsoft equation για την αναγραφή του μαθηματικού κομματιού.

Οποιαδήποτε καθυστέρηση θα σημαίνει μηδενική βαθμολόγηση.

Άσκηση 1

Να ελαχιστοποιηθεί το κόστος παραγωγής μιας επιχείρησης της μορφής

$$TC = 20x^2 + 40xy + 40y^2 \text{ υπό τον περιορισμό } 3x + 4y = 80.$$

Άσκηση 2

Η συνάρτηση παραγωγής μιας επιχείρησης δίνεται ως εξής $Q = 10 \left[\frac{1}{4} K^{-\frac{1}{4}} + \frac{3}{4} L^{-\frac{3}{4}} \right]^{-4}$.

Εάν η συνάρτηση κόστους της επιχείρησης είναι $3K + 4L = 120$ να υπολογιστούν οι ποσότητες κεφαλαίου και εργασίας που μεγιστοποιούν το προϊόν.

Άσκηση 3

Η συνάρτηση χρησιμότητας ενός καταναλωτή δίνεται ως εξής $u(x, y) = 2x^{0.5}y^{0.25}$. Οι τιμές των αγαθών x, y δίνονται ως εξής $p_x = 2, p_y = 3$ ενώ ο καταναλωτή ξοδεύει το εισόδημα του των 45 ν.μ στα δύο παραπάνω αγαθά.

- Ποιες οι ποσότητες των δύο αγαθών που μεγιστοποιούν την χρησιμότητα του καταναλωτή;
- Ποια η μέγιστη χρησιμότητα;

Άσκηση 4

Να προσδιορισετε τις μερικές παραγώγους πρώτης τάξης και την εσσιανή ορίζουσα της συνάρτησης $y = x + \ln(yz)$

Άσκηση 5

Ποιος ο βαθμός ομοιογένειας της συνάρτησης $y = g[dx_1^{-b} + (1-d)x_2^{-b}]^{-1/b}$

Άσκηση 6

Να εξετάσετε εάν η συνάρτηση $y = 3x^2 + 2y^2 - 4y + 1$ παρουσιάζει ελάχιστο στο $(0,1)$.

Άσκηση 7

Μια μονοπωλιακή επιχείρηση παράγει τρία αγαθά με τις παρακάτω συναρτήσεις ζήτησης:

$$p_1 = 200 - 3q_1 - 2q_2 - q_3$$

$$p_2 = 180 - q_1 - 5q_2 \quad \text{με συνάρτηση κόστους } TC = (q_1 + q_2 + q_3)^2$$

$$p_3 = 160 - q_2 - 4q_3$$

- Ποιες οι ποσότητες των αγαθών που μεγιστοποιούν τα κέρδη της επιχείρησης;
- Ποιες οι αντίστοιχες τιμές;
- Να υπολογιστούν οι αντίστοιχες ελαστικότητες ζήτησης.

Άσκηση 8

Να λυθεί το παρακάτω σύστημα:

$$F(x, y, z, w) = xy + 2zw = 0$$

$$G(x, y, z, w) = x^2 + y^2 - zw = 0$$

Άσκηση 9

Δίνεται η συνάρτησης παραγωγής $Q = 10KL - \sqrt{K} - \sqrt{L}$ με $K = 0.2t + 5, L = 5e^{0.1t}, K, L > 0$.

Να υπολογίσετε την παράγωγο dY/dt και την τιμή της για $t=0$.

Άσκηση 10

Ποια τα σημεία στασιμότητας των παρακάτω συναρτήσεων;

$$F(x, y, z) = 25 - x^2 - y^2 - z^2$$

$$F(x, y) = xy - \frac{1}{x} - \frac{1}{y}$$

$$F(x, y) = xy + 4 \ln x + 2y^2 - 10$$

Άσκηση 11

Η συνάρτηση παραγωγής μιας επιχείρησης είναι $Q = AK^a L^{1-a}$ όπου K το χρησιμοποιούμενο κεφάλαιο και L η εργασία και $A > 0, 0 < a < 1$ σταθερές. Να δείξετε ότι το οριακό προϊόν της εργασίας είναι θετικό και ότι είναι φθίνουσα συνάρτηση της εργασίας όταν το κεφάλαιο παραμένει σταθερό.