



ΤΜΗΜΑ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΙΑ ΟΙΚΟΝΟΜΟΛΟΓΟΥΣ ΙΙ-ΘΕΜΑΤΑ
ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2023-2024

ΘΕΜΑ 1 (Μονάδες 3.5)

1. Ας υποθέσουμε ότι το συνολικό κόστος (C), σε δολάρια, για την παραγωγή δύο αγαθών από μια εταιρεία πολλαπλών προϊόντων δίνεται από το $TC=f(q_1, q_2)=100+3q_1^2+2q_2^2-2q_1q_2-4q_1-4q_2$, όπου τα q_1 και q_2 συμβολίζουν τις ποσότητες του αγαθού 1 και του αγαθού 2, αντίστοιχα. Πόσες μονάδες από τα δύο αγαθά πρέπει να παράγει η επιχείρηση για να ελαχιστοποιήσει το συνολικό κόστος; Ποιο θα είναι το ελάχιστο κόστος για την επιχείρηση (Μονάδες 2.5);

2. Να λυθεί η παρακάτω εξίσωση
$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1-x & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1-x & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1-x \end{vmatrix} = 0$$
 (Μονάδες 1)

ΘΕΜΑ 2 (Μονάδες 4.5)

1. Σε κατάσταση ισορροπίας μια αγορά τριών αγαθών παριστάνεται ως εξής.

$$\begin{aligned} Q_1 + Q_2 + Q_3 &= 6 \\ \lambda Q_1 + 4Q_2 + Q_3 &= 5 \\ 6Q_1 + (\lambda + 2)Q_2 + 2Q_3 &= 13 \end{aligned}$$

Ποια είναι η λύση για τις διάφορες τιμές της παραμέτρου λ ; (Μονάδες 2.5)

2. Να λυθεί η παρακάτω διαφορική εξίσωση $y' - \frac{3y}{x} - x^3 = 0$ (Μονάδες 1.5)
3. Ποιος ο ρυθμός τεχνικής υποκατάστασης για την συνάρτηση παραγωγής $Q(K, L) = cK^a L^b$ (Μονάδες 0.5)

ΘΕΜΑ 3 (Μονάδες 2.5)

1. Η ελαστικότητα ζήτησης ως προς την τιμή ενός αγαθού είναι σταθερή και ίση με -4. Να υπολογίσετε την συνάρτηση συνολικών εσόδων για $P=3$ και $Q=6$. (Μονάδες 1.5)
2. Να υπολογίσετε την τιμή της Εσσιανής για την συνάρτηση παραγωγής $Q(K, L) = \sqrt{K^2 + L^2}$ όταν $K=L=2$ (Μονάδες 1)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ



ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1 (Μονάδες 3.5)

Οι ποσότητες που μεγιστοποιούν είναι $Q_1=1,2$ και $Q_2=1,6$.

Η λύση είναι $x=0$.

ΘΕΜΑ 2 (Μονάδες 4.5)

Η λύση για τις διάφορες τιμές της παραμέτρου λ είναι $Q_1 = \frac{19}{7} - \frac{3k}{7}$, $Q_2 = \frac{23}{7} - \frac{7k}{7}$, $Q_3 = k$

Η λύση της διαφορικής εξίσωσης $y' - \frac{3y}{x} - x^3 = 0$ είναι $y = cx^3 + x^4$

Ο ρυθμός τεχνικής υποκατάστασης για την συνάρτηση παραγωγής είναι bK/aL .

ΘΕΜΑ 3 (Μονάδες 2.5)

Η συνάρτηση συνολικών εσόδων $TR(Q) = Q^4 \sqrt{\frac{246}{Q}}$

$$H = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} - \frac{x^2}{(x^2 + y^2)^{3/2}} & \frac{-xy}{(x^2 + y^2)^{3/2}} \\ \frac{-xy}{(x^2 + y^2)^{3/2}} & \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} - \frac{y^2}{(x^2 + y^2)^{3/2}} \end{bmatrix}$$