



ΤΜΗΜΑ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΙΑ ΟΙΚΟΝΟΜΟΛΟΓΟΥΣ ΙΙ-ΙΟΥΝΙΟΣ 2021-2022 (Επί Πτυχίω)

ΘΕΜΑ 1 (Μονάδες 3.5)

$$x_1 - x_2 + 2x_3 = 1$$

1. Να λυθεί το παρακάτω σύστημα $2x_1 + 2x_2 - x_3 = -2$ (Μονάδες 2.5)

$$3x_1 + x_2 + 2x_3 = -1$$

2. Για τη συνάρτηση $Q(K, L) = \sqrt{K^2 + L^2}$ να υπολογιστούν οι τιμές των παραγώγων $Q_K(1, 0), Q_{LL}(1, 1)$ (Μονάδες 1).

ΘΕΜΑ 2 (Μονάδες 4.5)

1. Να λυθεί η παρακάτω διαφορική εξίσωση $\frac{dy}{dt} = 6y + 27$ εάν η τιμή του y είναι 18 όταν ο χρόνος $t=0$.

(Μονάδες 1.5)

2. Μια επιχείρηση παράγει τρία προϊόντα σε ποσότητες x, y, z με αντίστροφες συναρτήσεις ζήτησης:

$$P_x = 70 - 2x - y - z$$

$$P_y = 120 - x - 4y - 2z$$

$$P_z = 90 - x - y - 3z$$

Το συνολικό κόστος δίνεται ως εξής: $TC = x^2 + xy + 2y^2 + 2yz + z^2 + xz$

Να υπολογίσετε τις ποσότητες όπου η επιχείρηση μεγιστοποιεί τα κέρδη της. Να ελέγξετε εάν όντως το σημείο είναι μέγιστο (Μονάδες 3).

ΘΕΜΑ 3 (Μονάδες 3)

1. Ο πληθυσμός μιας πόλης αυξάνεται με σταθερό ρυθμό 4% ανά έτος. Εάν ο αρχικός πληθυσμός είναι 5200 να υπολογίσετε τον πληθυσμό την χρονική στιγμή t (Μονάδες 1).

2. Εάν $Q = 25K^{0.4}L^{0.5}$ και $K = 0.8L^2$ ποια θα είναι η συνολική επίδραση μιας μεταβολής του L στο Q ;

Υπολογίστε τις άμεσες και έμμεσες επιδράσεις (Μονάδες 2).



ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1

1. Η λύση του συστήματος $(x_1, x_2, x_3) = \left(\kappa, \frac{-5\kappa}{3} - 1, \frac{-4\kappa}{3} \right), \kappa \in \mathbb{R}$.

2. $Q_{\kappa}(1, 0) = 1, Q_{LL}(1, 1) = \frac{1}{2\sqrt{2}}$

ΘΕΜΑ 2

1. Η λύση είναι η παρακάτω: $y = A e^{6t} - 4.5$

2. $(x, y, z) = (5.95, 6.43, 5)$

ΘΕΜΑ 3

1. Ο πληθυσμός στην χρονική στιγμή t ισούται με $P(t) = 5200e^{0.4t}$

2. Θα πρέπει να υπολογιστεί το παρακάτω: $\frac{dK}{dL} = 1.6L, \frac{dQ}{dL} = 1.6K^{-0.6}L^{1.5} + 12.5K^{0.4}L^{-0.5}$