



ΤΜΗΜΑ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΙΑ ΟΙΚΟΝΟΜΟΛΟΓΟΥΣ ΙΙ-ΙΟΥΝΙΟΣ 2021-2022

ΘΕΜΑ 1 (Μονάδες 3)

Μία επιχείρηση παράγει τρία προϊόντα σε ποσότητες q_1, q_2, q_3 με αντίστροφες συναρτήσεις ζήτησης

$$p_1 = 70 - 2q_1 - q_2 - q_3$$

$p_2 = 120 - q_1 - 4q_2 - 2q_3$. Το συνολικό κόστος δίνεται απο την συνάρτηση

$$p_3 = 90 - q_1 - q_2 - 3q_3$$

$TC = q_1^2 + q_1q_2 + 2q_2^2 + 2q_2q_3 + q_3^2 + q_1q_3$. Ποιες ποσότητες μεγιστοποιούν το κέρδος;

ΘΕΜΑ 2 (Μονάδες 3)

Μια επιχείρηση με τρεις διαφορετικές εγκαταστάσεις αντιμετωπίζει την παρακάτω συνάρτηση κερδών

$$\Pi(q_1, q_2, q_3) = -24 + 839q_1 + 837q_2 + 835q_3 - 5.05q_1^2 - 5.03q_2^2 - 5.02q_3^2 - 10q_1q_2 - 10q_3q_2 - 10q_1q_3.$$

Να υπολογίσετε τις ποσότητες για κάθε εγκατάσταση όπου η επιχείρηση μεγιστοποιεί τα κέρδη της. Να ελέγξετε εάν όντως το σημείο είναι μέγιστο.

ΘΕΜΑ 3 (Μονάδες 2)

Δίνεται η παρακάτω συνάρτηση παραγωγής: $Q = cK^aL^b$, a, b, c , σταθερες. Ποιος ο ρυθμός τεχνικής υποκατάστασης; Να υπολογίσετε την μεταβολή του παράγοντα εργασίας ώστε το προϊόν να παραμένει σταθερό εάν το κεφάλαιο μειωθεί κατά 2% (*Θεωρείστε ότι αρχικά $K=K^*$, $L=L^*$*) (Μονάδες 2)

ΘΕΜΑ 4 (Μονάδες 2)

1. Να λυθεί η παρακάτω διαφορική εξίσωση $\frac{dy}{dt} = 6y + 27$ εάν η τιμή του y είναι 18 όταν ο χρόνος $t=0$.

2. Να λυθεί η παρακάτω διαφορική εξίσωση $y'' + 2y' = 0$

**ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ****ΘΕΜΑ 1**

Οι ποσότητες που μεγιστοποιούν το κέρδος είναι $Q_1 = 5.95, Q_2 = 6.43, Q_3 = 5$. Η εσιανή πρώτης και τρίτης τάξης ισούται με -6 ενώ η δεύτερης ισούται με 63 . Άρα το σημείο είναι μοναδικό ολικό μέγιστο.

ΘΕΜΑ 2

Υπολογίζοντας τις παραγώγους καταλήγουμε σε ένα σύστημα 3×3 . Οι τελικές λύσεις είναι $Q_1 = 42, Q_2 = 36.6, Q_3 = 4.9$

ΘΕΜΑ 3

α) Ο ρυθμός τεχνικής υποκατάστασης ισούται με $MTRS = \frac{bK}{aL}$. Το ποσοστό μεταβολή της εργασίας θα είναι ίσο με: $\frac{2a}{b} \%$.

ΘΕΜΑ 4

Η λύση είναι η παρακάτω: $y = Ae^{6t} - 4.5$ και για την δεύτερης τάξεως $y = c_1 + c_2 e^{-2x}$.