ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΥΠΟΛΗ - ΡΙΟ 26500 ΠΑΤΡΑ

UNIVERSITY OF PATRAS
DEPARTMENT OF ECONOMICS
UNIVERSITY CAMPUS- RIO 26500 PATRAS, GR

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΓΙΑ ΟΙΚΟΝΟΜΟΛΟΓΟΥΣ ΙΙ
ΘΕΜΑΤΑ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗΣ ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΥ 2010-2011-ΕΠΙ ΠΤΥΧΙΩ

ΘΕΜΑ 1 (3.5 Μονάδες)

1. Το διαθέσιμο κεφάλαιο μιας επιχείρησης που παράγει ένα προϊόν χρησιμοποιώντας τους παραγωγικούς συντελεστές K,L είναι 480 χιλιάδες ευρώ. Ζητείται να μεγιστοποιηθεί η παραγωγή της επιχείρησης εάν γνωρίζουμε ότι:

   $$Q = 160K + 103L - 4K^2 - 1.03L^2$$
   $$s.t \quad 64K + 51.5L = 480$$

2. Μια επιχείρηση έχει το μονοπώλιο σε καφέ και ζάχαρη σε μια περιφέρεια. Οι αντίστοιχες συναρτήσεις ζήτησης δίνονται ως εξής: $3Q_K = 40 - P_1, Q_Z = 28 - P_2$ ενώ η συνάρτηση συνολικού κόστους δίνεται ως εξής: $TC = 2Q_K^2 + 4Q_K Q_Z + 3Q_Z^2$

   Για ποιες ποσότητες καφέ και ζάχαρη η επιχείρηση μεγιστοποιεί το κέρδος της;

ΘΕΜΑ 2 (3 Μονάδες)

Να επιλύσετε τις παρακάτω διαφορικές εξισώσεις:

$y'' - 9y = 0, x^2 y' = x^2 y^2 + xy + 1$ με μερική λύση $y = {}^{a}\!/_{x}$,

$dy + {}^{y}\!/_{x}\, dx = e^{2x} dx$

ΘΕΜΑ 3 (3.5 Μονάδες)

1. Δίνεται ο πίνακας $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$. Να βρεθεί ο A^{-1} και να δείξετε ότι $A + A^{-1} = 6AA^{-1}$ (*1.5 Μονάδες*).
2. Να λυθεί το παρακάτω σύστημα: (2 Μονάδες)

   $$2x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1$$
   $$x_1 - 2x_3 + 2x_4 = 6$$
   $$3x_1 + 3x_2 - x_3 + 3x_4 = 8$$
   $$4x_1 - x_4 = 1$$

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΥΠΟΛΗ - ΡΙΟ 26500 ΠΑΤΡΑ

UNIVERSITY OF PATRAS
DEPARTMENT OF ECONOMICS
UNIVERSITY CAMPUS- RIO 26500 PATRAS, GR

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1

1. Σχηματίζουμε την συνάρτηση Langrange και οι λύσεις που παίρνουμε είναι $K = 4.99, L = 3.11$
2. Σχηματίζουμε την συνάρτηση κέρδους
   $\Pi(Q_K, Q_Z) = P_1 Q_K + P_2 Q_Z - TC = -5Q_k^2 + 62Q_K - 7Q_Z^2 + 58Q_Z - 40Q_K Q_Z$
   Οι πρώτες παράγωγοι μας δίνουν τις εξής λύσεις $Q_K = 5.1, Q_Z = 2.7$ Οι συνθήκες δεύτερης τάξης ικανοποιούν το ζητούμενο μας για την μεγιστοποίηση της συνάρτησης κερδών.

ΘΕΜΑ 2

$y'' - 9y = 0 \Leftrightarrow y = c_1 e^{3x} + c_2 e^{-3x}$

$x^2 y' = x^2 y^2 + xy + 1$ με μερική λύση $y = a/x \Leftrightarrow y = -\dfrac{1}{x} + \dfrac{2x}{c - x^2}$,

$dy + y/x \, dx = e^{2x} dx \Leftrightarrow y = \dfrac{1}{x}\left[c + 1/2\, x e^{2x} - 1/4\, e^{2x}\right]$

ΘΕΜΑ 3

1. Ο $A^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}$

   Η σχέση που ζητείται αποδεικνύεται πολύ εύκολα εάν αθροίσουμε τον πίνακα Α και τον αντίστροφό του.
2. Ο επαυξημένος πίνακας του συστήματος είναι ο κάτωθι και μετά από γραμμοπράξεις

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 2 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & -2 & 2 & 6 \\ 3 & 1 & -1 & 3 & 8 \\ 4 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

προκύπτει ο

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$