

ΕΡΓΑΣΙΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΓΙΑ ΟΙΚΟΝΟΜΟΛΟΓΟΥΣ Ι ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΟ ΕΤΟΣ 2010-2011

Παρακάτω δίνονται συνολικά ασκήσεις με πολλαπλά ερωτήματα τις οποίες θα επιλύσετε με όποιον τρόπο θέλετε. Οι συγκεκριμένες ασκήσεις αντιστοιχούν σε ποσοστό 10% της συνολικής σας βαθμολογίας εάν αυτές επιλυθούν στο σύνολο τους και σωστά. Οι ασκήσεις θα παραδοθούν μέχρι και την Κυριακή 30 /01/2011 και μόνο ηλεκτρονικά στο e-mail: Kounetas@upatras.gr. Θα ήταν προτιμότερο να δοθούν με την μορφή word document και με την χρήση του προγράμματος math type ή Microsoft equation για την αναγραφή του μαθηματικού κομματιού. Οποιαδήποτε καθυστέρηση θα σημαίνει μηδενική βαθμολόγηση.

Καλές Γιορτές με Υγεία και ευτυχισμένος ο καινούργιος χρόνος

Άσκηση 1

Να βρεθούν τα πεδία ορισμού των παρακάτω συναρτήσεων:

$$1. f(x) = \sqrt{2x^2 - x - 1}, (\text{απάντηση: } (-\infty, -\frac{1}{2}] \cup [1, +\infty))$$

$$2. g(x) = \frac{-2x^2 + 6x - 4}{x^3 - 2x^2 - 5x + 6}, (\text{απάντηση: } \mathbb{R} - \{-2, 1, 3\})$$

$$3. f(x) = 3^{\ln(x+1)-2} - 1 (\text{απάντηση: } (-1, +\infty))$$

Άσκηση 2

Να βρεθεί το πεδίο τιμών της συνάρτησης $f(x) = \frac{x^2 + 4}{x^2 + x + 1}$.

Άσκηση 3

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{2x+1}{3+x}$. Δείξτε ότι είναι περιττή. Να μελετηθεί ως προς την μονοτονία.

Άσκηση 4

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \sqrt{1-x}$, $g(x) = \sqrt{x}$. Να βρεθεί η gof .

Άσκηση 5

Να μελετηθεί η ακόλουθη συνάρτηση $f(x) = |x^2 - 4x + 3|$.

Άσκηση 6

Να υπολογιστούν τα όρια των παρακάτω συναρτήσεων:

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} x^x = \dots = 1$$

$$2. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sin 5x}{\sin 2x + \tan x} =$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \left[\frac{2x^2 - 5x + 3}{x^2 + 4} \right] = \dots = 2$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 4} \left| \frac{x^2 - 9x + 20}{x - 4} \right| = \dots = 1$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x^2 - 8x + 16}}{x - 4} = \dots = \delta \epsilon \nu \exists$$

Άσκηση 7

Μια επιχείρηση παραγωγής γάλατος παράγει x κουτιά την ημέρα με ημερήσιο συνολικό κόστος $C(x) = \frac{50x(x+200)}{x+100}$. Να δείξετε ότι καθώς η παραγωγή γάλατος αυξάνει το συνολικό κόστος αυξάνεται και το μέσο κόστος μειώνεται.

Άσκηση 8

1. Να βρεθεί ένας προσεγγιστικός τύπος για την συνάρτηση ζήτησης όταν η ζήτηση και η τιμή ενός προϊόντος συνδέονται απ την σχέση $D(p) = p^{0.2p+D^2(p)}$
2. Να διατυπωθεί σε ανάπτυγμα MacLaurin η συνάρτηση $f(x) = \ln(1+x)$.

Άσκηση 9

Να υπολογιστούν τα παρακάτω ολοκληρώματα:

$$1. \int 2x(x^2 + 3)^4 dx \quad 2. \int (x^2 + 3)^{-3} dx$$

$$3. \int x\sqrt{x+1} dx \quad 4. \int (1-2x)^{100} dx$$

$$5. \int \frac{e^{2x}}{1+e^x} dx \quad 6. \int x^2 2^x dx$$

$$7. \int 3^x \sin x dx \quad 8. \int \sqrt{3x^2 + 3x + 1} dx$$

$$9. \int \frac{3x+5}{\sqrt{x^2+x+1}} dx \quad 10. \int \frac{e^x-1}{e^x+1} dx$$

$$11. \int \frac{dx}{1+\cos x} \quad 12. \int \sqrt{x} (1+\sqrt[3]{x})^4 dx$$

$$13. \int \frac{\sin^5 x}{\cos^2 x} dx \quad 14. \int \cos^4 x dx$$

$$15. \int \frac{x+1}{x^4-5x^3+9x^2-7x+2} dx \quad 16. \int \frac{2x^2+3x-5}{(x-2)^3} dx$$

Άσκηση 10

Η ζήτηση και η τιμή ενός προϊόντος συνδέονται με την παρακάτω σχέση $0.1q-10+0.2p+0.02p^2=0$. Να υπολογίσετε την τιμή της ελαστικότητας ζήτησης για $p=10$. (Απ. $\varepsilon_d = -1$)

Άσκηση 11

Το κόστος παραγωγής x πακέτων δημητριακών είναι $C(x) = 3x + 4\sqrt{x} + 2$. Η εβδομαδιαία παραγωγή μετά από t εβδομάδες αναμένεται να είναι $x = 6200 + 100t$. Να υπολογιστεί το πόσο γρήγορα αυξάνονται τα κόστη όταν $t=2$ (Απ. 302.5).

Άσκηση 12

Να υπολογιστεί το οριακό έσοδο για την παρακάτω συνάρτηση ζήτησης $p = \sqrt{100 - 0.1x - 0.00001x^2}$ όπου p η τιμή του προϊόντος και x η ζητούμενη ποσότητα όταν $x=0$ (Απ. MR=10).

Άσκηση 13

Το ονομαστικό ημερομίσθιο μιας ομάδας εργατών δίνεται ως εξής $W(t) = 3 + 0.5t$ μεταξύ των ετών 1995-2005 όπου t ο χρόνος σε έτη. Κατά την διάρκεια της περιόδου αυτής ο δείκτης τιμών καταναλωτή δίνεται από την συνάρτηση $I(t) = 100 + 3t + 0.5t^2$.

Το πραγματικό ημερομίσθιο, αφού αποπληθωριστεί, δίνεται από τον τύπο $\frac{100W(t)}{I(t)}$.

Να υπολογιστεί ο ρυθμός μεταβολής του δείκτη πραγματικού ημερομισθίου τα έτη 1995, 2000, 2005 (Απ. 1995-0,41,2000-0,121,2005—0,043).

Άσκηση 14

Μια επιχείρηση έχει εκτιμήσει ότι η ζήτηση για ένα προϊόν μεταβάλλεται ανάλογα με την τιμή με την οποία χρεώνει το προϊόν της, σύμφωνα με την σχέση: $Q = 28000 - 400P$ όπου Q είναι η ποσότητα που ζητείται από την επιχείρηση και P η τιμή του προϊόντος. Το συνολικό ετήσιο κόστος από την παραγωγή Q μονάδων ισούται με: $TC = 350000 + 300Q + 0.0015Q^2$

(α) Βρείτε πόσες μονάδες Q πρέπει να παραχθούν έτσι ώστε να μεγιστοποιηθούν τα κέρδη της επιχείρησης.

(β) Σε ποια τιμή θα πρέπει να διατίθεται το προϊόν;

(γ) Ποια θα είναι τα κέρδη της επιχείρησης;

(δ) Αν μέγιστη δυνατή παραγόμενη ποσότητα είναι 40000 μονάδες, ποια θα είναι η νέα άριστη ποσότητα που θα μεγιστοποιήσει τα κέρδη της επιχείρησης; Συγκρίνετε την νέα ποσότητα με αυτή του ερωτήματος α.

Άσκηση 15

Το εθνικό εισόδημα μιας χώρας δίνεται από τον τύπο $I(t) = 20 \cdot 10^{12} e^{0.1\sqrt{t}}$ και ο πληθυσμός της από τον τύπο $P(t) = 9 \cdot 10^6 e^{0.03t}$ όπου t ο χρόνος. Να υπολογίσετε το λόγο του ρυθμού μεταβολής του κατά κεφαλήν εισοδήματος προς το συνολικό κατά κεφαλήν την χρονική στιγμή $t=4$ (Απ. $-0,05\%$)

(Κατά κεφαλήν εισόδημα είναι το εισόδημα που αναλογεί κατά μέσο όρο σε κάθε κάτοικο της χώρας ανεξάρτητα από τη συμμετοχή του στην παραγωγική διαδικασία).

Άσκηση 16

Να υπολογισθεί η παράγωγος της συνάρτησης $I(t) = 3^{t^2-7t+2}$.

Άσκηση 17

Να υπολογιστούν οι αριθμοί α , β ώστε η παρακάτω συνάρτηση να είναι συνεχής:

$$Q(x) = \begin{cases} a - 2 \cos x, & x \leq -\pi \\ a \cos x + \beta, & -\pi < x < \pi \\ \sin x + 6 - 2\beta, & x \geq \pi \end{cases}$$

(Απ. $\alpha=0$, $\beta=2$)