



ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΓΙΑ ΟΙΚΟΝΟΜΟΛΟΓΟΥΣ Ι (ΕΠΙ ΠΤΥΧΙΩ)
ΚΟΥΝΕΤΑΣ ΚΩΝ/ΝΟΣ: ΘΕΜΑΤΑ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2017-2018

ΘΕΜΑ 1 (3 Μονάδες)

Μια επιχείρηση παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας παράγει ηλεκτρικό ρεύμα με βάση τις ακόλουθες συναρτήσεις κόστους και εσόδων $TC(q) = 2q^3 - 8q^2 + 100q + 50$, $R(q) = 225q - q^2$ όπου q η κιλοβατώρα ενέργειας που παράγει ανά ημέρα, $R(q)$ τα έσοδα και $TC(q)$ το συνολικό κόστος της επιχείρησης. Να υπολογίσετε σε ποια επίπεδο παραγωγής η επιχείρηση μεγιστοποιεί το κέρδος της. Εάν τώρα συνυπολογίσουμε και την συνάρτηση εκπομπής ρύπων στο συνολικό κέρδος $E(q) = 100q - q^2$ ποια η νέα ποσότητα; Ποιο το μέγιστο κέρδος και στις δύο περιπτώσεις;

ΘΕΜΑ 2 (2 Μονάδες)

Να υπολογιστεί ο ποσοστιαίος ρυθμός μεταβολής την χρονική στιγμή $t=4$ των οριακών εσόδων μιας επιχείρησης η οποία παράγει ένα προϊόν με επίπεδο παραγωγής την χρονική στιγμή t , $y(t) = 8000e^{0.1\sqrt{t}}$ εάν γνωρίσετε ότι την ίδια χρονική στιγμή t η τιμή της μονάδας είναι $P(t) = 50e^{0.2\sqrt{t}}$.

ΘΕΜΑ 3 (3 Μονάδες)

1. Να υπολογίσετε το κοινωνικό πλεόνασμα ενός συγκεκριμένου αγαθού σε ισορροπία εάν οι αντίστροφες συναρτήσεις προσφορά και ζήτησης δίνονται αντίστοιχα ως $p = 100 - q^2$, $p = 50 + q^2$ (μονάδες 1.5).
2. Τα οριακά έσοδα και το οριακό κόστος για μια επιχείρηση δίνονται με βάση τις εξισώσεις $MR = 6$, $MC = 4 + 0.02Q$. Εάν το σταθερό κόστος ισούται με μηδέν να υπολογίσετε τις παραγόμενες ποσότητες για τις οποίες η συγκεκριμένη επιχείρηση κατασκευάζει το προϊόν (μονάδες 1.5).



ΘΕΜΑ 4 (2 Μονάδες)

A. Να μελετήσετε ως προς την σύγκλιση τις εξής δυναμοσειρές: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}}{n!}$, $\sum_{n=1}^{\infty} 3^{-n} n$,

B. Να υπολογιστούν τα παρακάτω όρια: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 5x + 3}{x^2 + 4}$, $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x^2}{(x-1)^2}$

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ



ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ 1

Σε σχέση με πρώτο ερώτημα οι ποσότητες που μεγιστοποιούν την συνάρτηση κερδών είναι

$q=5.875, q=-3.54$ (απορρίπτεται). Επίσης $\frac{d^2\Pi}{dt^2} < 0$. Το μέγιστο κέρδος με αντικατάσταση είναι

520,4 ευρώ. Ομοίως και για το δεύτερο ερώτημα η ποσότητα που μεγιστοποιεί είναι $q=3.77$

ΘΕΜΑ 2

Υπολογίζουμε το $\frac{R'(t)}{R(t)} = \frac{(400000e^{0.3\sqrt{t}})'}{400000e^{0.3\sqrt{t}}} = \dots = \frac{7.5}{\sqrt{t}} = 3.75\%|_{t=4}$

ΘΕΜΑ 3

1. $CS=250/3, PS=250/3$. Συνεπώς το κοινωνικό πλεόνασμα είναι ίσο με $500/3$.

2. Η επιχείρηση για ποσότητα $Q < 200$ θα κατασκευάζει το προϊόν της.

ΘΕΜΑ 4

A. Με βάση το κριτήριο του λόγου η πρώτη σειρά συγκλίνει ενώ με το κριτήριο της ρίζας η δεύτερη δυναμοσειρά συγκλίνει επίσης (και οι δύο δίνουν μηδέν αποτέλεσμα).

B. Τα πρώτο όριο διαιρώντας κλασσικά με x^2 τόσο τον αριθμητή όσο και τον παρανομαστή δίνει αποτέλεσμα $1/2$. Το δεύτερο όριο έπειτα από την εφαρμογή του κανόνα L'Hospital δεν υπάρχει καθώς τα πλευρικά όρια στον αριθμό 1 δίνουν διαφορετικά αποτελέσματα.