


**ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΓΙΑ ΟΙΚΟΝΟΜΟΛΟΓΟΥΣ Ι (ΕΠΙ ΠΤΥΧΙΩ)**
**ΚΟΥΝΕΤΑΣ ΚΩΝ/ΝΟΣ: ΘΕΜΑΤΑ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2011**
**ΘΕΜΑ 1 (3 Μονάδες)**

Μια επιχείρηση παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας παράγει ηλεκτρικό ρεύμα με βάση τις ακόλουθες συναρτήσεις κόστους και εσόδων  $TC(q) = 2q^3 - 8q^2 + 100q + 50$ ,  $R(q) = 225q - q^2$  όπου  $q$  η κιλοβατώρα ενέργειας που παράγει ανά ημέρα,  $R(q)$  τα έσοδα και  $TC(q)$  το συνολικό κόστος της επιχείρησης. Να υπολογίσετε σε ποια επίπεδο παραγωγής η επιχείρηση μεγιστοποιεί το κέρδος της. Εάν τώρα συνυπολογίσουμε και την συνάρτηση εκπομπής ρύπων στο συνολικό κέρδος  $E(q) = 100q - q^2$  ποια η νέα ποσότητα. Ποιο το μέγιστο κέρδος και στις δύο περιπτώσεις;

**ΘΕΜΑ 2 (2 Μονάδες)**

Μια επιχείρηση έχει την εξής συνάρτηση παραγωγής  $Q = 0.65K^{0.72}$  (θεωρούμε ότι ο μοναδικός συντελεστής παραγωγής που χρησιμοποιείται είναι το κεφάλαιο). Να βρεθεί το οριακό προϊόν του κεφαλαίου και να εξηγήσετε τι αυτό σημαίνει. Εάν την παρούσα στιγμή η επιχείρηση έχει ως κεφάλαιο 10 εκ. ευρώ, να βρεθεί προσεγγιστικά η παραγωγή της εάν αυξήσει το κεφάλαιο της κατά 2%.

**ΘΕΜΑ 3 (3 Μονάδες)**

Η οριακή ροπή για αποταμίευση με βάση τα επενδυτικά προγράμματα τριών τραπεζών Α, Β και Γ δίνεται ως εξής  $MPS_A = 0.5 - 0.4I^{-3/2}$ ,  $MPS_B = (I+4) \ln I$ ,  $MPS_\Gamma = Ie^{2I}$ . Εάν η αποταμίευση είναι μηδενική για διαθέσιμο εισόδημα 100 ποια θεωρείται ως πιο ασφαλή επιλογή;

**ΘΕΜΑ 4 (2 Μονάδες)**

A. Να μελετήσετε ως προς την σύγκλιση τις εξής δυναμοσειρές:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}}{n!}$ ,  $\sum_{n=1}^{\infty} 3^{-n} n$ ,

B. Να υπολογιστούν τα παρακάτω όρια:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 5x + 3}{x^2 + 4}$ ,  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x^2}{(x-1)^2}$



**ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ**

**ΘΕΜΑ 1**

Σε σχέση με πρώτο ερώτημα οι ποσότητες που μεγιστοποιούν την συνάρτηση κερδών είναι

$q=5.875, q=-3.54$  (απορρίπτεται). Επίσης  $\frac{d^2\Pi}{dt^2} < 0$ . Το μέγιστο κέρδος με αντικατάσταση είναι

520,4 ευρώ. Ομοίως και για το δεύτερο ερώτημα η ποσότητα που μεγιστοποιεί είναι  $q=3.77$

**ΘΕΜΑ 2**

Το οριακό προϊόν δίνεται  $\frac{dQ}{dK} = 0.478K^{-0.28}$ . Το διαφορικό της παραγωγής κατά την αύξηση των

εργαζομένων κατά δύο ισούται  $dK = 0.0000578$

**ΘΕΜΑ 3**

Δείτε το αρχείο pdf.

**ΘΕΜΑ 4**

**A.** Με βάση το κριτήριο του λόγου η πρώτη σειρά συγκλίνει ενώ με το κριτήριο της ρίζας η δεύτερη δυναμοσειρά συγκλίνει επίσης ( και οι δύο δίνουν μηδέν αποτέλεσμα).

**B.** Τα πρώτο όριο διαιρώντας κλασσικά με  $x^2$  τόσο τον αριθμητή όσο και τον παρανομαστή δίνει αποτέλεσμα 1/2. Το δεύτερο όριο έπειτα από την εφαρμογή του κανόνα L'Hospital δεν υπάρχει καθώς τα πλευρικά όρια στον αριθμό 1 δίνουν διαφορετικά αποτελέσματα.