



ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΓΙΑ ΟΙΚΟΝΟΜΟΛΟΓΟΥΣ Ι
ΠΟΛΥΜΕΝΗΣ Α-ΚΟΥΝΕΤΑΣ Κ: ΘΕΜΑΤΑ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗΣ ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2010

ΘΕΜΑ 1 (2.5 Μονάδες)

Σε μια επιχείρηση που λειτουργεί σε πλήρη ανταγωνισμό οι συναρτήσεις προσφοράς και ζήτησης για ένα προϊόν της δίνονται ως εξής: $D_p = 4 - 5P$, $D_s = -7 + 10P$. Εάν η κυβέρνηση επιβάλλει φορολογία t ευρώ να υπολογίσετε:

1. Την τιμή t που μεγιστοποιεί τα συνολικά έσοδα από την φορολογία
2. Την μείωση του φόρου λόγω της προσφερόμενης ποσότητας (Θεωρείστε ότι η φορολογία επιβαρύνει μόνο τον παραγωγό)

ΘΕΜΑ 2 (2.5 Μονάδες)

A. Μια επιχείρηση που παράγει φάρμακα για ημικρανίες έχει συνάρτηση ζήτησης $D = kP^{-r}$, $k, r > 0$ Να υπολογίσετε την ελαστικότητα ζήτησης (τι παρατηρείτε; 1 Μονάδα).

B. Να προσεγγίσετε την παρακάτω συνάρτηση $P(q) = \ln(1 + e^q)$ με ένα πολυώνυμο 3^{ου} βαθμού όταν $q=1$.

ΘΕΜΑ 3 (3 Μονάδες)

Η συνάρτηση συνολικού κόστους τριών διαφορετικών επιχειρήσεων που παράγουν ξυλεία είναι

$$TC_1 = \int \frac{q dq}{q^2 + 1}, TC_2 = \int q^3 \ln q dq, TC_3 = \int 3^q dq. \text{ Για ποσότητα 1 τόνου ποια επιχείρηση θεωρείτε}$$

ότι εμφανίζει το μικρότερο συνολικό κόστος;

ΘΕΜΑ 4 (2 Μονάδες)

A. Να μελετήσετε ως προς την σύγκλιση τις εξής δυναμοσειρές: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n}, \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{5n^2 + 1}$,

B. Μια βιοτεχνία ενδυμάτων για να παράγει x κυβικά μέτρα υφάσματος το μήνα έχει κόστος

$$\text{παραγωγής } TC = \frac{87x^2 - 21x + 31}{12x^2 + 43}$$

Ποιο το κόστος όταν το x τείνει στο 3 και ποιο όταν τείνει στο άπειρο



ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ 1

Η τιμή του φόρου που μεγιστοποιεί τα έσοδα υπολογίζεται με βάση την συνθήκη $D_s = D_p$ και ισούται με $1/20$ ενώ η συνθήκη δεύτερης τάξης ικανοποιείται.

Η ποσότητα που χάνεται λόγω φορολογίας ισούται με $1/6$.

ΘΕΜΑ 2

A. Η ελαστικότητα ζήτησης είναι σταθερή και ισούται με -1 .

B. Το προσεγγιστικό πολυώνυμο δίνεται ως εξής: $P_3(q) = \frac{e}{1+e} + \frac{e}{(1+e)^2} + \frac{e-e^3}{(1+e)^4}$.

ΘΕΜΑ 3

Οι συναρτήσεις συνολικού κόστους υπολογίζονται με βάση τα ολοκληρώματα ως

εξής $TC_1 = \frac{1}{2} \ln(q^2 + 1) + C$, $TC_2 = \frac{q^4}{4} \ln q - \frac{q^4}{16} + C$, $TC_3 = \frac{1}{\ln 3} 3^q + C$. Με απλή αντικατάσταση

υπολογίζετε ποια συνάρτηση εμφανίζει το μικρότερο κόστος.

ΘΕΜΑ 4

A. Και οι δύο δυναμοσειρές συγκλίνουν.

B. Το πρώτο όριο υπολογίζεται κλασικά με απλή αντικατάσταση ενώ το δεύτερο διαιρώντας με x^2 τόσο τον αριθμητή όσο και τον παρανομαστή δίνει αποτέλεσμα $87/12$.