



ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΙΑ ΟΙΚΟΝΟΜΟΛΟΓΟΥΣ Ι

ΚΟΥΝΕΤΑΣ ΚΩΝ/ΝΟΣ: ΘΕΜΑΤΑ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗΣ ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΣ 2015

ΘΕΜΑ 1 (Μονάδες 3.5)

1. Μια επιχείρηση που παράγει σε μονοπωλιακό καθεστώς έχει συνάρτηση συνολικών εσόδων  $TR(Q) = 80Q - 8Q^2$  και κόστους  $TC(Q) = 3Q^2 - 8Q + 50$ . Σε ποιο επίπεδο παραγωγής και τιμής μεγιστοποιεί τα κέρδη της; Εάν η κυβέρνηση επιβάλλει φόρο  $t$  ανά πωλούμενη μονάδα προϊόντος να υπολογιστεί η επίδραση του φόρου στο επίπεδο παραγωγής (σημ.  $MR=MC$ ). Να υπολογίσετε το μέγιστο επίπεδο φόρων (Μονάδες 2).

2. Δίνονται οι παρακάτω συναρτήσεις ζήτησης και προσφοράς  $P = \frac{75}{(1+Q_D)^2}$ ,  $P = 2 + \frac{Q_S^2}{16}$ . Να

βρεθεί το πλεόνασμα παραγωγού-καταναλωτή για τιμή  $P=3$  (Να γίνουν οι αντίστοιχες διαγραμματικές απεικονίσεις) (Μονάδες 1.5).

ΘΕΜΑ 2 (Μονάδες 3)

1. Ποια η ελαστικότητα ζήτησης ως προς την τιμή για την συνάρτηση  $Q = \frac{5P}{(1-3P)^2}$ ;

A.  $E_D = \frac{2P}{3}$  B.  $E_D = \frac{1+3P}{1-3}$  Γ.  $E_D = \frac{1+3P}{1-3P}$  Δ.  $E_D = \frac{1-3P}{1+3P}$  E.  $E_D = 1$  Z. Άλλο (.....)

2. Το παρακάτω όριο  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \left( \frac{1}{x-1} - \frac{1}{e^{x-1}-1} \right)$  τείνει στο:

A. 2 B. 0.75 Γ. 0 Δ. 1 E. 0.5 Z. Άλλο (.....)

3. Ομοίως για το όριο  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (e^{2x} + e^{-x})^{2/x}$

A. 2 B. 0.75 Γ.  $e^2$  Δ.  $e$  E. 0.5 Z. Άλλο (.....)

4. Θεωρείτε ότι η παρακάτω ροή χρηματικών μεταβολών  $\sum_{t=0}^{+\infty} \frac{t^t}{2^t t!}$  συγκλίνει ή αποκλίνει;



**ΘΕΜΑ 3 (Μονάδες 4)**

1. Ο πληθυσμός της Πάτρας αυξάνεται με ρυθμό  $P(M) = 3 + 6\sqrt{M}$  άτομα τον μήνα με  $M$  τον αριθμό των μηνών αρχής γενομένης από σήμερα. Κατά πόσο θα αυξηθεί ο πληθυσμός τους επόμενους 6 μήνες.
2. Να υπολογίσετε το παρακάτω ολοκλήρωμα  $\int_3^5 \frac{dQ}{\sqrt{Q-3}}$ .
3. Δίνεται το μακροοικονομικό υπόδειγμα προσδιορισμού του εθνικού εισοδήματος  $Y = C + I, C = f(Y)$  καθώς και ότι η απασχόληση  $A$  σχετίζεται με το ύψος του εθνικού εισοδήματος  $Y$  μέσω της σχέσης  $A = g(Y)$ . Ποιο το διαφορικό της απασχόλησης σε σχέση με το επίπεδο εθνικού εισοδήματος;
4. Να υπολογίσετε το πολυώνυμο McLaurin (4<sup>ης</sup> τάξεως) για την συνάρτηση  $f(w) = e^w$ . Ποιος ο ρόλος του υπολοίπου στο πολυώνυμο Taylor;

*ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ*



ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

**ΘΕΜΑ 1**

1. Η ποσότητα που μεγιστοποιεί είναι  $Q = 4$  και η τιμή  $P = 48$ . Στο δεύτερο ερώτημα  
 $MR = MC \Leftrightarrow 6Q - 8 + t = 80 - 16Q \Leftrightarrow Q = 4 - \frac{t}{22}$ . Ενώ στο τρίτο χρησιμοποιώντας την  
 συνάρτηση  $T = t \left( 4 - \frac{t}{22} \right)$  έχουμε μεγιστοποίηση για τιμή φόρου ίση με 44.
2. Ο υπολογισμός των πλεονασμάτων μέσω των ολοκληρωμάτων μας δίνει αποτελέσματα  
 $CS = 48, PS = 2.67$ .

**ΘΕΜΑ 2**

1. Γ.  $E_D = \frac{1+3P}{1-3P}$       2. Ε. 0.5      3. Ζ. Άλλο ( $e^4$ )

$$4. \sum_{t=0}^{+\infty} \frac{t^t}{2^t t!} : \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\frac{(t+1)^{t+1}}{2^{t+1} (t+1)!}}{\frac{t^t}{2^t t!}} = \dots = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{2} \left( \frac{t+1}{t} \right)^t = \frac{e}{2} > 1$$

2. Έτσι

**ΘΕΜΑ 3**

1. Θα χρησιμοποιήσω το ολοκλήρωμα  $\int_0^4 \sqrt{3+6N} dM = \dots = 34$
2.  $\int_3^5 \frac{dQ}{\sqrt{Q-3}} = 2\sqrt{2}$
3. Χρησιμοποιώντας τον τύπο του διαφορικού  $dA = \frac{g'(Y)}{1-f'(Y)} dI$ .
4. Θα έχουμε  $f(x) = 1 + \frac{x}{2} - \frac{x^2}{4 \times 2!} + \frac{3x^3}{8 \times 3!} - \frac{15x^4}{16 \times 4!} + R_5$ .