



ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΓΙΑ ΟΙΚΟΝΟΜΟΛΟΓΟΥΣ Ι
ΚΟΥΝΕΤΑΣ ΚΩΝ/ΝΟΣ: ΘΕΜΑΤΑ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗΣ ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2012

ΘΕΜΑ 1 (6.5 Μονάδες)

1. Δύο διαφορετικές επιχειρήσεις που ανήκουν στον ίδιο κλάδο εμφανίζουν τις παρακάτω συναρτήσεις οριακών εσόδων $MR_1 = 28Q - e^{0.3Q}$, $MR_2 = 10(1+Q)^{-2} + \ln Q$. Ποια από τις δύο επιχειρήσεις έχει τα περισσότερα έσοδα για ποσότητα 100 μονάδων παραγωγής; (1.5 Μονάδες).
2. Μια επιχείρηση έχει τις επόμενες συναρτήσεις συνολικού κόστους $TC(Q) = 50 + 111Q - 8Q^2 + \frac{Q^3}{3}$ και ζήτησης $Q = 100 - P$. Ποιο το μέγιστο επίπεδο προϊόντος που μεγιστοποιεί το κέρδος της και ποιο το κέρδος αυτό; Ποια η ελαστικότητα ζήτησης στο σημείο που μεγιστοποιούνται τα κέρδη (2.5 Μονάδες);
3. Για την προηγούμενη συνάρτηση κόστους να υπολογίσετε πόσο μεταβάλλεται η τιμή της όταν η παραγόμενη ποσότητα μεταβάλλεται από το 100 στο 100,001 (0.5 Μονάδες)
4. Εάν η προηγούμενη συνάρτηση ζήτησης για το συγκεκριμένο αγαθό μεταβληθεί σε $Q = 80 - 20\sqrt{P}$ ποιο το πλεόνασμα του καταναλωτή εάν η τιμή πώλησης μειωθεί από 10 σε 6 ευρώ; (1 Μονάδα)
5. Εάν η επιχείρησή μας εμφανίζει την παρακάτω συνάρτηση παραγωγής $Q = e^{K^2+2K}$ (Κ το κεφάλαιο) να υπολογίσετε την ποσότητα παραγωγής για ποσότητα κεφαλαίου ίση με 0.5 εκ. ευρώ με ακρίβεια 3 δεκαδικών ψηφίων (1 Μονάδα).



ΘΕΜΑ 2 (3.5 Μονάδες)

1. Ο επενδυτικός οίκος Rich προσπαθεί να εκτιμήσει την αξία του τόκου από μια ομολογία με άπειρη διάρκεια, σταθερό ρυθμό 1.3 εκ. ευρώ ανά έτος και συντελεστή προεξόφλησης 6%. Τι παρατηρείται (1 Μονάδα);
2. Η συνάρτηση οριακού κόστους μιας μονοπωλιακής επιχείρησης δίνεται ως εξής:
 $MC = Q^2 2Q + 1 - Q \ln Q^2$. Να υπολογίσετε τα όρια όταν η μονάδα παραγωγής τείνει στο μηδέν αλλά και στο άπειρο και να εξετάσετε την συνάρτηση ως προς τα κοίλα και την μονοτονία (2 Μονάδες).
3. Η παρακάτω σειρά $\sum_{n=1}^{\infty} 3^{-n} n$ συγκλίνει ή αποκλίνει; (0.5 Μονάδες)



ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ 1

1. Απάντηση στο αρχείο pdf.

2. Η συνάρτηση κερδών είναι $\Pi(Q) = -\frac{Q^3}{3} + 7Q^2 - 11Q - 50$. Οι τιμές που μεγιστοποιούν την ποσότητα είναι $Q_1 = 0.835, Q_2 = 13.164$. Η δεύτερη παράγωγος είναι $\Pi''(Q) = -2Q + 14$. Η πρώτη λύση απορρίπτεται ενώ η δεύτερη έχει αρνητική δεύτερη παράγωγο. Με αντικατάσταση υπολογίζουμε και το μέγιστο κέρδος. Απλά πρέπει να εφαρμόσουμε το τύπο και να υπολογίσουμε $\varepsilon_d = \frac{dQ}{dP} \frac{P}{Q} = -1 \frac{86.836}{13.164} = 6.596$.

3. Με βάση τον τύπο $dTC_{Q_0} = TC' dq = \dots = 8.511$

4. Υπολογίζουμε το εξής ολοκλήρωμα

$$DCS = \int_6^{10} D(P) dP = \int_6^{10} D(P) dP = 80P \Big|_6^{10} - \frac{40}{3} P^{3/2} \Big|_6^{10} = \dots =$$

5. Αρχείο PDF.

ΘΕΜΑ 2

1. Πρόκειται για τον υπολογισμό του ολοκληρώματος

$$PV = \int_0^{\infty} 1.3e^{-0.06t} dt = 1.3 \lim_{y \rightarrow \infty} \int_0^y e^{-0.06t} dt = \dots =$$

2. Το όριο όταν το Q τείνει στο μηδέν ισούται με 1 και όταν τείνει στο άπειρο τείνει επίσης στο άπειρο.

Μετά από τις κατάλληλες πράξεις προκύπτει ο παρακάτω πίνακας:

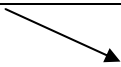


ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ

ΤΜΗΜΑ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΥΠΟΛΗ - ΡΙΟ 26500 ΠΑΤΡΑ



UNIVERSITY OF PATRAS

DEPARTMENT OF ECONOMICS
UNIVERSITY CAMPUS-RIO 26500 PATRAS, GR

$-\infty$		0	1	$+\infty$	
MC''		+	+	+	+
$MC'MC$		-	+	+	+
					



Λύσεις στο Mathematica

Series [$e^{x^2} + 2x$, { x , 0.5, 3}]

$$(1. + e^{0.25}) + (2 + 1. e^{0.25} \text{Log}[e]) (x - 0.5) + (e^{0.25} \text{Log}[e] + 0.5 e^{0.25} \text{Log}[e]^2) (x - 0.5)^2 + (1. e^{0.25} \text{Log}[e]^2 + 0.166667 e^{0.25} \text{Log}[e]^3) (x - 0.5)^3 + O[x - 0.5]^4$$

$$a = \sqrt[n]{n * 3^{-n}}$$

$$(3^{-n} n)^{\frac{1}{n}}$$

Limit[a , $n \rightarrow \infty$]

$$\frac{1}{3}$$

Integrate [$28x - e^{0.3x}$, { x , 0, 100}]

$$\frac{3.33333 - 3.33333 e^{30} + 140000. \text{Log}[e]}{\text{Log}[e]}$$

Integrate [$28x - e^{0.3x}$, x]

$$14x^2 - \frac{3.33333 e^{0.3x}}{\text{Log}[e]}$$

Integrate [$\frac{10}{(1+x)^2} + \ln x$, x]

$$\ln x - \frac{10}{1+x}$$

Integrate [$\frac{10}{(1+x)^2} + \ln x$, { x , 1, 100}]

$$\frac{495}{101} + 99 \ln x$$