



ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΓΙΑ ΟΙΚΟΝΟΜΟΛΟΓΟΥΣ Ι
ΘΕΜΑΤΑ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗΣ ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ-ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΥ 2011-ΤΜΗΜΑ Α

ΘΕΜΑ 1 (4 Μονάδες)

1. Να εξετάσετε εάν συγκλίνουν ή αποκλίνουν οι παρακάτω σειρές (1 Μονάδα).

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{5n^2 + 1}, \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n}$$

2. Τρεις διαφορετικές επιχειρήσεις που ανήκουν στο χώρο της κατεργασίας χαρτιού έχουν τις παρακάτω συναρτήσεις οριακού εσόδου:

$$MR_1 = \int_1^{10} \frac{\ln x}{x^2} dx, MR_2 = \int_1^{10} x\sqrt{x+1} dx, MR_3 = \int_1^{10} (2x+5)(x+1)^{0.5} dx.$$

Ποια από τις τρεις εμφανίζει, κατά την άποψη σας, τα περισσότερα έσοδα; (3 Μονάδες).

ΘΕΜΑ 2 (2.5 Μονάδες)

1. Ερευνητές της Greenpeace θεωρούν ότι το μέσο επίπεδο ρύπων CO_2 σε σχέση με τον πληθυσμό της Πάτρας συνδέεται με την παρακάτω μορφή $EM = 10 + 0.4P + 0.001P^2$ όπου EM οι εκλύσεις ρύπων και P ο πληθυσμός. Από την άλλη πλευρά, ο ρυθμός αύξησης του πληθυσμού της συγκεκριμένης πόλης σε t χρόνια από σήμερα δίνεται ως εξής $P = 752 + 23t + 0.5t^2$. Πόσο γρήγορα αυξάνει το επίπεδο ρύπων CO_2 όταν $t=2$; (1.5 Μονάδες).
2. Η συνάρτηση παραγωγής μιας επιχείρησης δίνεται ως εξής $TP(Q) = 4Q \ln Q$. Να βρείτε μια προσέγγιση της τιμής της συνάρτησης $TP(1,5)$ (1 Μονάδα).

ΘΕΜΑ 3 (3.5 Μονάδες)

1. Δίνεται η συνάρτηση κόστους μιας επιχείρησης που παράγει χημικά προϊόντα $TC(Q) = 5Q^3 - 7Q^2 + 10Q + 22$. Να προσδιορίσετε το σημείο παραγωγής στο οποίο η επιχείρηση χημικών ελαχιστοποιεί την συνάρτηση οριακού της κόστους (1 Μονάδες).
2. Μέσω του πολυωνύμου McLaurin να υπολογίσετε το πολυώνυμο 4^{ου} βαθμού που προσεγγίζει την συνάρτηση $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ (1.25 Μονάδες).
3. Να υπολογίσετε τα παρακάτω όρια $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x^2}{(x-1)^2}, \lim_{x \rightarrow 0^+} 2x^x$ (1.25 Μονάδες).

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ



ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1

1. Η πρώτη σειρά αποκλίνει ενώ η δεύτερη συγκλίνει

$$MR_1 = \int_1^{10} \frac{\ln x}{x^2} dx = \left[\frac{-\ln x + 1}{x} \right]_1^{10}$$

2. $MR_2 = \int_1^{10} x\sqrt{x+1} dx = \left[\frac{2}{5}(x+1)^{3/2} - \frac{2}{3}(x+1)^{5/2} \right]_1^{10}$

$$MR_3 = \int_1^{10} (2x+5)(x+1)^{0.5} dx = \left[\frac{4}{15}(x+1)(3x+7)\sqrt{x+1} \right]_1^{10}$$

ΘΕΜΑ 2

1. Ζητείται να υπολογίσουμε το εξής μέγεθος $\frac{dEM}{dt} = \frac{dEM}{dP} \frac{dP}{dt} = (0.4 + 0.0002P)(23 + t)$
 $t = 2 \Rightarrow P = 80$ άρα

$$\frac{dEM}{dt} = 14$$

Για

2. Με την χρήση του διαφορικού έχουμε ότι $TP(1, 5) = 2$

ΘΕΜΑ 3

1. Το σημείο όπου το οριακό κόστος ελαχιστοποιείται είναι το 0.466 ενώ η δεύτερη παράγωγος είναι θετική.
2. Η σειρά McLaurin δίνεται ως εξής:

$$f(x) = 1 - 2x + 2x^2 - 2x^3 + 2x^4 + R_5$$

$$R_5 = -\frac{2x^5}{(1+p^6)}$$

3. Το όριο υπολογίζεται με L'Hospital. Ωστόσο το πρώτο όριο δεν υπάρχει γιατί όταν το x τείνει στο 1 παίρνουμε ως πλευρικά όρια το $+$ και το $-$ άπειρο. Το δεύτερο όριο ισούται με 2.