

**ΤΜΗΜΑ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ
ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ
ΑΚ. ΕΤΟΣ 2022-2023**

Μαθηματικά για Οικονομολόγους I-Μάθημα 9ο Ολοκληρωμένα &
Οικονομικές Εφαρμογές (Ολοκληρωτικός Λογισμός).

Ορισμένο ολοκλήρωμα των συναρτήσεων οριακού κόστους και οριακού εσόδου

Η έννοια του ορισμένου ολοκληρώματος έχει διάφορες εφαρμογές στα οικονομικά. Για να υπολογίσουμε το συνολικό μεταβλητό κόστος TVC (Total Variable Cost - TVC) από τη συνάρτηση του οριακού κόστους MC (Marginal Cost - MC), για ένα συγκεκριμένο επίπεδο προϊόντος, πρέπει απλώς να προσδιορίσουμε το ορισμένο ολοκλήρωμα του MC μεταξύ της τιμής μηδέν και της δεδομένης ποσότητας. Για παράδειγμα έστω ότι θέλουμε να υπολογίσουμε την τιμή του TVC όταν $q=8$ και μας δίνεται η συνάρτηση του οριακού κόστους $MC = 7.5 + 0.3Q$. Αυτή η τιμή του συνολικού μεταβλητού κόστους TVC θα είναι ίση με την περιοχή κάτω από την καμπύλη του οριακού κόστους MC μεταξύ της τιμής 0 και της ποσότητας 8 πού είναι

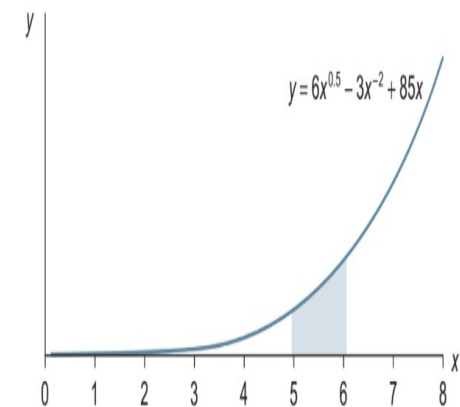
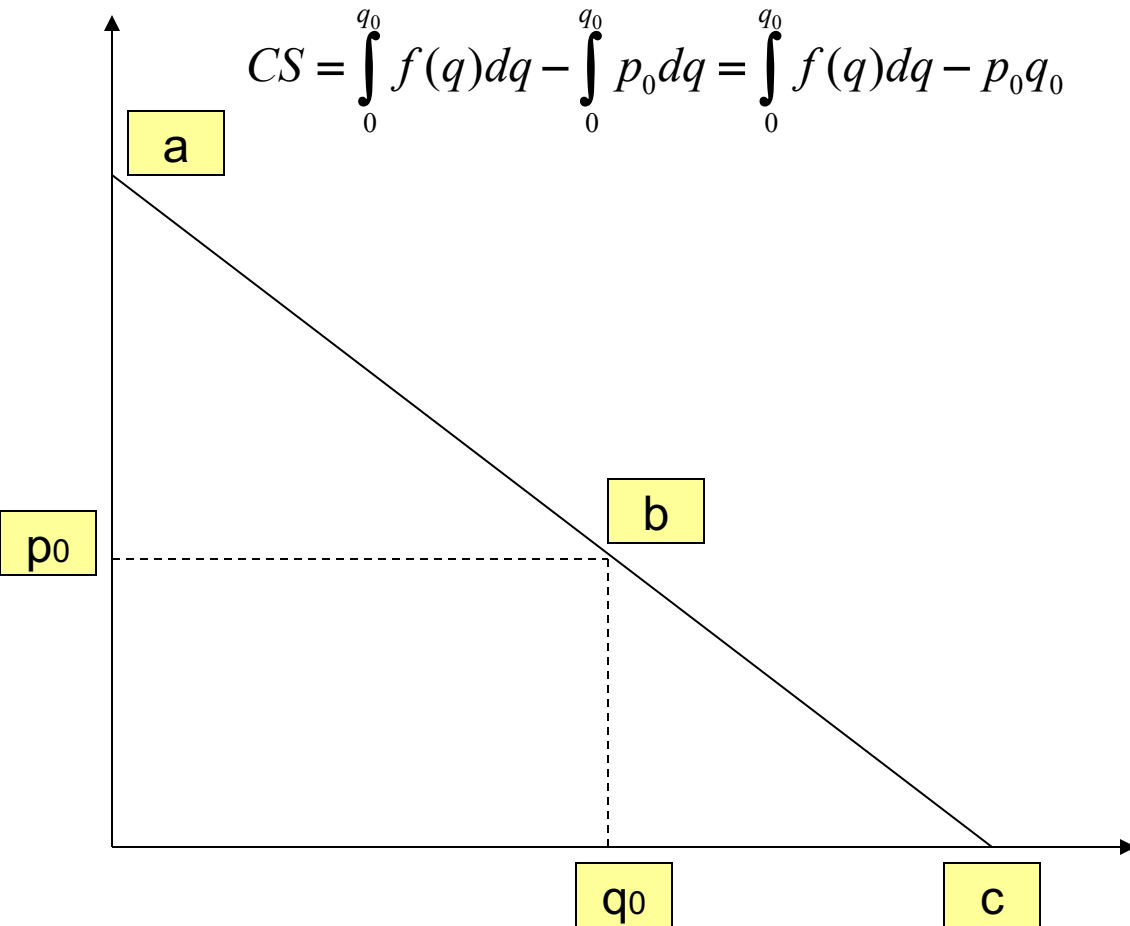


Figure 12.2

$$TR = \int_0^8 (7.5 + 0.3Q^2) dQ = [7.5Q + 0.1Q^3]_0^8 = 111.2$$

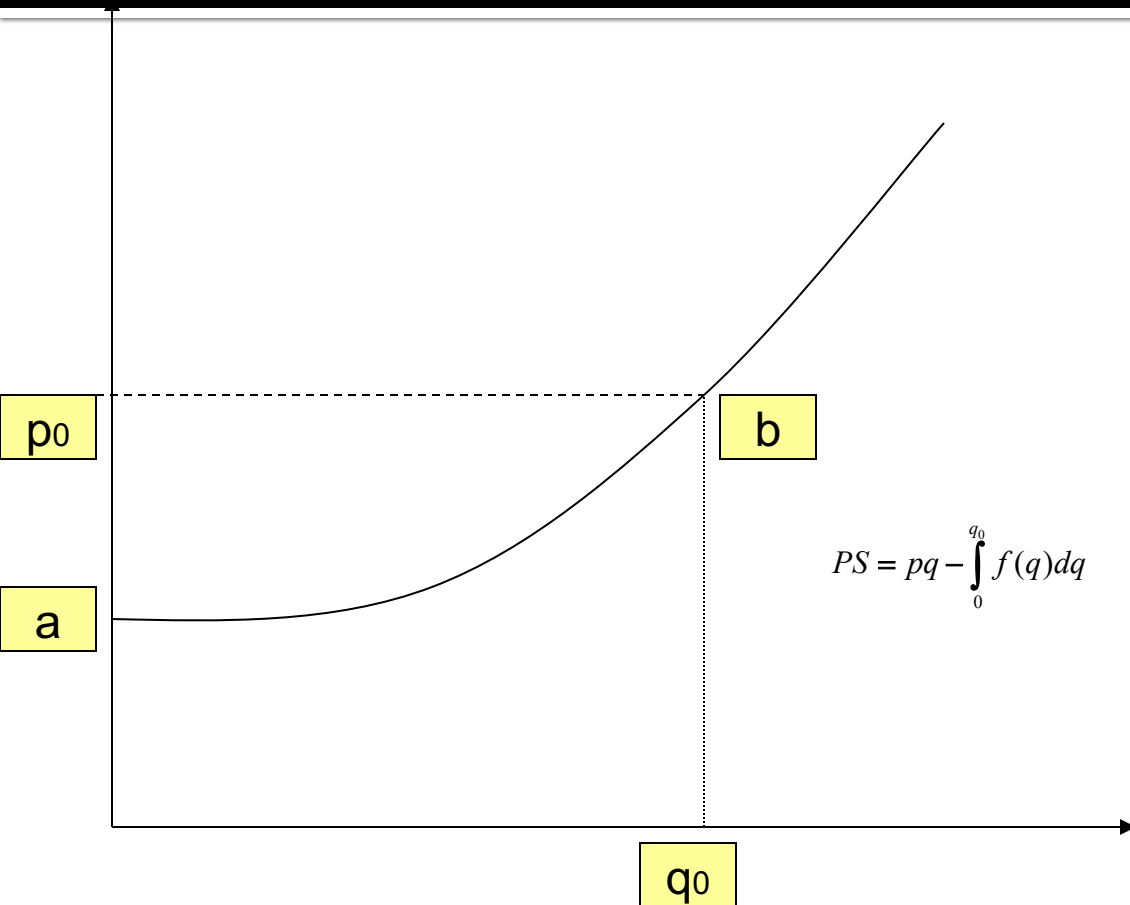
ΠΛΕΟΝΑΣΜΑ ΚΑΤΑΝΑΛΩΤΗ

$$CS = \int_0^{q_0} f(q) dq - \int_0^{q_0} p_0 dq = \int_0^{q_0} f(q) dq - p_0 q_0$$



Η περιοχή $oabq_0$ παριστάνει τις συνολικές δπάνες των καταναλωτών ενώ η περιοχή orb_0q_0 τις συνολικές πληρωμές. Το τρίγωνο p_0ab παριστάνει το πλεόνασμα του καταναλωτή.

ΠΛΕΟΝΑΣΜΑ ΠΑΡΑΓΩΓΟΥ



Το πλεόνασμα του παραγωγού ισούται με την επιφάνεια a_0b και υπολογίζεται με βάση την δοθείσα συνάρτηση προσφοράς ως εξής:

Υπολογισμός Συνολικού Κέρδους- Συνολικού Κόστους

Για την εύρεση του συνολικού κόστους υπολογίζουμε:

$$TC = \int_0^{q^*} MC(q) dq$$

Για την εύρεση του συνολικού κέρδους υπολογίζουμε:

$$\Pi = \int_0^{q^*} [MR(q) - MC(q)] dq$$

ΠΑΡΟΥΣΑ ΑΞΙΑ ΧΡΗΜΑΤΟΡΟΗΣ

Μια χρηματική ροή είναι μια σειρά απο χρηματικά ποσά τα οποία είναι διαθέσιμα αντίστοιχες χρονικές στιγμές

$$PV = \int_0^T f(t_k) e^{-rt} dt$$

Εάν η χρηματοροή είναι σταθερή τότε

$$PV = \int_0^T f(t_k) e^{-rt} dt = \frac{f}{r} (1 - e^{-rt})$$

Εάν η χρηματοροή είναι διαρκής τότε

$$PV = \int_0^{+\infty} f(t_k) e^{-rt} dt = \frac{f}{r} \lim_{T \rightarrow \infty} (1 - e^{-rt}) = \frac{f}{r}$$

ΠΑΡΟΥΣΑ ΑΞΙΑ ΧΡΗΜΑΤΟΡΟΗΣ

Μεγάλο ενδιαφέρον παρουσιάζει ο υπολογισμός της παρούσας αξίας ενός περιουσιακού στοιχείου που προκαλεί εισόδημα με ένα ορισμένο ρυθμό σε μια χρονική περίοδο.

$$PV = \int_0^{\infty} f(t_k)e^{-rt} dt = \lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^n f(t_k)e^{-rt} dt = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[-\frac{f}{r} e^{-rt} \right]_0^n = \frac{f}{r}$$

ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ ΕΠΕΝΔΥΣΕΩΝ

$$NPV = -K + \int_0^N f(t)e^{-rt} dt$$

Το κριτήριο αξιολόγησης IRR είναι το επιτόκιο r το οποίο είναι η λύση της εξίσωσης
(μηδενίζεται η καθαρή παρούσα αξία)

$$-K + \int_0^N f(t)e^{-rt} dt = 0$$

παρουσιάζει και η αξιολόγηση διαφορετικών επενδύσεων που αφορούν επενδυτικά πλάνα.
K: το κόστος κατασκευής
f(t): η ροή οφέλους που αντιπροσωπεύει την διαφορά αξίας μεταξύ του παραγόμενου προϊόντος και του κόστους λειτουργίας.

ΚΑΜΠΥΛΕΣ ΜΑΘΗΣΗΣ

Οι καμπύλες μάθησης μπορούν να παρασταθούν με μια εκθετική συνάρτηση και παριστάνουν τις ώρες εργασίας που απαιτούνται για την παραγωγή προϊόντος.

$$f(x) = \int_a^b f(x)dx = \int_a^b Ax^c dx = A \left[\frac{x^{c+1}}{c+1} \right]_a^b$$

ΤΙ ΝΑ ΔΙΑΒΑΣΩ

- Σημειώσεις από το e-class
- Το κεφάλαιο 6 από το βιβλίο του Jacques, το κεφάλαιο 18 από το βιβλίο του Renshaw.
- Επίσης, το κεφάλαιο 10 του ολοκληρωτικού από το βιβλίο του Ξεπαπαδέα ή το κεφάλαιο 17^ο από τον Λουκάκη.