

①

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ

ΓΙΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ

ΣΦΑΛΜΑΤΩΝ ΤΥΠΟΥ I ΚΑΙ II

ΕΣΤΟ ΟΤΙ ΘΕΛΟΥΜΕ ΝΑ ΚΑΝΟΥΜΕ

ΕΛΕΓΧΟ ΥΠΟΘΕΣΕΩΝ ΑΝΑΜΕΣΑ ΣΤΙΣ

ΔΥΟ ΠΑΡΑΚΑΤΩ ΥΠΟΘΕΣΕΙΣ ΠΟΥ ΑΦΟΡΟΥΝ

ΣΤΟΝ ΜΕΣΟ ΚΑΝΟΝΙΚΗΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ

ΜΕ ΤΥΠΙΚΗ ΑΠΟΚΛΙΣΗ $\sigma = 5$:

$$H_0: \mu = \mu_0 = 12$$

$$H_1: \mu = \mu_1 = 15$$

ΓΙΑ ΤΟΝ ΣΧΩΤΟ ΑΥΤΟ ΕΠΙΛΕΓΟΥΜΕ ΤΥΧΑΙΟ

ΔΕΙΓΜΑ X_1, \dots, X_n (ΔΗΛΑΔΗ ΜΕΓΕΘΟΥΣ

$n = 25$) ΚΑΙ ΑΠΟΦΑΣΙΖΟΥΜΕ ΝΑ ΕΦΑΡΜΟ-

ΣΟΥΜΕ ΤΟΝ ΕΞΗΣ ΚΑΝΟΝΑ (ΑΠΟΦΑΣΗΣ):

" ΑΝ $\bar{X} \geq 14$ ΑΠΟΡΡΙΠΤΕΤΑΙ H_0 "

ΖΗΤΑΜΕ α , β , ΔΥΝΑΜΗ ΕΛΕΓΧΟΥ.

2

ΛΥΣΗ

ΓΝΩΡΙΖΟΥΜΕ ΟΤΙ $\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$

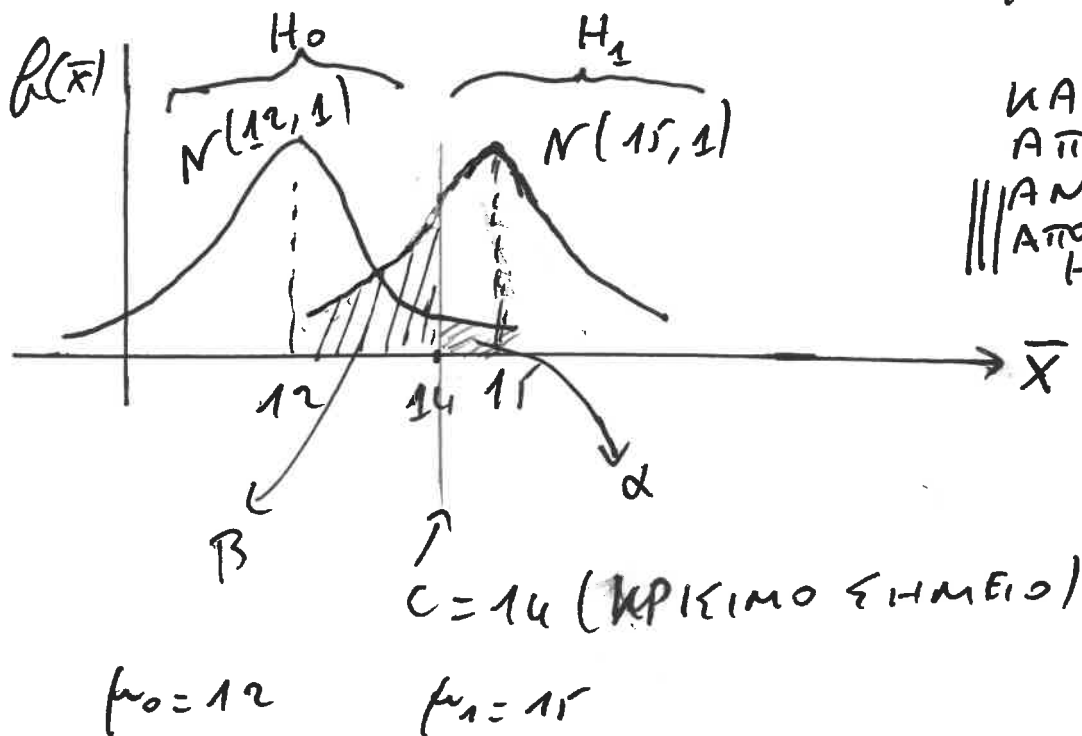
$$\text{ΜΕ } \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{1}{\sqrt{25}} = 1.$$

ΕΣΤΟ w_0 Η ΚΡΙΣΙΜΗ ΠΕΡΙΟΧΗ

(ΔΗΛΑΔΗ Η ΠΕΡΙΟΧΗ ΑΠΟΡΡΙΨΗΣ):

ΟΡΙΖΕΤΑΙ ΩΣ $\bar{X} \geq 14$.

ΕΣΤΟ $f(\bar{x})$ Η ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΠΥΚΝΟΤΗΤΑΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑΣ Τ. Μ. \bar{X} . ΕΣΤΟ ΠΑΡΑ-
ΚΑΤΟ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΔΙΝΟΝΤΑΙ ΟΙ ΣΥΝΑΡ-
ΤΗΣΕΙΣ ΑΥΤΕΣ ΓΙΑ $\mu = 12$ ΚΑΙ $\mu = 15$.



3

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ α :

$$\alpha = P(H_0 | H_0) = P(\bar{X} \geq 14 | \mu = \mu_0 = 12)$$

$$\bar{X} \sim N(12, 1)$$

ΑΛΛΑΓΗ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗΣ:

$$Z = \frac{\bar{X} - 12}{1} \Leftrightarrow \bar{X} = Z + 12$$

$$\text{και } Z \sim N(0, 1)$$

$$\alpha = P(Z + 12 \geq 14) = P(Z \geq 2)$$

$$= 1 - P(Z < 2) = 1 - 0.9772$$

→ ΠΙΝΑΚΕΣ
 $N(0, 1)$

$$\Rightarrow \alpha = 0.0228$$

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ β :

$$\beta = P(H_0 | H_1) = P(\bar{X} < 14 | \mu = \mu_1 = 15)$$

$$\bar{X} \sim N(15, 1)$$

ΑΛΛΑΓΗ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗΣ:

$$Z = \frac{\bar{X} - 15}{1} \Leftrightarrow \bar{X} = Z + 15, \text{ με } Z \sim N(0, 1)$$

$$\Rightarrow \beta = P(Z + 15 < 14) = P(Z < -1) = P(Z > 1)$$

$$= 1 - P(Z \leq 1) = 1 - 0.8413$$

$$\Rightarrow \beta = 0.1587$$

ΠΙΝΑΚΕΣ
 $N(0, 1)$

4)

$$\begin{aligned} \text{ΔΥΝΑΜΗ ΕΛΕΓΧΟΥ} &= 1 - \beta \quad (\text{και } \beta = 0.1587) \\ \text{"} & \\ P(H_0 | H_1) &= 1 - 0.1587 \\ &= \mathbf{0.8413} \end{aligned}$$

* ΓΙΑ ΤΟ ΠΑΡ. ΒΛΕΠΟΥΜΕ ΟΤΙ $\beta > \alpha$
ΑΥΤΟ ΦΑΙΝΕΤΑΙ ΚΑΙ ΣΤΟ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ.

* ΤΑ ΣΦΑΛΜΑΤΑ ΤΥΠΟΥ I ΚΑΙ II
ΕΙΝΑΙ "ΑΝΤΑΓΩΜΙΣΤΙΚΑ" ΔΙΟΤΙ ΟΣΟ
ΜΕΙΟΝΕΤΑΙ ω_0 ΤΟΣΟ ΑΥΞΑΝΕΤΑΙ Η
ΠΕΡΙΟΧΗ ΑΠΟΔΟΧΗΣ ΚΑΙ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΟΣ.
(m ΣΤΑΘΕΡΟ)

* ΔΥΝΑΜΗ (ΙΣΧΥΣ) ΤΟΥ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΟΥ
ΕΛΕΓΧΟΥ ΥΠΟΘΕΣΕΩΝ ΕΙΝΑΙ ΕΝΑ
ΜΕΤΡΟ ΤΗΣ ΙΚΑΝΟΤΗΤΑΣ ΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ,
ΠΟΥ ΕΠΗΡΕΞΑΜΕ, ΝΑ ΛΕΙΤΟΥΡΓΕΙ ΣΩΣΤΑ.
ΓΙΑ m ΚΑΙ α ΣΤΑΘΕΡΑ Η ΔΥΝΑΜΗ
ΑΥΞΑΝΕΙ ΟΣΟ ΜΕΓΑΛΩΝΕΙ ΑΠΟΣΤΑΣΗ
ΜΕΤΑΞΥ ΤΗΣ ΥΠΟΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΗΣ
ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΗΣ ΤΙΜΗΣ ΤΗΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΥ.