ΕΛΕΓΧΟΙ ΥΠΟΘΕΣΕΩΝ ΓΙΑ ΑΝΑΛΟΓΙΕΣ

Για ελέγχους υποθέσεων που αναφέρονται σε αναλογίες πληθυσμών, είναι δυνατόν να χρησιμοποιήσουμε τις ιδιότητες της κανονικής κατανομής δεδομένου ότι, όπως έχουμε δει στα διαστήματα εμπιστοσύνης, λόγω της προσέγγισης της διωνυμικής κατανομής από την κανονική κατανομή, ισχύει ότι

$$X \underset{appr.}{\sim} N(np, npq)$$

όπου X ο αριθμός των επιτυχιών σε μία ακολουθία δοκιμών Bernoulli με πιθανότητα επιτυχίας p και επομένως,

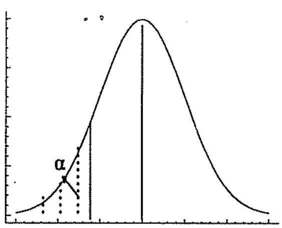
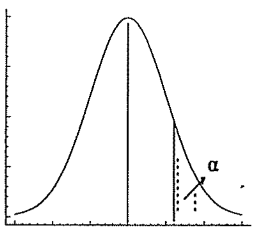
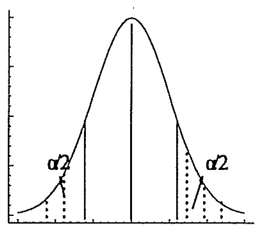
$$Z = \frac{X - np}{\sqrt{npq}} = \frac{\frac{X}{n} - p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}} \underset{appr.}{\sim} N(0, 1)$$

Δηλαδή, η εκτιμήτρια $\hat{p} = \frac{X}{n}$ του ποσοστού επιτυχιών στον πληθυσμό που προσδιορίζεται από το ποσοστό επιτυχιών στο δείγμα μπορεί να προσεγγισθεί από την τυπική κανονική κατανομή.

Επομένως, όπως και στους ελέγχους υποθέσεων της κανονικής κατανομής, μπορούμε κατά προσέγγιση να χρησιμοποιήσουμε στους ελέγχους υποθέσεων για αναλογίες τους κανόνες που συνοψίζονται στον πίνακα που ακολουθεί.

ΓΙΑ ΝΑ ΕΛΕΓΞΟΥΜΕ ΑΝ ΙΣΧΥΕΙ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΜΕ ΚΑΝΟΝΙΚΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ, ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΟΥΜΕ ΚΑΝΟΝΑ ΤΟΥ "ΠΕΝΤΕ", ΔΗΛΑΔΗ ΑΝ $np_0 \geq 5$ ΚΑΙ $nq_0 \geq 5$ ΤΟΤΕ ΙΣΧΥΕΙ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ (ΌΠΟΥ p_0 ΚΑΙ q_0 ΕΙΝΑΙ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑΣ ΕΠΙΤΥΧΙΑΣ ΚΑΙ ΑΠΟΤΥΧΙΑΣ ΥΠΟ H_0). ΑΝ ΕΠΙΠΛΕΟΝ $n \geq 30$ ΤΟΤΕ ΒΕΛΤΙΩΝΕΤΑΙ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ.

Έλεγχοι Υποθέσεων για Αναλογίες

$H_0 : p = p_0$		
$H_1 : p > p_0$	$H_1 : p < p_0$	$H_1 : p \neq p_0$
Απορρίπτω την H_0 αν	Απορρίπτω την H_0 αν	Απορρίπτω την H_0 αν
$Z_0 = \dfrac{\frac{X}{n} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}} > Z_{1-\alpha}$	$Z_0 = \dfrac{\frac{X}{n} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}} < Z_{1-\alpha}$	$Z_0 > Z_{1-\alpha/2}$ ή αν $Z_0 < Z_{1-\alpha/2}$
ή ισοδύναμα, αν	ή ισοδύναμα, αν	ή ισοδύναμα, αν
$\frac{X}{n} > p_0 + Z_{1-\alpha}\sqrt{\frac{p_0 q_0/n}{n}}$	$\frac{X}{n} < p_0 + Z_{1-\alpha}\sqrt{\frac{p_0 q_0/n}{n}}$	$\frac{X}{n} < p_0 + Z_{1-\alpha/2}\sqrt{\frac{p_0 q_0/n}{n}}$ ή αν $\frac{X}{n} > p_0 + Z_{1-\alpha/2}\sqrt{\frac{p_0 q_0/n}{n}}$
 $-Z_{1-\alpha}$	 $Z_{1-\alpha}$	 $-Z_{1-\alpha/2}$ $Z_{1-\alpha/2}$

Σημείωση: Η p-τιμή (το παρατηρούμενο επίπεδο σημαντικότητας) υπολογίζεται στην περίπτωση ελέγχου υποθέσεων αναλογιών με τον ίδιο τρόπο που υπολογίζεται στον έλεγχο υποθέσεων για την μέση τιμή πληθυσμού που ακολουθεί την κανονική κατανομή με γνωστή διακύμανση.

Παράδειγμα: Ο προϊστάμενος του ελέγχου ποιότητας μιας βιομηχανίας ενδιαφέρεται να διερευνήσει μια νέα μέθοδο συσκευασίας. Συγκεκριμένα, τον ενδιαφέρει να εξετάσει αν το ποσοστό των ελαττωματικών συσκευασιών με την καινούργια μέθοδο μειώνεται κάτω από 0.10 που ήταν το ποσοστό των ελαττωματικών συσκευασιών στο παρελθόν. Για να ελέγξει την υπόθεση αυτή, επιλέγει ένα τυχαίο δείγμα 200 πακέτων του προϊόντος που έχουν συσκευασθεί με την ίδια μέθοδο και παρατηρεί ότι 11 από αυτά είναι ελαττωματικά. Τί συμπέρασμα μπορεί να βγάλει ο υπεύθυνος του ελέγχου ποιότητας με βάση το δείγμα αυτό;

Λύση: Η υπόθεση που θα πρέπει να ελεγχθεί είναι,

$$H_0 : p = 0.10$$
$$H_1 : p < 0.10$$

Η τιμή της στατιστικής συνάρτησης ελέγχου, κάτω από την μηδενική υπόθεση είναι,

$$z_0 = \frac{0.055 - 0.10}{\sqrt{\frac{(.10)(.90)}{200}}} = \frac{-0.045}{\sqrt{0.00045}} = -2.12$$

Η προσέγγιση ισχύει γιατί το δείγμα είναι μεγάλο και, ταυτόχρονα $np \geq 5$ και $n(1-p) \geq 5$.

α) Αν ακολουθήσουμε τον κλασσικό τρόπο, τότε, σε επίπεδο σημαντικότητας α=0.05, απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση δοθέντος ότι,

$$z = -2.12 < -z_{.950} = -1.645$$

Σε επίπεδο σημαντικότητας δηλαδή 0.05 ο υπεύθυνος καταλήγει στο συμπέρασμα ότι υπάρχουν αρκετές ενδείξεις που να δείχνουν ότι το ποσοστό των ελαττωματικών με το νέο σύστημα είναι μικρότερο από 0.10.