

① ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: ΕΛΕΓΧΟΙ ΥΠΟΘΕΣΕΩΝ ΓΙΑ ΔΙΑΦΟΡΕΣ ΜΕΣΩΝ ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΩΝ ΚΑΙ ΚΑΝΟΝΙΚΑ ΚΑΤΑΝΕΜΗΜΕΝΩΝ ΠΛΗΘΥΣΜΩΝ

ΙΔΙΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΜΕ ΑΥΤΟ ΤΟΥ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΗΘΗΚΕ ΣΤΑ "ΔΙΑΣΤΗΜΑΤΑ ΕΜΠΙΣΤΟΣΥΝΗΣ 2" (ΣΕΛ. 328)

"ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΦΟΙΤΗΤΩΝ ΤΜΗΜΑΤΩΝ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΔΥΟ ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΩΝ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΩΝ"

$$\bar{X} = 77 \quad \bar{Y} = 68 \quad (\text{ΜΕΣΕΣ ΒΑΘΜΟΛΟΓΙΕΣ})$$

$$S_x^2 = 64 \quad S_y^2 = 100 \quad (\text{ΔΙΑΣΥΜΑΝΣΕΙΣ ΒΑΘΜΟΛΟΓΙΩΝ})$$
$$n = 50 \quad m = 60$$

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΑΓΝΩΣΤΩΝ ΙΣΩΝ ΔΙΑΣΥΜΑΝΣΕΩΝ

ΚΑΝΟΥΜΕ ΤΗΝ ΥΠΟΘΕΣΗ ΤΗΣ ΙΣΟΤΗΤΑΣ ΤΩΝ ΔΙΑΣΥΜΑΝΣΕΩΝ ΙΔΗΛΑΔΗ: $\sigma_x^2 = \sigma_y^2$

ΕΛΕΓΧΟΣ ΥΠΟΘΕΣΕΩΝ: $H_0: \mu_x = \mu_y$

ΕΠΙΠΕΔΟ ΣΗΜΑΝΤΙΩΤΗΤΑΣ 5% $H_1: \mu_x \neq \mu_y$

ΥΠΟΛΟΓΙΖΟΥΜΕ $S_p^2 = 85.18$ (ΣΤΑΘΜΙΑ Η ΔΙΑΣΥΜΑΝΣΗ)

(ΤΟ ΕΙΧΑΜΕ ΥΠΟΛΟΓΙΣΕΙ ΣΤΑ ΔΙΑΣΤΗΜΑΤΑ ΕΜΠΙΣΤΟΣΥΝΗΣ)

ΤΙΜΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ ΕΛΕΓΧΟΥ ΥΠΟ

ΤΗΝ H_0 :
$$t_0 = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{\frac{S_p^2}{n} + \frac{S_p^2}{m}}}$$

$$t_0 = 5.19 > t_{108, 0.975} \approx 1.98$$

ΣΥΝΕΠΟΣ ΑΠΟΡΡΙΠΤΕΤΑΙ H_0 ΣΕ ΕΠΙΠΕΔΟ ΣΗΜΑΝΤΙΩΤΗΤΑΣ 5%. (ΙΔΙΟ

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ ΜΕ ΑΥΤΟ ΤΩΝ ΔΙΑΣΤΗΜΑΤΩΝ ΕΜΠΙΣΤΟΣΥΝΗΣ - ΕΙΧΑΜΕ ΒΡΕΙ [5.6, 12.4])

2

ΙΣΟΔΥΝΑΜΙΑ:

$$\bar{X} - \bar{Y} = 9 > t_{108, 0.975} \sqrt{\frac{s_p^2}{m} + \frac{s_p^2}{m}} = 3.4$$

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ: Η ΔΙΑΦΟΡΑ ΤΩΝ ΜΕΣΩΝ ΒΑΘΜΟΛΟΓΙΩΝ ΜΕΤΑΞΥ ΤΩΝ 2 ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΩΝ ΕΙΝΑΙ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΑ ΣΗΜΑΝΤΙΚΗ, ΔΗΛΑΔΗ ΤΑ ΕΠΙΠΕΔΑ ΤΩΝ ΦΟΙΤΗΤΩΝ X ΚΑΙ Y ΔΙΑΦΕΡΟΥΝ ΣΗΜΑΝΤΙΚΑ (ΕΠΙΠΕΔΟ ΣΗΜΑΝΤΙΩΤΗΤΑΣ $\alpha = 5\%$).

* ΣΗΜΕΙΩΣΗ: ΑΝ Ο ΕΛΕΓΧΟΣ ΉΤΑΝ $H_0: \mu_x = \mu_y$
 $H_1: \mu_x > \mu_y$
 ΤΟΤΕ ΘΑ ΠΑΙΡΝΑΜΕ ΟΣ ΚΡΙΣΙΜΗ ΤΙΜΗ ΑΠΟ ΠΙΝΑΚΕΣ STUDENT t ΤΗΝ $t_{108, 0.95} \approx 1.65$

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΑΓΝΩΣΤΩΝ ΑΝΙΣΩΝ

ΔΙΑΔΥΜΑΝΣΕΩΝ (ΔΗΛΑΔΗ $\sigma_x^2 \neq \sigma_y^2$)

ΥΠΟΛΟΓΙΖΟΥΜΕ ΤΟΥΣ ΒΑΘΜΟΥΣ ΕΛΕΥΘΕΡΙΑΣ ν ΤΗΣ STUDENT t , ΟΠΩΣ ΔΙΝΕΤΑΙ ΣΤΗΝ ΣΕΛΙΔΑ 415 ΚΑΙ ΣΤΗΝ ΣΕΛΙΔΑ 333. (ΔΙΑΣΤΗΜΑΤΑ ΕΜΠΙΣΤΟΣΥΜΗΣ 2^η)

ΣΗΜΕΙΩΣΕ ΟΤΙ

$$s_x^{*2} = \left(\frac{n}{n-1}\right) s_x^2 \text{ ΚΑΙ } s_y^{*2} = \left(\frac{m}{m-1}\right) s_y^2.$$

ΣΥΜΠΕΡΟΣ $\nu = 108$ ($s_x^{*2} = 65.3, s_y^{*2} = 101.7$)

$$\text{ΚΑΙ } t_0 = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{\frac{s_x^{*2}}{m} + \frac{s_y^{*2}}{m}}} = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{\frac{s_x^2}{m-1} + \frac{s_y^2}{m-1}}} = 5.2$$

5

ΕΛΕΓΧΟΣ: $H_0: \mu_x = \mu_y$
 $H_1: \mu_x \neq \mu_y$

Αφού $t_0 = 5.2 > t_{103, 0.975}$ ΑΠΟΡΡΙΠΤΕΤΑΙ
 H_0 ΣΕ ΕΠΙΠΕΔΟ ΣΗΜΑΝΤΙΚΟΤΗΤΑΣ 5%.

(ΙΔΙΟ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ ΜΕ ΑΥΤΟ ΠΟΥ ΠΡΟΕΚΥΨΕ
ΟΤΑΝ ΕΙΧΑΜΕ ΥΠΟΘΕΣΗ ΙΣΟΤΗΤΑ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΕΩΝ)

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ "ΜΕΓΑΛΩΝ" ΤΥΧΑΙΩΝ ΔΕΙΓΜΑΤΩΝ

ΑΝ n ΚΑΙ m ΑΡΗΣΙΑ ΜΕΓΑΛΑ
(ΠΡΑΚΤΙΚΑ $n, m \geq 30$) ΤΟΤΕ, ΧΑΡΙΤ

ΣΤΟ ΚΩΘ, Η ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΕΛΕΓΧΟΣΥΝΑΡΤΗΣΗ

$$Z = \frac{\bar{X} - \bar{Y} - (\mu_x - \mu_y)}{\sqrt{\frac{s_x^{*2}}{n} + \frac{s_y^{*2}}{m}}} = \frac{\bar{X} - \bar{Y} - (\mu_x - \mu_y)}{\sqrt{\frac{s_x^2}{n-1} + \frac{s_y^2}{m-1}}} \sim N(0, 1)$$

ΚΑΙ ΥΠΟ ΤΗΝ H_0 : $Z_0 = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{\frac{s_x^{*2}}{n} + \frac{s_y^{*2}}{m}}} = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{\frac{s_x^2}{n-1} + \frac{s_y^2}{m-1}}}$

ΓΙΑ ΕΛΕΓΧΟΥΣ ΥΠΟΘΕΣΕΩΝ ΔΕΝ ΧΡΕΙΑΖΕΤΑΙ ΚΑ
ΜΑΝΟΥΜΕ (Ή ΟΧΙ) ΤΗΝ ΥΠΟΘΕΣΗ ΤΗΣ ΙΣΟΤΗΤΑΣ
ΤΩΝ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΕΩΝ.

ΣΤΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΣΥΓΓΡΙΣΗΣ ΜΕΤΑΞΥ ΤΩΝ ΦΟΙΤΗ
ΤΩΝ: $Z_0 = 5.2$ (ΙΔΙΟ ΜΕ t_0 ΠΟΥ ΒΡΗΚΑΜΕ
ΣΤΗΝ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΑΝΙΣΩΝ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΕΩΝ)

ΚΑΙ ΓΙΑ ΕΛΕΓΧΟ: $H_0: \mu_x = \mu_y$ (ΕΠΙΠΕΔΟ
(ΕΔΩ n ΚΑΙ m ΜΕΓΑΛΑ) $H_1: \mu_x \neq \mu_y$ ΣΗΜΑΝΤΙ
ΚΟΤΗΤΑΣ 5%)

$Z_0 = 5.2 > Z_{0.975} = 1.96$ ΔΗΛΑΔΗ

ΑΠΟΡΡΙΠΤΕΤΑΙ H_0 ΣΕ ΕΠΙΠΕΔΟ ΣΗΜΑΝΤΙ
ΚΟΤΗΤΑΣ 5%.