1

ΚΑΝΟΝΙΚΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ II

ΑΠΟ ΠΡΟΗΓΟΥΜΕΝΑ ΕΧΟΥΜΕ ΟΤΙ ΣΤΟ ΔΙΑΣΤΗΜΑ $(\mu-3\sigma, \mu+3\sigma)$ ΒΡΙΣΚΟΝΤΑΙ ΤΑ 99.7% ΤΩΝ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΩΝ ΤΥΧΑΙΑΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗΣ $X \sim N(\mu, \sigma^2)$.

ΑΥΤΟ ΜΠΟΡΟΥΜΕ ΝΑ ΤΟ ΔΕΙΞΟΥΜΕ ΩΣ ΕΞΗΣ:

ΖΗΤΑΜΕ ΤΗΝ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ

$$P(\mu-3\sigma < X < \mu+3\sigma)$$

$$= P\left(-3 < \frac{X-\mu}{\sigma} < 3\right)$$

ΟΜΩΣ $\frac{X-\mu}{\sigma} = Z \sim N(0,1)$

ΔΗΛΑΔΗ Η ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ ΠΟΥ ΖΗΤΑΜΕ ΕΙΝΑΙ

$$P(-3 < Z < 3) = P(Z < 3) - P(Z < -3)$$

ΑΠΟ ΓΝΩΣΤΗ ΙΔΙΟΤΗΤΑ

$$P(Z<3) = F(3) = P(Z \leq 3) = 0.9987$$

ΑΠΟ ΠΙΝΑΚΕΣ $N(0,1)$

ΚΑΙ ΩΣ ΓΝΩΣΤΟΝ

$$P(Z<-3) = P(Z>3)$$ ΑΠΟ ΓΝΩΣΤΗ ΙΔΙΟΤΗΤΑ

②

ΚΑΙ $P(Z>3) = 1 - P(Z \leq 3)$

(ΑΦΟΥ $P(Z>3) + P(Z \leq 3) = 1$)

ΔΗΛΑΔΗ $P(Z<-3) = 1 - P(Z \leq 3)$

ΣΥΝΕΠΩΣ

$$P(-3<Z<3) = P(Z \leq 3) - (1 - P(Z \leq 3))$$
$$= 2 \cdot P(Z \leq 3) - 1$$
$$= 2 \times (0.9987) - 1$$
$$= 0.9974$$
$$\simeq 99.7\%$$

ΜΕ ΤΟΝ ΙΔΙΟ ΤΡΟΠΟ ΘΑ ΒΡΙΣΚΑΜΕ

$$P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) = 0.9544$$
$$= 95.4\%$$
$$(\simeq 95\%)$$

ΑΣΚΗΣΗ ΓΙΑ ΤΟ ΣΠΙΤΙ

ΠΑΡ: ΕΣΤΩ ΟΤΙ X = ΜΙΣΘΟΙ ΕΡΓΑΖΟΜΕΝΩΝ ΕΤΑΙΡΕΙΑΣ ΚΑΙ $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, ΚΑΙ ΟΤΙ Η ΕΤΑΙΡΕΙΑ ΕΧΕΙ 1000 ΕΡΓΑΖΟΜΕΝΟΥΣ.

ΤΟΤΕ Ο ΑΡΙΘΜΟΣ ΕΡΓΑΖΟΜΕΝΩΝ ΠΟΥ ΠΑΙΡΝΕΙ ΜΙΣΘΟ ΜΕΤΑΞΥ $\mu - 3\sigma$ ΚΑΙ $\mu + 3\sigma$ ΕΙΝΑΙ ΠΕΡΙΠΟΥ 997.

3

ΧΡΗΣΙΜΟ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ:

ΕΣΤΩ ΟΤΙ ΟΙ Τ.Μ. $X_1, X_2, \dots, X_n$ ΕΙΝΑΙ ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΕΣ ΜΕΤΑΞΥ ΤΟΥΣ ΚΑΙ ΟΤΙ $X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$, $i = 1, \dots, n$, ΤΟΤΕ $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n} \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$.

(ΔΗΛΑΔΗ $\frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$)

ΤΟ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ ΑΥΤΟ ΙΣΧΥΕΙ ΔΙΟΤΙ:

ΑΦΟΥ ΚΑΘΕ $X_i \sim N$ ΤΟΤΕ ΚΑΙ $\bar{X} \sim N$ (ΓΡΑΜΜΙΚΟΣ ΣΥΝΔΥΑΣΜΟΣ ΤΩΝ X_i).

ΕΠΙΠΛΕΟΝ $E(\bar{X}) = E\left[\frac{1}{n}(X_1 + \dots + X_n)\right]$

$$= \frac{1}{n}\left[E(X_1) + \dots + E(X_n)\right]$$

$$= \frac{1}{n}(\underbrace{\mu + \dots + \mu}_{n \text{ ΦΟΡΕΣ}})$$

$$= \frac{1}{\cancel{n}}(\cancel{n}\mu) = \mu$$

ΚΑΙ $VAR(\bar{X}) = VAR\left[\frac{1}{n}(X_1 + \dots + X_n)\right]$

$$= \frac{1}{n^2}\left[VAR(X_1) + \dots + VAR(X_n)\right]$$

ΑΝΕΞ. X_i, X_j $(i \neq j)$

$$\Rightarrow VAR(\bar{X}) = \frac{1}{n^2}[\underbrace{\sigma^2 + \dots + \sigma^2}_{n \text{ ΦΟΡΕΣ}}]$$

$$= \frac{1}{n^2} n \sigma^2 = \sigma^2/n$$

4

ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΕΜΠΕΙΡΙΚΗΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΑΠΟ ΤΗΝ ΚΑΝΟΝΙΚΗ

ΠΑΡ: ΔΙΝΕΤΑΙ Η ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΜΕ ΤΩΝ ΒΑΘΜΟΛΟΓΙΩΝ 120 ΦΟΙΤΗΤΩΝ 2ου ΕΤΟΥΣ ΣΕ ΜΑΘΗΜΑ ΚΑΠΟΙΑΣ ΣΧΟΛΗΣ.

ΒΑΘΜΟΣ (x_i)	[5,6)	[6,7)	[7,8)	[8,9)	[9,10)
ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ (n_i)	20	30	40	20	10

(ΠΡΟΚΕΙΤΑΙ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΠΙΤΥΧΟΝΤΕΣ ΦΟΙΤΗΤΕΣ)

ΘΕΛΟΥΜΕ ΝΑ ΕΛΕΓΞΟΥΜΕ (ΕΜΠΕΙΡΙΚΑ) ΑΝ Η ΒΑΘΜΟΛΟΓΙΑ ΚΑΤΑΝΕΜΕΤΑΙ ΚΑΝΟΝΙΚΑ.
ΚΑΤΑ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ

(ΕΙΧΑΜΕ ΚΑΝΕΙ ΚΑΤΙ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΟ ΣΤΗΝ Β ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΚΑΙ ΣΤΗΝ P ΚΑΤΑΝΟΜΗ)

ΧΡΕΙΑΖΟΜΑΣΤΕ ΤΙΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΥΣ ΤΟΥ ΚΑΝΟΝΙΚΟΥ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΟΣ ΔΗΛΑΔΗ μ ΚΑΙ σ (Η σ^2) $\longrightarrow$ ΥΠΟΛΟΓΙΖΟΥΜΕ: ΑΡΙΘ. ΜΕΣΟ ΚΑΙ ΤΥΠΙΚΗ ΑΠΟΚΛΙΣΗ ΑΠΟ ΤΑ ΠΕΡΙΓΡΑΦΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΤΟΥ ΠΑΡΑΠΑΝΩ ΠΙΝΑΚΑ

(ΠΑΡ: $\bar{x} = [20\times(5.5) + 30(6.5) + 40(7.5) + 20\times(8.5) + 10\times(9.5)]/120$

ΚΑΙ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΑ ΒΡΙΣΚΟΥΜΕ σ)

($\bar{x} = 7.25$, $\sigma = 1.16$)

ΣΥΝΕΠΩΣ Η ΚΑΝΟΝΙΚΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΘΑ ΕΙΝΑΙ $N(7.25, 1.16)$, ΚΑΙ ΘΕΩΡΟΥΜΕ ΟΤΙ ΚΑΤΑ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ X ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΑΥΤΗΝ ΤΗΝ ΚΑΤΑΝΟΜΗ.

X	ΟΡΙΑ ΤΑΞΕΩΝ	Z (ΟΡΙΩΝ)	F(z) =P(Z≤z)	ΕΜΒΑΔΟΝ ΤΑΞΗΣ
	5	−1.94	0.0262	
5−6				0.1161
	6	−1.07	0.1423	
6−7				0.2745
	7	−0.21	0.4168	
7−8				0.3254
	8	0.65	0.7422	
8−9				0.191
	9	1.5	0.9332	
9−10				0.058
	10	2.37	0.9911	

ΠΙΝΑΚΕΣ
$N(0,1)$
$(Z \sim N(0,1))$

$\Longleftrightarrow$ ΕΜΒΑΔΟΝ ΚΑΤΩ ΑΠΟ ΚΑΝΟΝΙΚΗ ΚΑΜΠΥΛΗ ΑΠΟ $-\infty$ ΕΩΣ z.

$$-1.94 = \frac{5-7.25}{1.16}$$

$$-1.07 = \frac{6-7.25}{1.16}$$

ΚΛΠ... $$2.37 = \frac{10-7.25}{1.16}$$

ΤΥΠΟΠΟΙΗΜΕΝΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ

⑥

ΓΙΑ ΝΑ ΔΟΥΜΕ "ΠΟΣΟ ΚΑΛΗ" ΕΙΝΑΙ Η ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΑΥΤΗ ΜΠΟΡΟΥΜΕ ΝΑ ΣΥΓΚΡΙΝΟΥΜΕ ΤΙΣ ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ f_i ΑΠΟ ΠΕΡΙΓΡΑΦΙΚΟ ΠΙΝΑΚΑ ΜΕ ΤΙΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ ΠΟΥ ΕΜΦΑΝΙΖΟΝΤΑΙ ΣΤΗΝ ΣΤΗΛΗ "ΕΜΒΑΔΟΝ ΤΑΞΗΣ".

ΠΑΡ: $\frac{20}{120} = 0.166$ ΜΕ 0.1161

$\frac{30}{120} = 0.25$ ΜΕ 0.2745

$\frac{40}{120} = 0.333$ ΜΕ 0.3254

$\frac{20}{120} = 0.166$ ΜΕ 0.191

$\frac{10}{120} = 0.083$ ΜΕ 0.058

Ή, ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΑ,

$120 \times 0.1161 = 13.93$ ΜΕ 20

$120 \times 0.2745 = 32.94$ ΜΕ 30

$120 \times 0.3254 = 39.048$ ΜΕ 40

$120 \times 0.191 = 22.92$ ΜΕ 20

$120 \times 0.058 = 6.96$ ΜΕ 10 .

Η ΚΑΝΟΝΙΚΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΩΣ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΤΗΣ ΔΙΩΝΥΜΙΚΗΣ.

ΘΕΩΡΗΜΑ ΤΩΝ DE MOIVRE-LAPLACE:

ΕΣΤΩ ΟΤΙ $X \sim B(n,p)$. ΤΟΤΕ ΓΙΑ n ΜΕΓΑΛΟ ΚΑΙ p ΚΑΙ $q = 1-p$ ΟΧΙ ΠΟΛΥ ΚΟΝΤΑ ΣΤΟ ΜΗΔΕΝ, ΜΠΟΡΟΥΜΕ ΝΑ ΘΕΩΡΗΣΟΥΜΕ ΟΤΙ, ΚΑΤΑ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ, $X \sim N(np, npq)$, ΔΗΛΑΔΗ

$$Z = \frac{X-np}{\sqrt{npq}} \sim N(0,1).$$

ΥΠΑΡΧΟΥΝ ΚΑΠΟΙΟΙ "ΠΡΑΚΤΙΚΟΙ ΚΑΝΟΝΕΣ" ΩΣΤΕ ΝΑ ΔΟΥΜΕ ΠΟΤΕ Η ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΑΥΤΗ ΕΙΝΑΙ "ΚΑΛΗ".

ΠΑΡ: Ο "ΚΑΝΟΝΑΣ ΤΟΥ ΠΕΝΤΕ":

ΣΗΜΑΙΝΕΙ ΟΤΙ ΠΡΕΠΕΙ $np \geq 5$ ΚΑΙ $nq \geq 5$

ΑΝ ΕΠΙΠΛΕΟΝ $n > 30$ ΤΟΤΕ Η ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΑΥΤΗ ΒΕΛΤΙΩΝΕΤΑΙ.

(8)

ΕΠΕΙΔΗ B ΕΙΝΑΙ ΔΙΑΚΡΙΤΗ (=ΑΣΥΝΕΧΗΣ) ΕΝΩ N ΕΙΝΑΙ ΣΥΝΕΧΗΣ, ΕΛΑΦΡΑ ΒΕΛΤΙΩΣΗ ΣΤΗΝ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΑΥΤΗ ΜΠΟΡΕΙ ΝΑ ΕΠΙΤΕΥΧΘΕΙ ΜΕ ΤΟΝ ΠΑΡΑΚΑΤΩ ΤΡΟΠΟ:

ΕΣΤΩ ΟΤΙ $X \sim B$, ΤΟΤΕ ΘΕΩΡΟΥΜΕ ΟΤΙ ΟΙ ΤΙΜΕΣ 0, 1, 2, 3, --- ΠΟΥ ΠΑΙΡΝΕΙ X ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΟΥΝ ΣΕ ΔΙΑΣΤΗΜΑΤΑ ΤΗΣ ΜΟΡΦΗΣ $\left(X-\frac{1}{2}, X+\frac{1}{2}\right)$,

ΔΗΛΑΔΗ $1 \longrightarrow \left(1-\frac{1}{2}, 1+\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$

$2 \longrightarrow \left(2-\frac{1}{2}, 2+\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right)$

ΚΛΠ---

ΠΑΡ: ΕΣΤΩ $X \sim B(120, 0.4)$.

ΖΗΤΑΜΕ $P(50 \leq X \leq 60)$.

ΕΛΕΓΧΟΥΜΕ ΠΡΩΤΑ ΑΝ ΙΣΧΥΕΙ Η ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ. ΕΔΩ $n.p = 120 \times 0.4 = 48$

ΚΑΙ $nq = 120 \times 0.6 = 72$

ΑΦΟΥ np ΚΑΙ nq ΕΙΝΑΙ >5

$\rightarrow$ ΙΣΧΥΕΙ Ο "ΚΑΝΟΝΑΣ ΤΟΥ ΠΕΝΤΕ"

ΔΗΛΑΔΗ ΙΣΧΥΕΙ Η ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ

⑨

ΕΠΙΠΛΕΟΝ $n = 120 > 30 \rightarrow$ ΒΕΛΤΙΩΝΕΤΑΙ Η ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ:

ΔΙΟΡΘΩΣΗ ΣΥΝΕΧΕΙΑΣ

$$P_B(50 \le X \le 60) \approx P_N(49.5 \le X \le 60.5)$$

ΔΗΛΑΔΗ $X \sim B$ ΔΗΛΑΔΗ $X \sim N$

$$P_N(49.5 \le X \le 60.5) = P_N\left(\frac{49.5-48}{5.4} \le Z \le \frac{60.5-48}{5.4}\right)$$

ΤΥΠΟΠΟΙΗΣΗ $Z = \dfrac{X - np}{\sqrt{npq}}$

ΜΕ $np = 48$ ΚΑΙ $\sqrt{npq} = \sqrt{48 \times 0.6} \simeq 5.4$

ΔΗΛΑΔΗ ΖΗΤΑΜΕ

$$P_N(0.28 \le Z \le 2.31) = --- = 0.3975$$

(ΧΩΡΙΣ ΔΙΟΡΘΩΣΗ

$$P_B(50 \le X \le 60) \simeq P\left(\frac{50-48}{5.4} \le Z \le \frac{60-48}{5.4}\right))$$

ΑΝ ΖΗΤΟΥΣΑΜΕ

$$P_B(50 < X \le 60) \approx P_N(50.5 < X \le 60.5)$$

ΑΥΤΟ ΑΛΛΑΖΕΙ ΣΕ ΣΧΕΣΗ ΜΕ ΠΡΟΗΓΟΥΜΕΝΟ ΠΑΡ.

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ

$$\approx P_N(0.46 < Z \le 2.31) = 0.3124$$

10

ΑΝ $p=\frac{1}{2}$ ΤΟΤΕ Η ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΕΙΝΑΙ "ΚΑΛΗ"
(ΔΗΛΑΔΗ ΕΙΝΑΙ ΚΑΛΗ ΑΚΟΜΑ ΚΑΙ ΓΙΑ ΑΡΚΕΤΑ ΜΙΚΡΕΣ ΤΙΜΕΣ ΤΟΥ n)

ΠΑΡ. ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ

ΕΣΤΩ ΟΤΙ ΣΤΡΙΒΟΥΜΕ ΕΝΑ ΚΕΡΜΑ 10 ΦΟΡΕΣ. ΠΟΙΑ Η ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ ΝΑ ΕΡΘΕΙ Η ΕΝΔΕΙΞΗ "Γ" ΑΠΟ 3 ΕΩΣ ΚΑΙ 6 ΦΟΡΕΣ;

ΠΡΟΚΕΙΤΑΙ ΓΙΑ ΚΛΑΣΙΚΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ Β ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΜΕ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΥΣ $n=10$ ΚΑΙ $p=1/2$.

ΘΕΛΟΥΜΕ ΝΑ ΑΠΑΝΤΗΣΟΥΜΕ ΜΕ
1) Β ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΚΑΙ 2) Ν ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΑΝ ΕΙΝΑΙ ΕΦΙΚΤΗ Η ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ

ΚΑΙ ΝΑ ΣΥΓΚΡΙΝΟΥΜΕ ΤΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΠΟΥ ΠΡΟΚΥΠΤΟΥΝ ΑΠΟ ΤΙΣ 2 ΠΑΡΑΠΑΝΩ ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ.

(11)

1) ΜΕ Β ΚΑΤΑΝΟΜΗ: ΕΣΤΩ Χ = ΑΡΙΘ. ΕΝΔΕΙΞΕΩΝ "Γ" ΣΕ 10 ΤΥΧΑΙΑ ΠΕΙΡΑΜΑΤΑ → $X \sim B(10, \frac{1}{2})$

ΖΗΤΑΜΕ $P_B(3 \leq X \leq 6)$

ΥΠΟΛΟΓΙΖΟΥΜΕ

$P(X=3) = C_{10}^{3} \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^7 = 15/128$

$P(X=4) = C_{10}^{4} \left(\frac{1}{2}\right)^4 \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 105/512$

$P(X=5) = C_{10}^{5} \left(\frac{1}{2}\right)^5 \left(\frac{1}{2}\right)^5 = 63/258$

$P(X=6) = C_{10}^{6} \left(\frac{1}{2}\right)^6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 = 105/512$

$P_B(3 \leq X \leq 6) = P(X=3) + P(X=4) + P(X=5) + P(X=6)$

$= \cdots = 0.7734$

2) ΜΕ Ν ΚΑΤΑΝΟΜΗ $N(\mu, \sigma)$

$\left.\begin{array}{l} np = 10 \times \frac{1}{2} = 5 \\ nq = 10 \times \frac{1}{2} = 5 \end{array}\right\} \rightarrow$ ΙΣΧΥΕΙ Ο "ΚΑΝΟΝΑΣ ΤΟΥ ΠΕΝΤΕ", ΕΣΤΩ ΚΑΙ ΟΡΙΑΚΑ

(ΔΕΝ ΙΣΧΥΕΙ Η ΒΕΛΤΙΩΣΗ ΑΦΟΥ $n < 30$)

ΜΠΟΡΕΙ ΝΑ ΓΙΝΕΙ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ

(12)

(ΜΗΝ ΞΕΧΝΑΜΕ ΟΤΙ ΓΙΑ $p=1/2$
Η Β ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΕΙΝΑΙ ΣΥΜΜΕΤΡΙΚΗ)

ΒΡΗΚΑΜΕ $\mu=5$, ΧΡΕΙΑΖΟΜΑΣΤΕ σ
ΚΑΙ $\sigma=\sqrt{npq}=\sqrt{10\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}}=1.58$

$\Rightarrow X\sim N(5,\ 1.58)$ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΤΙΚΑ

ΚΑΙ ΖΗΤΑΜΕ
$P_N(3\leq X\leq 6)$
ΤΟ ΔΙΑΚΡΙΤΟ ΔΙΑΣΤΗΜΑ $[3,6]$ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΖΕΤΑΙ (ΟΠΩΣ ΚΑΙ ΣΤΑ ΠΡΟΗΓΟΥΜΕΝΑ ΠΑΡ.) ΣΤΟ ΣΥΝΕΧΕΣ $[2.5,\ 6.5]$
$\leftrightarrow$ ΔΙΟΡΘΩΣΗ ΣΥΝΕΧΕΙΑΣ

ΔΗΛΑΔΗ ΖΗΤΑΜΕ
$$P_N\left(\frac{2.5-5}{1.58}\leq Z\leq\frac{6.5-5}{1.58}\right)$$
$$=P_N(-1.58\leq Z\leq 0.95)$$
$$=---=0.7718$$
ΜΕ ΓΝΩΣΤΟ ΤΡΟΠΟ

(ΒΛΕΠΟΥΜΕ ΟΤΙ ΤΟ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ ΠΡΟΣΕΓΓΙΖΕΙ ΑΡΚΕΤΑ ΚΑΛΑ ΑΥΤΟ ΠΟΥ ΒΡΗΚΑΜΕ ΜΕ Β ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΔΗΛΑΔΗ 0.7734)

(13)

ΑΝ ΔΕΝ ΕΙΧΑΜΕ ΚΑΝΕΙ ΔΙΟΡΘΩΣΗ ΣΥΝΕΧΕΙΑΣ, ΘΑ ΒΡΙΣΚΑΜΕ

$$P_N(3 \leq X \leq 6) = P_N(-1.26 \leq Z \leq 0.633)$$

$$= \cdots = 0.6319$$

ΠΑΡΑΤΗΡΟΥΜΕ ΟΤΙ Η ΔΙΟΡΘΩΣΗ ΣΥΝΕΧΕΙΑΣ ΒΕΛΤΙΩΣΕ ΤΗΝ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ.

ΤΟ ΚΕΝΤΡΙΚΟ ΟΡΙΑΚΟ ΘΕΩΡΗΜΑ (ΚΟΘ)

ΕΣΤΩ ΟΤΙ ΟΙ Τ.Μ. $X_1, \ldots, X_n$ ΕΙΝΑΙ ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΕΣ ΜΕΤΑΞΥ ΤΟΥΣ ΚΑΙ ΟΤΙ ΕΙΝΑΙ ΙΣΟΚΑΤΑΝΕΜΗΜΕΝΕΣ (ΕΧΟΥΝ ΙΔΙΑ ΚΑΤΑΝΟΜΗ). ΣΥΜΒΟΛΙΖΟΥΜΕ $E(X_i) = \mu$ ΚΑΙ $VAR(X_i) = \sigma^2$ ΜΕ $i = 1, \ldots, n$. ΤΟΤΕ, ΟΤΑΝ $n \to \infty$, Η ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΤΗΣ Τ.Μ. $\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$ ΣΥΓΚΛΙΝΕΙ ΠΡΟΣ ΤΗΝ $N(0,1)$ ΚΑΤΑΝΟΜΗ.

(14)

ΑΥΤΟ ΕΙΝΑΙ ΕΝΑ ΠΟΛΥ ΣΗΜΑΝΤΙΚΟ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ ΔΙΟΤΙ ΔΕΝ ΧΡΕΙΑΖΕΤΑΙ ΝΑ ΓΝΩΡΙΖΟΥΜΕ ΤΗΝ ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΤΗΣ X_i.

ΠΡΑΚΤΙΚΑ ΣΗΜΑΙΝΕΙ ΟΤΙ ΓΙΑ n ΑΡΚΕΤΑ ΜΕΓΑΛΟ $\bar{X} \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$ ΚΑΤΑ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ, Ή ΟΤΙ $\sum_{i=1}^{n} X_i \sim N(n\mu, n\sigma^2)$ ΚΑΤΑ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ

ΝΑ ΣΗΜΕΙΩΘΕΙ ΟΤΙ ΤΟ ΘΕΩΡΗΜΑ ΤΩΝ DEMOIVRE-LAPLACE ΕΙΝΑΙ ΕΙΔΙΚΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΤΟΥ ΚΟΘ. ΠΡΑΓΜΑΤΙ ΓΙΑ ΝΑ ΑΠΟΔΕΙΞΟΥΜΕ ΤΟ Θ-DEMOIVRE-LAPLACE ΜΠΟΡΟΥΜΕ ΝΑ ΘΕΩΡΗΣΟΥΜΕ ΟΤΙ $X \sim B(n,p)$ ΓΡΑΦΕΤΑΙ ΩΣ $X = X_1 + \dots + X_n$ ΟΠΟΥ ΤΑ X_i ΕΙΝΑΙ ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΕΣ ΜΕΤΑΞΥ ΤΟΥΣ Τ.Μ. BERNOULLI, ΜΕ $E(X_i) = p$ ΚΑΙ $VAR(X_i) = p \cdot q$. ΓΙΑ n ΑΡΚΕΤΑ ΜΕΓΑΛΟ, ΑΠΟ ΚΟΘ, $X = \sum_{i=1}^{n} X_i \underset{\text{ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ}}{\sim} N(np, npq)$

(ΜΕ p ΚΑΙ q ΟΧΙ ΚΟΝΤΑ ΣΤΟ ΜΗΔΕΝ)