ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ - ΓΡΑΦΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ

- ΓΙΑΤΙ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ; (ΠΛΕΟΝΕΚΤΗΜΑΤΑ)
- ΜΕΙΟΝΕΚΤΗΜΑΤΑ

- ΒΑΣΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ
  (ΤΙΤΛΟΣ, ΚΛΙΜΑΚΑ, ΥΠΟΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ, ΥΠΟΜΝΗΜΑ, ΠΗΓΗ)
- ΓΙΑ ΠΟΙΟΤΙΚΕΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ
  (ΡΑΒΔΟΕΙΔΗ Ή ΡΑΒΔΩΤΑ ΚΑΙ ΥΠΟΔΙΑΙΡΟΥΜΕΝΑ, ΚΥΚΛΙΚΑ, ΣΧΗΜΑΤΙΚΑ)

- ΓΙΑ ΠΟΣΟΤΙΚΕΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ
  - ΔΙΑΚΡΙΤΕΣ (ΑΚΙΔΩΤΑ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ)
  - ΣΥΝΕΧΕΙΣ (ΙΣΤΟΓΡΑΜΜΑΤΑ, ΠΟΛΥΓΩΝΑ ΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ, ΘΗΚΟΓΡΑΜΜΑΤΑ)

- ΧΡΟΝΟΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ
  (ΧΡΟΝΟΛΟΓΙΚΕΣ ΣΕΙΡΕΣ)

ΟΙ ΠΑΡΑΠΑΝΩ ΕΙΝΑΙ ΟΙ ΠΙΟ ΣΥΝΗΘΙΣΜΕΝΕΣ ΜΟΡΦΕΣ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΩΝ (ΥΠΑΡΧΟΥΝ ΦΥΣΙΚΑ ΚΑΙ ΑΛΛΕΣ ΜΟΡΦΕΣ)

5.0.1 ΠΛΕΟΝΕΚΤΗΜΑΤΑ

Τα πλεονεκτήματα που εμφανίζουν τα διαγράμματα έναντι των στατιστικών πινάκων είναι :

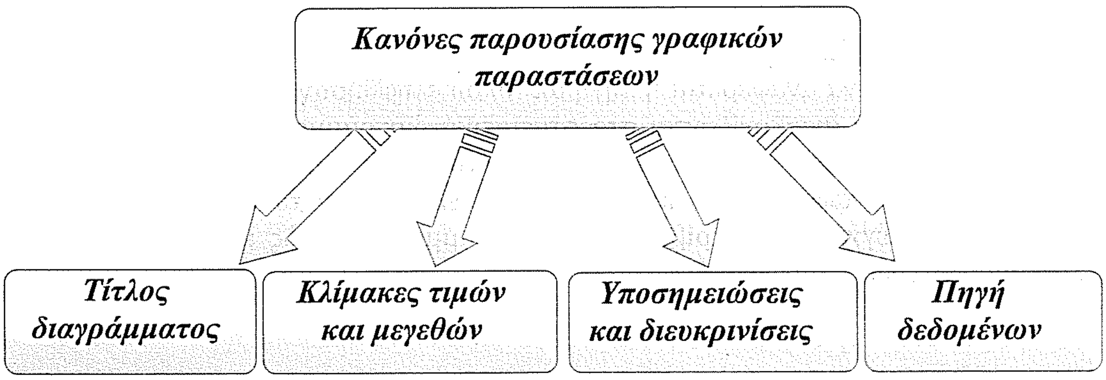
α) Διεγείρουν το ενδιαφέρον και προκαλούν την προσοχή του αναγνώστη.
β) Επιτρέπουν μια άμεση και ταχεία αντίληψη του θέματος που παρουσιάζουν και συγχρόνως συγκρατείται ευκολότερα στη μνήμη η εικόνα τους.
γ) Επιτρέπουν την εύκολη οπτική διαπίστωση των σχέσεων και εξαρτήσεων που είναι κρυμμένες πίσω από το πλήθος των στατιστικών δεδομένων.

5.0.2 ΜΕΙΟΝΕΚΤΗΜΑΤΑ

Τα μειονεκτήματα που εμφανίζουν τα διαγράμματα έναντι των στατιστικών πινάκων είναι :

α) Με τα διαγράμματα δεν είναι δυνατό να εμφανισθεί συγχρόνως το σύνολο των στατιστικών πληροφοριών.
β) Η απεικόνιση σε διαγράμματα αριθμητικών δεδομένων παρουσιάζει απώλεια στην αριθμητική τους ακρίβεια. Απόλυτη ακρίβεια μπορεί να υπάρξει μόνο με την αναλυτική παρουσίαση του συνόλου των τιμών των μεταβλητών με τη μορφή πινάκων.

5.0.3 ΚΑΝΟΝΕΣ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗΣ ΓΡΑΦΙΚΩΝ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΩΝ



Η κατασκευή των γραφικών παραστάσεων και των διαγραμμάτων στατιστικών δεδομένων αποτελεί μια τέχνη και για την αρτιότερη παρουσίασή τους οφείλει κανείς να έχει υπόψη του ορισμένους απλούς κανόνες.

Τίτλος Διαγράμματος

Ο τίτλος των διαγραμμάτων πρέπει να είναι σύντομος και σαφής, επιβάλλεται δε, αντίθετα απ' ότι συμβαίνει στους στατιστικούς πίνακες, να αναγράφεται στο κάτω μέρος τους. Σκοπός του τίτλου είναι η ενημέρωση του αναγνώστη για το περιεχόμενο των αριθμητικών δεδομένων που απεικονίζονται στο διάγραμμα.

Κλίμακες Τιμών των Μεγεθών

Κατά μήκος των αξόνων των διαγραμμάτων (τετμημένων και τεταγμένων) πρέπει απαραίτητα να σημειώνονται οι κλίμακες των τιμών των μεγεθών που απεικονίζονται. Σε κάθε έναν από τους άξονες θα πρέπει να είναι σημειωμένη η μονάδα της κλίμακας που χρησιμοποιείται και μάλιστα στο αντίστοιχο άκρο του.

Βασικό στοιχείο της καλαίσθητης και αντικειμενικής παρουσίασης στατιστικών δεδομένων με διαγράμματα, αποτελεί ο καθορισμός του καταλλήλου μεγέθους για τη μονάδα κλίμακας του κάθε άξονα. Αν χρησιμοποιηθεί για το μέγεθος που απεικονίζει ο άξονας των τεταγμένων (κατακόρυφος) μια κλίμακα πολύ μεγάλη σε σχέση με την κλίμακα του άξονα των τετμημένων (οριζόντιος), θα παρατηρηθεί μια υπέρμετρη διαφοροποίηση της απεικόνισης στην κατακόρυφη κλίμακα, με αποτέλεσμα την οπτική παραμόρφωση της εικόνας και τη δημιουργία μιας απατηλής και ψευδούς απεικόνισης.

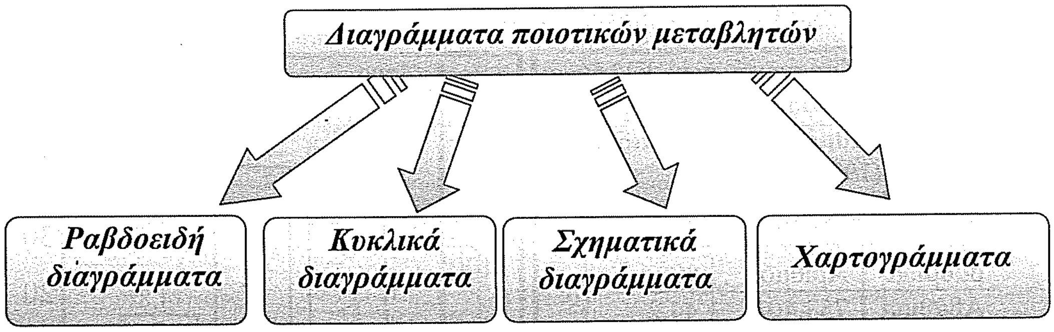
Υποσημειώσεις και Διευκρινίσεις

Όταν είναι αναγκαίο θα πρέπει κάτω από το διάγραμμα, να αναγράφονται οι τυχόν υποσημειώσεις για διευκρινίσεις ή συμπληρωματικές επεξηγήσεις των μεγεθών που απεικονίζονται.

Πηγή των δεδομένων

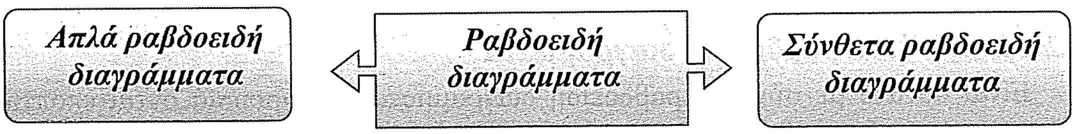
Επιβάλλεται να αναφέρεται η πηγή απ' όπου ελήφθησαν τα αριθμητικά δεδομένα των μεγεθών που απεικονίζονται στα στατιστικά διαγράμματα. Συνήθως πηγή είναι κάποιος πίνακας του ίδιου ή άλλου κειμένου απ΄ αυτό όπου εμφανίζεται το διάγραμμα. Η αναφορά στην πηγή απ΄ όπου ελήφθησαν τα δεδομένα παρέχει τη δυνατότητα ελέγχου της ακρίβειας του διαγράμματος καθώς και άντλησης άλλων λεπτομερέστερων στοιχείων.

5.2 ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΠΟΙΟΤΙΚΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ



Είναι γνωστό ότι τα μεγέθη των ποιοτικών μεταβλητών είναι μη αριθμητικά και αντιστοιχούν στις διάφορες κατηγορίες - κλάσεις που αυτές χωρίζονται.
Η γραφική απεικόνιση κατανομών ποιοτικών μεταβλητών στηρίζεται στην αρχή της διατήρησης της αναλογίας μεταξύ των περιεχομένων των κλάσεων με αυτή των εμβαδών της απεικόνισης τους.
Τα πιο διαδεδομένα διαγράμματα ποιοτικών μεταβλητών είναι τα **ραβδοειδή** και τα **κυκλικά**

5.2.1 ΡΑΒΔΟΕΙΔΗ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ



Η συνηθέστερη γραφική απεικόνιση ποιοτικών χαρακτηριστικών - ποιοτικών μεταβλητών δίνεται με τα ραβδοειδή διαγράμματα. Τα διαγράμματα αυτά προσφέρονται ιδιαίτερα για την απεικόνιση της διάρθρωσης ενός πληθυσμού.
Η συμμετοχή των επί μέρους εκδηλώσεων-κλάσεων ενός χαρακτηριστικού στην συνολική διάρθρωση δίνεται σε απόλυτες ή σχετικές συχνότητες ή και με τις δύο συγχρόνως.

Κατά την κατάρτιση των ραβδοειδών διαγραμμάτων πρέπει να λαμβάνεται υπόψη ότι η διαφορά στις συχνότητες των διαφόρων κατηγοριών - κλάσεων της μεταβλητής που απεικονίζεται, εμφανίζεται με τις διαφορές των εμβαδών του διαγράμματος. Για την αποφυγή οποιασδήποτε ενδεχόμενης σύγχυσης, και για την εύκολη και άμεση αντίληψη του φαινομένου δια μέσου ενός ραβδοειδούς διαγράμματος , η απεικόνιση πρέπει να γίνεται με τέτοιο τρόπο, ώστε η βάση (το μήκος της κάθε κλάσης) να είναι σταθερή και το ύψος ανάλογο της συχνότητας.

Η κατασκευή των ραβδοειδών διαγραμμάτων είναι απλούστατη και στηρίζεται στη χάραξη οριζοντίων ή κατακόρυφων στηλών, το μήκος των οποίων αντιστοιχεί στις τιμές (συνήθως συχνότητες) που λαμβάνει το μέγεθος που απεικονίζεται.

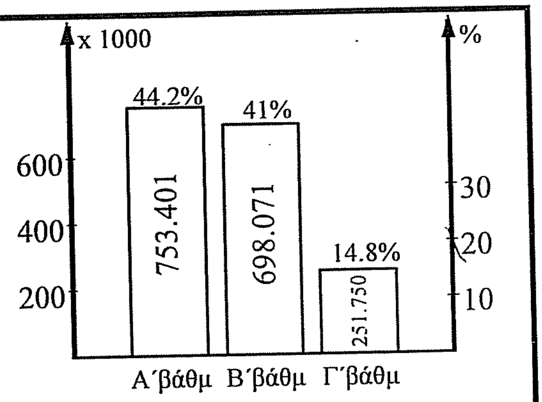
5.2.1.1 Απλά ραβδοειδή διαγράμματα

Δίνεται παρακάτω ο πίνακας 5.2 που παρουσιάζει την κατανομή των Ελλήνων που φοιτούν στην πρωτοβάθμια, δευτεροβάθμια και τριτοβάθμια εκπαίδευση καθώς και το αντίστοιχο ραβδοειδές διάγραμμα 5.4.

Πίνακας 5.2 : Κατανομή των Ελλήνων που φοιτούσαν στις τρεις βαθμίδες της εκπαίδευσης (1991)

βαθμίδα	Αριθμός	%
Αβάθμια	753.401	44.2
Ββάθμια	698.071	41.0
Γβάθμια	251.750	14.8
Σύνολο	1.703.222	100.0

Πηγή :Συνοπτική Στατιστική Επετηρίδα 1998



Διάγραμμα 5.4 : Κατανομή των Ελλήνων που φοιτούν στις τρεις βαθμίδες της εκπαίδευσης (1991)

Πηγή :Συνοπτική Στατιστική Επετηρίδα 1998

Στο πρώτο αυτό παράδειγμα γίνεται φανερό ότι με το απλό ραβδοειδές διάγραμμα 5.4 παρουσιάζεται εποπτικά η κατανομή σε απόλυτες (αριστερός κατακόρυφος άξονας) και σχετικές (δεξιός κατακόρυφος άξονας) συχνότητες των Ελλήνων που φοιτούσαν στις τρεις βαθμίδες της εκπαίδευσης το 1991. ΙΔΙΟ ΕΥΡΟΣ

5.2.1.2 Σύνθετα ραβδοειδή διαγράμματα

Είναι δυνατό με σύνθετα ραβδοειδή διαγράμματα να παρουσιάζονται εποπτικά συγκρίσεις μεταξύ πληθυσμών.

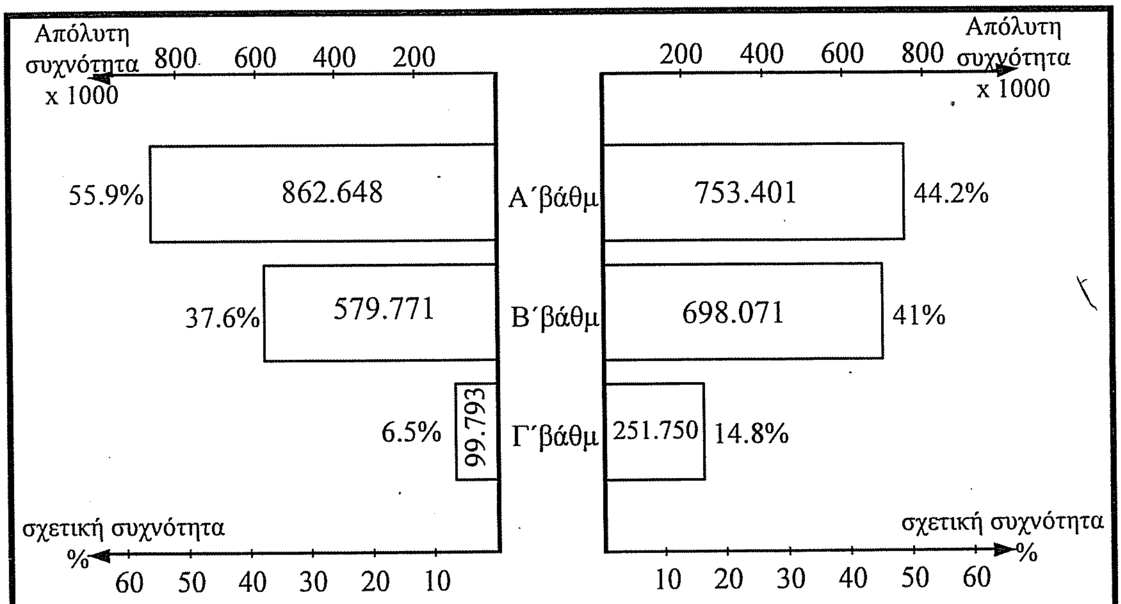
Στον πίνακα 5.3 παρουσιάζεται η κατανομή των Ελλήνων που φοιτούσαν στις τρεις βαθμίδες της εκπαίδευσης το 1975 και το 1991.

Πίνακας 5.3 : Κατανομή των Ελλήνων που φοιτούσαν στις τρεις βαθμίδες της εκπαίδευσης το 1975 και το 1991

	1975		1991	
βαθμίδα	Αριθμός	%	Αριθμός	%
Α'βάθμια	862.648	55.9	753.401	44.2
Β'βάθμια	579.771	37.6	698.071	41.0
Γ'βάθμια	99.793	6.5	251.750	14.8
Σύνολο	1.542.212	100.0	1.703.222	100.0

Πηγή : Συνοπτική Στατιστική Επετηρίδα της ΕΣΥΕ 1980 και 1998

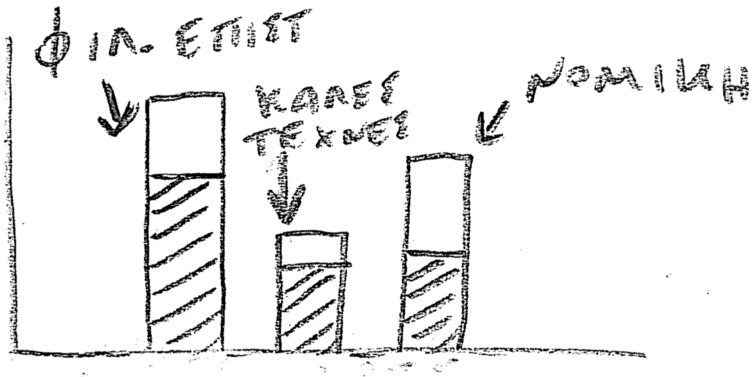
Στο σύνθετο ραβδοειδές διάγραμμα 5.5 παρουσιάζονται συγχρόνως οι δύο αυτές κατανομές με τέτοιο τρόπο που επιτρέπεται η εύκολη σύγκριση τους.



Διάγραμμα 5.5 : Σύνθετο ραβδοειδές διάγραμμα των κατανομών των Ελλήνων που φοιτούσαν στις τρεις βαθμίδες της εκπαίδευσης το 1975 και το 1991

Πηγή :Συνοπτική Στατιστική Επετηρίδα 1980 και 1998

• ΥΠΟΔΙΑΙΡΟΥΜΕΝΑ (ΡΑΒΔΟΕΙΔΗ)



ΙΔΙΟ ΕΥΡΟΣ

ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΠΤΥΧΙΟΥΧΩΝ ΓΙΑ ΑΚ. ΕΤΟΣ ..., ΚΑΤΑ ΕΠΙΣΤ. ΚΛΑΔΟ ΚΑΙ ΦΥΛΟ

5.2.2 *ΚΥΚΛΙΚΑ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ*

Απλά κυκλικά διαγράμματα ⇦ *Κυκλικά διαγράμματα* ⇨ *Σύνθετα κυκλικά διαγράμματα*

Τα κυκλικά διαγράμματα είναι κύκλοι που έχουν υποδιαιρεθεί σε κυκλικούς τομείς, ο καθένας των οποίων αντιστοιχεί στη συχνότητα μιας από τις κατηγορίες - κλάσεις που έχει υποδιαιρεθεί η ποιοτική μεταβλητή.

5.2.2.1 Απλά Κυκλικά διαγράμματα

Έστω ότι θέλουμε να παρουσιάσουμε εποπτικά σε κυκλικό διάγραμμα την συνολική τραπεζική χρηματοδότηση του 1977 κατά τομείς, όπως αυτή φαίνεται τον πίνακα 5.4.

Πίνακας 5.4 : Συνοπτική τραπεζική χρηματοδότηση το 1977 κατά τομείς (σε εκατομ. δρχ.)

Τομείς	Χρηματοδότηση σε εκατομ. δρχ.	%
Ιδιωτικός	475.824	86.8
Δημόσιες Υπηρεσίες	43.721	8.0
Δημόσιοι Οργανισμοί	15.584	2.8
Οργανισμοί συγκέντρωσης αγροτικών προϊόντων	12.861	2.4
Σύνολο	547.990	100.0

Πηγή : Συνοπτική Στατιστική Επετηρίδα ΕΣΥΕ 1980

Για την κατασκευή του κυκλικού διαγράμματος που θα απεικονίζει την τραπεζική χρηματοδότηση του 1977 (σχήμα 5.6), θα πρέπει να ορισθούν οι γωνίες των κυκλικών τομέων που αντιστοιχούν σε κάθε τομέα χρηματοδότησης.

Επειδή η συνολική χρηματοδότηση (547.990 εκατομμύρια δρχ) αντιστοιχεί στο εμβαδόν του κύκλου, (360^o)

-Ο κυκλικός τομέας του ιδιωτικού τομέα θα αντιστοιχεί σε γωνία :

$$\omega_1 = \frac{360}{547990} \cdot 475824 = 321^o.6$$

-Ο κυκλικός τομέας των Δημοσίων επιχειρήσεων θα αντιστοιχεί σε γωνία :

$$\omega_2 = \frac{360}{547990} \cdot 43721 = 28^o.7$$

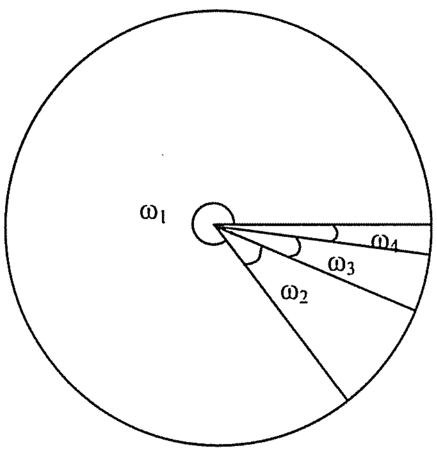
-Ο κυκλικός τομέας των Δημοσίων οργανισμών θα αντιστοιχεί σε γωνία :

$$\omega_3 = \frac{360}{547990} \cdot 15584 = 10^o.2$$

-Ο κυκλικός τομέας των Οργανισμών συγκέντρωσης αγροτικών προϊόντων θα αντιστοιχεί σε γωνία : $\omega_4 = \frac{360}{547990} \cdot 12861 = 8^o.5$

Τα 547990 εκατομ. δρχ αντιστοιχούν σε γωνία 360^o
Τα 475824 εκατομ. δρχ αντιστοιχούν σε γωνία $312^o.6$
Τα 43721 εκατομ. δρχ αντιστοιχούν σε γωνία $28^o.7$
Τα 15584 εκατομ. δρχ αντιστοιχούν σε γωνία $10^o.2$
Τα 12862 εκατομ. δρχ αντιστοιχούν σε γωνία $8^o.5$

ω1: $312^o.6$: Ιδιωτικός τομέας
ω2: $28^o.7$: Δημόσιες Επιχειρήσεις
ω3: $10^o.2$: Δημόσιοι Οργανισμοί
ω4: $8^o.5$: Οργαν. Συγκ. Αγρ. Προϊόντων



σχήμα 5.6 : Κυκλικό διάγραμμα της κατανομής της συνολικής τραπεζικής χρηματοδότησης του 1977 κατά τομείς

Πηγή : Συνοπτική Στατιστική Επετηρίδα ΕΣΥΕ 1980

5.2.2.2 Σύνθετα ή Συγκριτικά κυκλικά διαγράμματα

Έστω ότι επιθυμούμε να παραστήσουμε εποπτικά με κυκλικά διαγράμματα την κατανομή του πληθυσμού της Κρήτης στους τέσσερις νομούς της, σύμφωνα με τα στοιχεία των απογραφών του 1971 και 1991.

Οι κατανομές αυτές παρουσιάζονται στον πίνακα 5.5

Πίνακας 5.5 : Κατανομή του πληθυσμού της Κρήτης κατά τις απογραφές του 1971 και 1991

	1971		1991	
Νομός	Πληθυσμός	%	Πληθυσμός	%
Ηρακλείου	209.670	46.0	264.906	49.0
Λασιθίου	66.226	14.5	71.279	13.2
Ρεθύμνης	60.949	13.3	70.095	13.0
Χανίων	119.797	26.2	133.774	24.8
Σύνολο	456.642	100.0	540.054	100.0

Πηγή : Συνοπτική Στατιστική Επετηρίδα της ΕΣΥΕ 1980 και 1998

Για την απεικόνιση αυτών των κατανομών με κυκλικά διαγράμματα, θα πρέπει να ορισθούν οι γωνίες των κυκλικών τομέων που αντιστοιχούν στον πληθυσμό του κάθε νομού σύμφωνα με τα στοιχεία των δύο απογραφών του 1971 και 1991.

Α. Λαμβάνοντας υπόψη τα στοιχεία της απογραφής του 1971

Ο συνολικός πληθυσμός 456.642 αντιστοιχεί σε γωνία $\omega = 360^o$

Ο πληθυσμός του Νομού Ηρακλείου 209.670 αντιστοιχεί σε γωνία

$$\omega_1 = \frac{360}{456642} \cdot 209670 = 165^o.3$$

Ο πληθυσμός του Νομού Λασιθίου 66.226 αντιστοιχεί σε γωνία

$$\omega_2 = \frac{360}{456642} \cdot 66226 = 52^o.2$$

Ο πληθυσμός του Νομού Ρεθύμνης 60.949 αντιστοιχεί σε γωνία

$$\omega_3 = \frac{360}{456642} \cdot 60949 = 48^o.1$$

Ο πληθυσμός του Νομού Χανίων 119.797 αντιστοιχεί σε γωνία

$$\omega_4 = \frac{360}{456642} \cdot 119797 = 94^o.4$$

Β. Λαμβάνοντας υπόψη τα στοιχεία της απογραφής του 1991

Ο συνολικός πληθυσμός 540.054 αντιστοιχεί σε γωνία ω=360°

Ο πληθυσμός του Νομού Ηρακλείου 264.906 αντιστοιχεί σε γωνία

$$\omega_1 = \frac{360}{540054} \cdot 264906 = 176^{o}.6$$

Ο πληθυσμός του Νομού Λασιθίου 71.279 αντιστοιχεί σε γωνία

$$\omega_2 = \frac{360}{540054} \cdot 71279 = 47^{o}.5$$

Ο πληθυσμός του Νομού Ρεθύμνης 70.095 αντιστοιχεί σε γωνία

$$\omega_3 = \frac{360}{540054} \cdot 70095 = 46^{o}.7$$

Ο πληθυσμός του Νομού Χανίων 133.774 αντιστοιχεί σε γωνία

$$\omega_4 = \frac{360}{540054} \cdot 133774 = 89^{o}.2$$

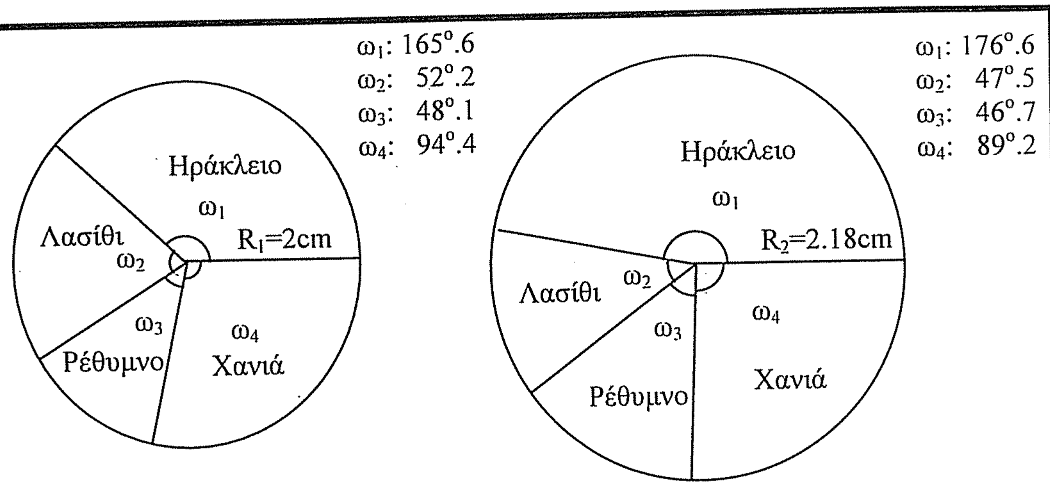
Αν επιχειρηθεί η απεικόνιση των κατανομών του πληθυσμού της Κρήτης στις απογραφές του 1971 και 1991 με δύο κυκλικά διαγράμματα ίσων ακτινών (ίσοι κύκλοι), θα παρουσιασθεί εποπτικά η διαφοροποίηση των δύο κατανομών. Δεν θα είναι όμως δυνατή η απεικόνιση της αύξησης του πληθυσμού της συγκεκριμένης εικοσαετία.

Προκειμένου, στην απεικόνιση με κυκλικά διαγράμματα, να γίνεται εμφανής, εκτός από τη διαφορά των κατανομών και η διαφορά των πραγματικών μεγεθών, θα πρέπει στα δύο συγκριτικά κυκλικά διαγράμματα τα εμβαδά των κύκλων να είναι ανάλογα των συνολικών μεγεθών.

$$\frac{\Pi R_2^{\,2}}{\Pi R_1^{\,2}} = \frac{\Sigma_2}{\Sigma_1} \Rightarrow R_2^{\,2} = \frac{\Sigma_2}{\Sigma_1} \times R_1^{\,2} \Rightarrow R_2 = R_1 \sqrt{\frac{\Sigma_2}{\Sigma_1}}$$

Στο συγκεκριμένο παράδειγμα του πληθυσμού της Κρήτης είναι Σ_1=456.642, Σ_2=540.054 αν δε ως ακτίνα του κυκλικού διαγράμματος του 1971 ληφθεί R_1=2cm. Τότε η ακτίνα του διαγράμματος του 1991 θα πρέπει να είναι :

$$R_2 = 2 \times \sqrt{\frac{540.054}{456.642}} = 2 \times 1.09 = 2.18 \text{ (σχήμα 5.7)}$$



σχήμα 5.7 : Κυκλικό διάγραμμα της κατανομής της συνολικής τραπεζικής χρηματοδότησης του 1977 κατά τομείς

Πηγή : Συνοπτική Στατιστική Επετηρίδα ΕΣΥΕ 1980

Παράδειγμα : Έστω ότι θέλουμε να παρουσιάσουμε σε κυκλικά διαγράμματα τη συνολική τραπεζική χρηματοδότηση των ετών 1977,1978 και 1979 κατά τομείς, όπως αυτή φαίνεται στον πίνακα 5.6

Πίνακας 5.6 : Συνολική τραπεζική χρηματοδότηση κατά τομείς (σε εκατομ. δρχ.)

Τομείς	1977	1978	1979
Ιδιωτικός	475.824	585.047	691.124
Δημόσιες Υπηρεσίες	43.721	53.192	68.763
Δημόσιοι Οργανισμοί	15.584	17.428	20.126
Οργανισμοί συγκέντρωσης αγροτικών προϊόντων	12.861	9.273	16.618
Σύνολο	547.990	664.940	796.631

Πηγή : Συνοπτική Στατιστική Επετηρίδα ΕΣΥΕ 1980

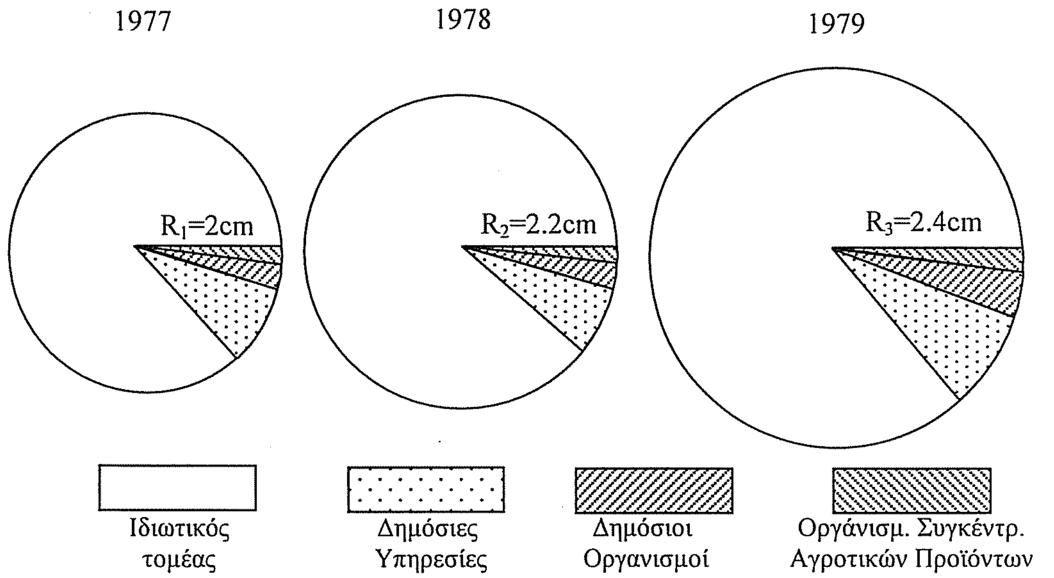
Αν η ακτίνα του κύκλου που απεικονίζει τις τραπεζικές επενδύσεις του 1977 είναι R_7=2cm, τότε οι ακτίνες του 1978 R_8 και του 1979 R_9 θα είναι :

$$R_8 = \sqrt{\frac{664940}{547990}} = 2.2\text{cm} \qquad R_9 = \sqrt{\frac{796631}{547990}} = 2.4\text{cm}$$

Οι γωνίες των κυκλικών τομέων παρουσιάζονται στον πίνακα 5.7

Πίνακας 5.7 : Γωνίες που αντιστοιχούν στους τομείς χρηματοδότησης

Τομείς	1977	1978	1979
Ιδιωτικός	$\omega_{17}=312^o.6$	$\omega_{18}=316^o.7$	$\omega_{19}=312^o.3$
Δημόσιες Υπηρεσίες	$\omega_{27}=28^o.7$	$\omega_{28}=28^o.8$	$\omega_{29}=31^o.1$
Δημόσιοι Οργανισμοί	$\omega_{37}=10^o.2$	$\omega_{38}=9^o.4$	$\omega_{39}=9^o.1$
Οργανισμοί συγκέντρωσης αγροτικών προϊόντων	$\omega_{47}=8^o.5$	$\omega_{48}=5^o.1$	$\omega_{49}=7^o.5$
Σύνολο	360^o	360^o	360^o
Ακτίνα	$R_1=2$ cm	$R_2=2.2$cm	$R_3=2.4$cm



σχήμα 5.8 :Συγκριτικά κυκλικά διαγράμματα της συνολικής τραπεζικής χρηματοδότησης κατά τομείς τα έτη 1977, 1978, 1979

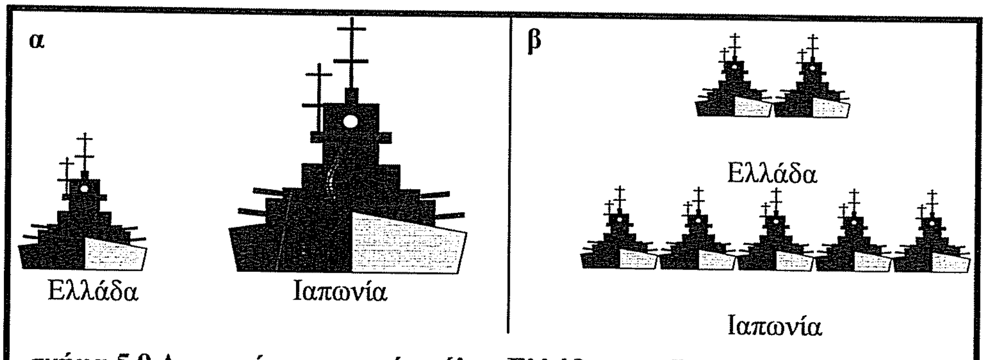
5.2.3 ΣΧΗΜΑΤΙΚΑ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ

Με τα σχηματικά διαγράμματα επιτυγχάνεται η σχηματική σύγκριση δύο ή περισσοτέρων μεγεθών παρουσιάζοντας αυτά με μορφές ή σχέδια. Τα διαγράμματα αυτά είναι περισσότερο κατανοητά "απ' όλο τον κόσμο" και όχι μόνο από τους ειδικούς.

Η δυσκολία που παρουσιάζει η ακριβής σύγκριση των μεγεθών που παρουσιάζονται με τη μορφή σχημάτων είναι κυρίως η έλλειψη της τρίτης διάστασης στο χαρτί. Γι' αυτό το λόγο, εάν θέλουμε να συγκρίνουμε, για παράδειγμα, τον αριθμό των εμπορικών πλοίων μεταξύ δύο χωρών ή μεταξύ δύο χρονικών περιόδων, δεν θα σχεδιάσουμε δύο πλοία των οποίων η διαφορά στο μέγεθος να παριστά τη διαφορά των δύο μεγεθών, αλλά τόσα όμοια όσα αρκούν για να καταστεί εμφανής η διαφορά.

Έστω ότι θέλουμε να συγκρίνουμε εποπτικά μεταξύ τους, τους εμπορικούς στόλους της Ελλάδας και της Ιαπωνίας το έτος 1970, γνωρίζοντας ότι ο εμπορικός στόλος της Ελλάδας το 1970 ήταν 10.952 χιλιάδες κόροι συνολικής χωρητικότητας και της Ιαπωνίας την ίδια χρονιά 27.004 χιλιάδες κ.σ.χ.

Αν η διαφορά απεικονισθεί με δύο πλοία, ένα για κάθε χώρα, αναλόγων διαστάσεων (σχήμα 5.9α) δεν γίνεται τόσο εύκολα αντιληπτή η διαφορά των δύο χωρών, όσο αν παραστήσουμε την Ελλάδα με δύο πλοία και την Ιαπωνία με πέντε (10.952/27004 = 2:5) (σχήμα 5.9β).



σχήμα 5.9 Διαφορά εμπορικού στόλου Ελλάδας και Ιαπωνίας το 1970

5.2.4 ΧΑΡΤΟΓΡΑΜΜΑΤΑ

Πολλές φορές επιθυμούμε να παρουσιάσουμε την κατανομή ενός φαινομένου (μέγεθος) ως προς τις γεωγραφικές περιφέρειες μιας ευρύτερης περιοχής. Η ευρύτερη περιοχή μπορεί να είναι π.χ. η Ευρωπαϊκή Ένωση και γεωγραφικές περιφέρειες οι χώρες μέλη της ή μια χώρα με γεωγραφικές περιφέρειες τις διοικητικές περιφέρειες ή τους νομούς της.

Η διαφοροποίηση των γεωγραφικών περιοχών ως προς το μέγεθος που εξετάζεται, γίνεται εμφανής στα χαρτογράμματα με διαφορετικά χρώματα (σχήμα 5.10) ή με διαφορετικές διαγραμμίσεις (σχήμα 5.11) ή ακόμη με διαφορετικού μεγέθους σύμβολο (σχήμα 5.12) σε κάθε γεωγραφική περιοχή.

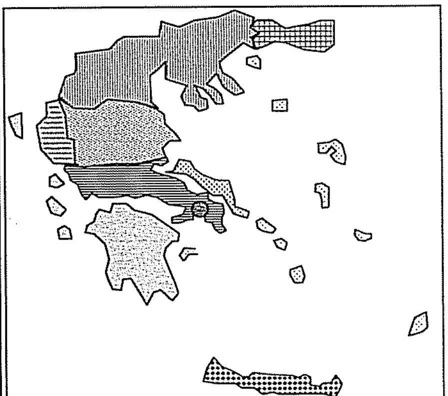
Είναι φανερό ότι θα πρέπει στο χαρτογράφημα ως υπόμνημα να γίνεται σαφής η σημασίας του κάθε χρώματος, της κάθε γραμμοσκίασης ή του μεγέθους του συμβόλου.

Πίνακας 5.8 : Κατανομή του πληθυσμού της Ελλάδας κατά περιφέρεια σε χιλιάδες (απογραφή 1991)

Περιφέρεια	Πληθυσμός σε χιλιάδες.	%
Περιφέρεια Πρωτεύουσας	3.073	30.0
Λοιπή Στερεά Ελλάδα	1.261	12.3
Πελοπόννησος	1.087	10.6
Ιόνια Νησιά	194	1.9
Ήπειρος	340	3.3
Θεσσαλία	735	7.1
Μακεδονία	2.236	21.8
Θράκη	338	3.3
Νησιά Αιγαίου	457	4.4
Κρήτη	540	5.3
Σύνολο	10.261	100.0

Πηγή : Συνοπτική Στατιστική Επετηρίδα ΕΣΥΕ 1998

σχήμα 5.10: Χαρτόγραμμα κατανομής του Ελληνικού πληθυσμού κατά περιφέρεια



σχήμα 5.11: Χαρτόγραμμα κατανομής του Ελληνικού πληθυσμού κατά περιφέρεια

σχήμα 5.12: Χαρτόγραμμα κατανομής του Ελληνικού πληθυσμού κατά περιφέρεια

5.3 ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΠΟΣΟΤΙΚΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ

Διαγράμματα ποσοτικών μεταβλητών

Διαγράμματα διακριτών ποσοτικών μεταβλητών

Διαγράμματα συνεχών ποσοτικών μεταβλητών

Όπως είναι γνωστό, οι **ποσοτικές μεταβλητές** διακρίνονται σύμφωνα με το μέγεθος το οποίο μετρούν, στις **διακριτές,** όπως π.χ. ο αριθμός των μελών μιας οικογένειας και στις **συνεχείς,** όπως π.χ. η παραγωγή σιτηρών της Βουλγαρίας
Οι γραφικές απεικονίσεις αυτών των δύο κατηγοριών ποσοτικών μεταβλητών είναι διαφορετικές και η διαφοροποίηση τους οφείλεται στο ότι μ' αυτές, εκτός της παρουσίασης των κατανομών τους πρέπει να είναι εμφανές και το είδος της μεταβλητής που περιγράφουν.

5.3.1 ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΔΙΑΚΡΙΤΩΝ ΠΟΣΟΤΙΚΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ

Διαγράμματα διακριτών ποσοτικών μεταβλητών

Ακιδωτά διαγράμματα

Διαγράμματα αθροιστικής συχνότητας διακριτών ποσοτικών μεταβλητών

Οι κατανομές των διακριτών μεταβλητών απεικονίζονται με ακιδωτά διαγράμματα.
Ενδιαφέρον στη μελέτη διακριτών μεταβλητών παρουσιάζουν οι γραφικές παραστάσεις των αθροιστικών συχνοτήτων τους. Έτσι, έχουμε τα ακιδωτά διαγράμματα και τα διαγράμματα της αθροιστικής συχνότητας των διακριτών ποσοτικών μεταβλητών.

5.3.1.1 Ακιδωτά διαγράμματα

Στα **ακιδωτά διαγράμματα**, οι τιμές της ανεξάρτητης μεταβλητής, δηλαδή της διακριτής μεταβλητής, της οποίας την κατανομή συχνότητας επιθυμούμε να απεικονίσουμε, αντιστοιχούν σε διακεκριμένα σημεία του άξονα των τετμημένων (οριζόντιος άξονας). Στον άξονα των τεταγμένων (κατακόρυφος άξονας) αντιστοιχούν οι συχνότητες εμφάνισης των τιμών της μεταβλητής.. Με τον τρόπο αυτό, σε κάθε τιμή X_i της διακριτής μεταβλητής Χ θα αντιστοιχεί ένα κατακόρυφο ευθύγραμμο τμήμα (**ακίδα**) του οποίου το μήκος εξαρτάται από την απόλυτη συχνότητα n_i ή την σχετική συχνότητα f_i αυτής της τιμής x_i. Η βάση αυτού του ευθύγραμμου τμήματος βρίσκεται επί του άξονα των τετμημένων (Χ) στο σημείο x_i.

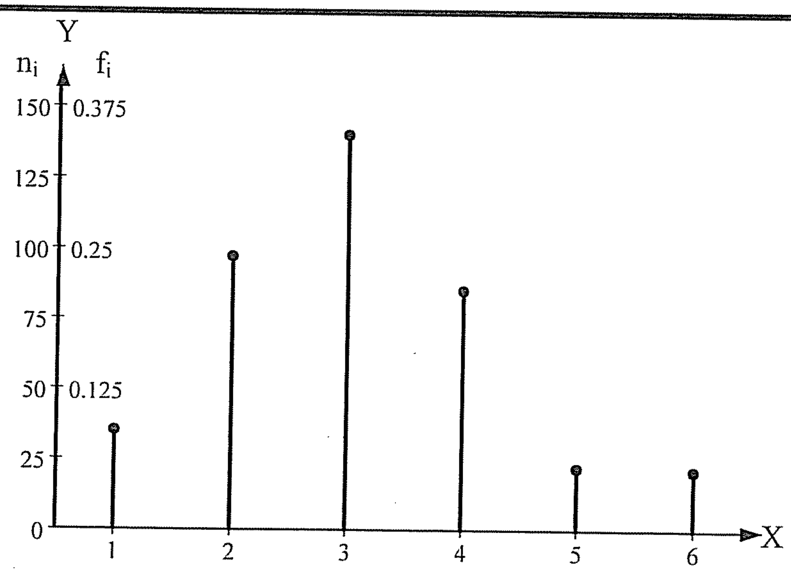
Παράδειγμα : Μετρήσαμε τον αριθμό των ατόμων που καθόταν γύρω από κάθε τραπέζι των καφετεριών της παραλίας της Θεσσαλονίκης μια Κυριακή πρωί.

Η κατανομή αυτής της διακριτής μεταβλητής (αριθμός ατόμων) παρουσιάζεται στον πίνακα 5.9.

Πίνακας 5.9 : Αριθμός ατόμων γύρω από τραπέζι

Άτομα παρέας Xi	1	2	3	4	5	6	Σύνολο
Απόλυτη συχνότητα ni	35	97	140	85	22	21	400
Σχετική συχνότητα fi	0.09	0.24	0.35	0.21	0.06	0.05	1.00

Στο παράδειγμα αυτό η διακριτή μεταβλητή Χ λαμβάνει τις τιμές 1, 2, 3, 4, 5, 6 (άξονας των τετμημένων) και οι απόλυτες συχνότητες μεταβάλλονται από 21 έως 140 άτομα (άξονας των τεταγμένων Υ).



σχήμα 5.13: Ακιδωτό διάγραμμα του αριθμού των ατόμων γύρω από τραπέζι καφετέριας

Από το ακιδωτό διάγραμμα 5.13 διαπιστώνουμε ότι στα περισσότερα τραπέζια καθόταν παρέες τριών ατόμων με φθίνουσες συχνότητες για μικρότερο ή μεγαλύτερο αριθμό ατόμων.

5.3.1.2 Διαγράμματα αθροιστικής συχνότητας διακριτών μεταβλητών

Αν επεκτείνουμε τον πίνακα 5.9 του παραδείγματος ακιδωτού διαγράμματος προσθέτοντας τις αθροιστικές απόλυτες και σχετικές συχνότητες οδηγούμαστε στον πίνακα 5.10

Πίνακας 5.10 : Απόλυτες, σχετικές και αθροιστικές συχνότητες ατόμων παρέας που κάθονται γύρω από τραπέζι καφετέριας

Άτομα X_i	1	2	3	4	5	6	Σύνολο
Απόλυτη συχνότητα n_i	35	97	140	85	22	21	400
Σχετική συχνότητα f_i	0.09	0.24	0.35	0.21	0.06	0.05	1.00
Αθροιστική συχνότητα N_i	35	132	272	357	379	400	
Αθροιστική σχετική συχνότητα F_i	0.09	0.33	0.68	0.89	0.95	1.00	

Όπως έχει αναφερθεί στους ορισμούς της αθροιστικής συχνότητας, n_i άτομα έχουν για τη μεταβλητή X τιμές μικρότερες ή ίσες της X_i. Στο συγκεκριμένο παράδειγμα 357 άτομα κάθονται σε παρέες το πολύ τεσσάρων ατόμων.

Αυτή η έννοια «**το πολύ τεσσάρων ατόμων**» συμβολίζεται με τη σχέση $X \leq 4$ και μας οδηγεί στην έννοια συνεχούς ποσοτικής μεταβλητής. Έτσι, ενώ η τυχαία μεταβλητή X λαμβάνει μόνο τιμές 1, 2, 3, 4, 5, 6 έχει νόημα η ερώτηση :

Πόσα άτομα κάθονται σε παρέες το πολύ 4 ατόμων;

Η απάντηση θα είναι ίδια με αυτήν της ερώτησης :

Πόσα άτομα κάθονται σε παρέες το πολύ 4.5 ή 4.6 ή 4.99 ατόμων;

Αλλαγή απάντησης θα έχουμε στην ερώτηση :

Πόσα άτομα κάθονται σε παρέες το πολύ 5 ατόμων ;

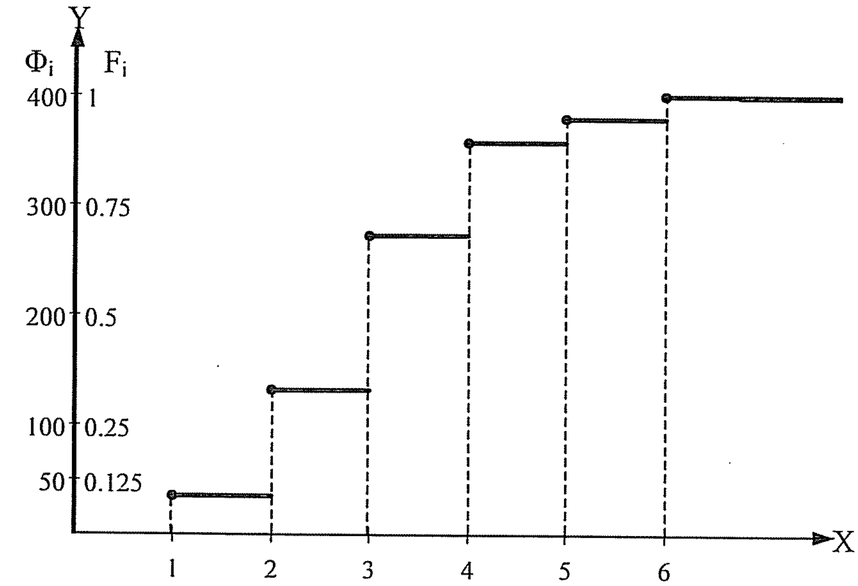
Παρατηρείται, λοιπόν, ότι ενώ η μεταβλητή X είναι διακριτή ποσοτική, η αθροιστική της συχνότητα μπορεί να θεωρηθεί ότι αναφέρεται σε συνεχή μεταβλητή.

Δεν είναι χωρίς νόημα η ερώτηση :

Πόσα άτομα κάθονται σε παρέες με λιγότερο από 3.7 άτομα;

Η απάντηση σ' αυτήν την ερώτηση είναι : 272 άτομα (35 + 97 + 140)

Το διάγραμμα των αθροιστικών συχνοτήτων διακριτών μεταβλητών ομοιάζουν με αυτά των συνεχών μεταβλητών.

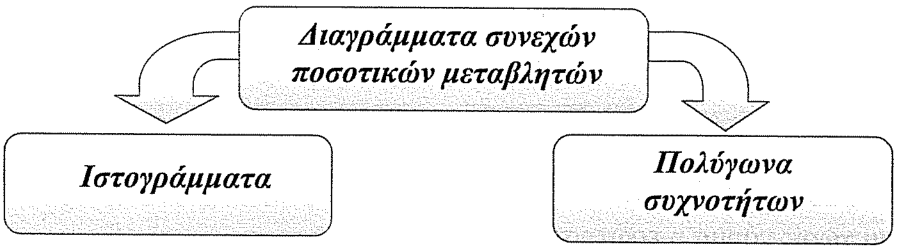


σχήμα 5.14: Διάγραμμα αθροιστικής συχνότητας διακριτής μεταβλητής

Διαπιστώνεται από το διάγραμμα 5.14 της αθροιστικής συχνότητας της διακριτής μεταβλητής X με τιμές 1, 2, 3, 4, 5, 6 ότι έχει νόημα η ερώτηση :

Πόσα άτομα κάθονται σε παρέες με λιγότερα από 7 ή 8 ή 9 άτομα;
Η απάντηση σ' αυτήν την ερώτηση είναι :
400 άτομα ή το 100%

5.3.2 ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΣΥΝΕΧΩΝ ΠΟΣΟΤΙΚΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ



Για τη γραφική απεικόνιση συνεχών ποσοτικών μεταβλητών απαιτείται ο διαχωρισμός των τιμών τους σε κλάσεις. Έτσι, π.χ. η μεταβλητή ηλικία 500 ατόμων χωρίζεται στις κλάσεις [0,10), [10,20), [20,30), [30,40) ….
Η απαίτηση του διαχωρισμού σε κλάσεις θεωρείται απαραίτητη ώστε να είναι δυνατή η παρουσίαση της κατανομής τους. Δεν είναι εύκολη η παρουσίαση μιας κατανομής

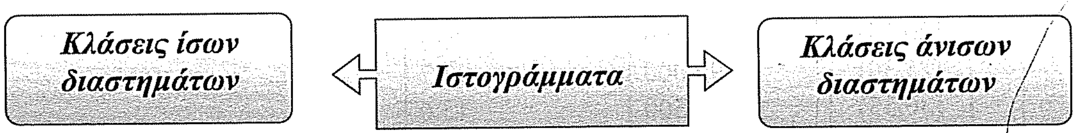
συνεχούς ποσοτικής μεταβλητής όταν έχουμε ένα μεγάλο πλήθος μεμονωμένων τιμών.

Π.χ. για να παρουσιασθεί γραφικά η κατανομή της μεταβλητής Χ «ηλικία» με τιμές :
Χ : 7, 82, 16, 37, 42, 27, 65, 58, 49, 37, 18, 12, 63……
την χωρίζουμε σε κλάσεις : [0,10), [10,30), [30,50), [50,90) και η κατανομή της παίρνει τη μορφή :

Κλάσεις ηλικίας	[0,10)	[10,30)	[30,50)	[50,90)
Συχνότητα n_i	1	4	3	4

Η κατανομή μιας συνεχούς ποσοτικής μεταβλητής μπορεί να παρασταθεί γραφικά με τα **ιστογράμματα** και τα **πολύγωνα συχνοτήτων**.

5.3.2.1 Ιστογράμματα



Όπως είναι ήδη γνωστό, ένας από τους στόχους της στατιστικής είναι να μπορεί να παρουσιάσει με μορφή σχημάτων ενδιαφέροντα στοιχεία και ιδιότητες των μεταβλητών που περιγράφουν έναν πληθυσμό.
Η σχηματική παρουσίαση ποσοτικών συνεχών μεταβλητών επιτυγχάνεται με τα **ιστογράμματα.**

Ιστόγραμμα είναι ένα επίπεδο σχήμα με ενωμένα μεταξύ τους ορθογώνια παραλληλόγραμμα σε σύστημα ορθογωνίων αξόνων.

Τα ιστογράμματα χρησιμοποιούνται συνήθως για γραφικές απεικονίσεις κατανομών συχνοτήτων ποσοτικών συνεχών μεταβλητών, αφού βέβαια χωριστούν σε κλάσεις.
Στον οριζόντιο άξονα του διαγράμματος λαμβάνονται διαδοχικά διαστήματα, τα μήκη των οποίων αντιστοιχούν στα εύρη των κλάσεων της μεταβλητής και υψώνονται κατακόρυφες στήλες (ορθογώνια παραλληλόγραμμα), με βάση μια καθορισμένη κλίμακα, που αντιστοιχούν στη συχνότητα της κάθε κλάσης.

Οι γενικές αρχές κατασκευής των ιστογραμμάτων είναι :

1) Η βάση του κάθε ορθογωνίου παραλληλογράμμου αντιστοιχεί στο εύρος της κλάσης στην οποία αντιστοιχεί. Γενικά, στην παρουσίαση της κατανομής συνεχών μεταβλητών, επιδιώκεται όλες οι κλάσεις να έχουν ίσο εύρος, αν αυτό δεν είναι εύκολο ή σκόπιμο, χρειάζεται ιδιαίτερη προσοχή στην κατασκευή του ιστογράμματος.

2) Τα εμβαδά των παραλληλογράμμων είναι ανάλογα του περιεχομένου (απόλυτη ή σχετική συχνότητα) των αντίστοιχων κλάσεων.
Αν λοιπόν, όλες οι κλάσεις έχουν ίσο εύρος, η συχνότητα τους μπορεί να απεικονισθεί με το ύψος του παραλληλογράμμου. Το συνολικό εμβαδόν, όλων των παραλληλογράμμων, είναι αντίστοιχο (ίσο) με το σύνολο των παρατηρήσεων.

Ιστογράμματα ίσων κλάσεων

Έστω ότι επιθυμούμε να απεικονίσουμε γραφικά την κατανομή ως προς την ηλικία των ανέργων Ελλήνων του έτους 1996, όπως αυτή παρουσιάζεται στον πίνακα 5.11. Επειδή η μεταβλητή ως προς την οποία έχουμε την κατανομή των ανέργων είναι η ηλικία (συνεχής) για την απεικόνιση της απαιτείται γραφική παράσταση ιστογράμματος.

Πίνακας 5.11 : Κατανομή κατά ηλικία των ανέργων Ελλήνων του 1996

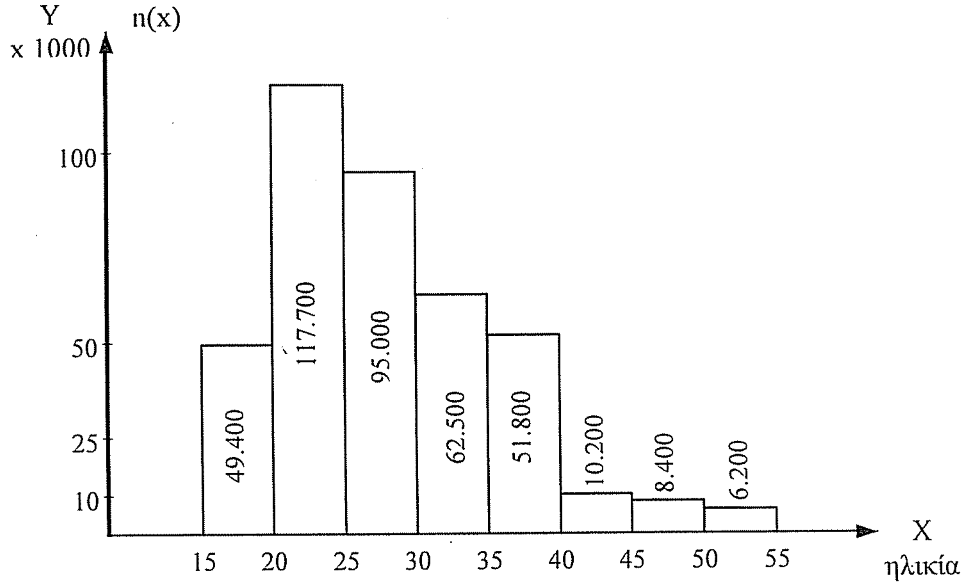
Ηλικία (X)	Αριθμός ανέργων n(x)	Σχετική συχνότητα f(x)
[15,20)	49.400	12.3
[20,25)	117.700	29.3
[25,30)	95.000	23.7
[30,35)	62.500	15.6
[35,40)	51.800	13.0
[40,45)	10.200	2.5
[45,50)	8.400	2.1
[50,55)	6.200	1.5
Σύνολο	401.200	100.0

Πηγή : Στατιστική Επετηρίδα ΕΣΥΕ 1998

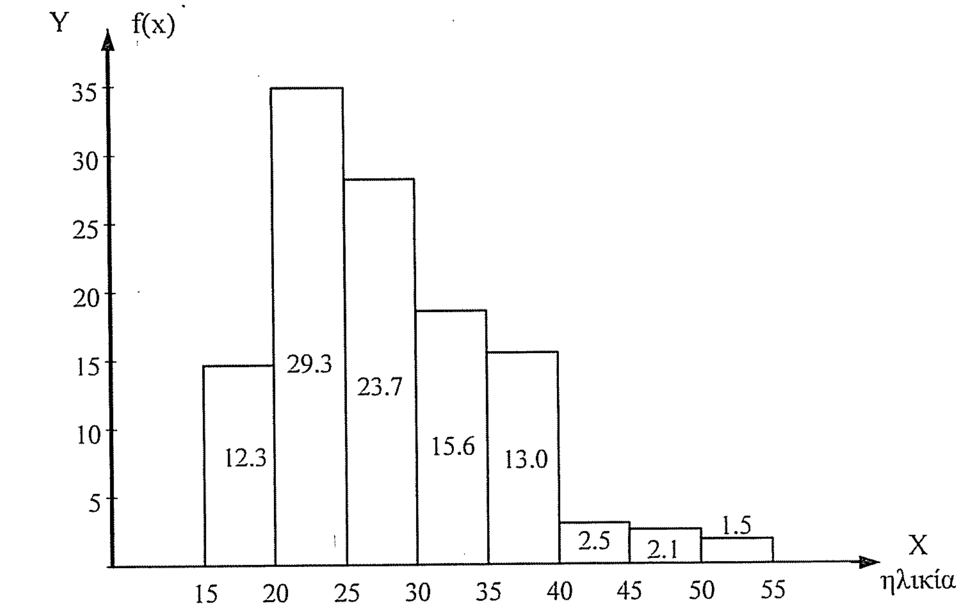
Για την κατασκευή του ιστογράμματος της κατανομής του πίνακα 5.11 θεωρείται ως άξονας των τετμημένων (άξονας των X) η ηλικία και ως άξονας των τεταγμένων (άξονας των Y) το περιεχόμενο κάθε κλάσης σε απόλυτη n(x) ή σχετική συχνότητα f(x) (σχήμα 5.15, 5.16).

Πρέπει να τονιστεί ότι κατά την κατασκευή των ιστογραμμάτων :
- Το περιεχόμενο της κάθε κλάσης θεωρείται συγκεντρωμένο στο μέσο του αντίστοιχου διαστήματος.
- Ανάλογα με το είδος της συχνότητας που λαμβάνεται υπόψη, τα ιστογράμματα διακρίνονται σε ιστογράμματα απολύτων ή σχετικών συχνοτήτων.

ΠΡΑΚΤΙΚΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ: Ο ΑΡΙΘΜΟΣ ΤΩΝ ΙΣΩΝ ΤΑΞΕΩΝ → ΚΑΝΟΝΑΣ ΤΟΥ STURGES: ΑΝ m = ΑΡ. ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΤΟΤΕ Ο ΑΡ. ΤΑΞΕΩΝ $\simeq 1 + 3.322 \log_{10}(m)$ ΣΤΡΟΓΓΥΛΟΠΟΙΗΜΕΝΟΣ ΣΤΟΝ ΠΛΗΣΙΕΣΤΕΡΟ ΑΚΕΡΑΙΟ (≤ 20)



σχήμα 5.15: Ιστόγραμμα απόλυτης συχνότητας της κατανομής των ανέργων Ελλήνων του 1996



σχήμα 5.16: Ιστόγραμμα σχετικής συχνότητας της κατανομής των ανέργων Ελλήνων του 1996

<u>Παρατήρηση</u> : Η συχνότητα, όπως έχουμε προαναφέρει, αντιστοιχεί στο εμβαδόν του κάθε παραλληλογράμμου, με συνέπεια το άθροισμα όλων των εμβαδών να ισούται με τον συνολικό πληθυσμό. Επειδή όμως οι βάσεις των παραλληλογράμμων είναι ίσες και θεωρούνται ίσες με τη μονάδα, η συχνότητα αντιστοιχεί στο ύψος του κάθε παραλληλογράμμου.

Ιστογράμματα άνισων κλάσεων (διαφορετικά εύρη των κλάσεων)

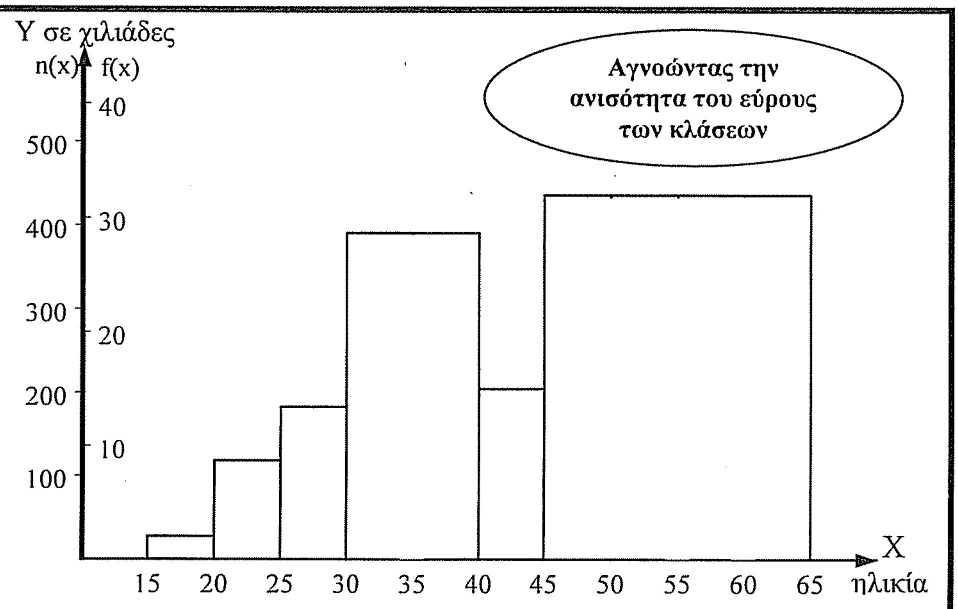
Παράδειγμα 1: Δίνεται η κατανομή των απασχολούμενων Ελληνίδων το 1996 ως προς την ηλικία (πίνακας 5.12) και επιθυμείται η γραφική απεικόνιση της. Είναι προφανές ότι, επειδή έχουμε την κατανομή ως προς συνεχή μεταβλητή, η γραφική παράσταση της απεικόνιση θα πραγματοποιηθεί με ιστόγραμμα.

Πίνακας 5.12 : Κατανομή των απασχολούμενων Ελληνίδων το 1996 ως προς την ηλικία

Ηλικία (X)	Αριθμός απασχολούμενων (απόλυτη συχνότητα n(x))	Σχετική συχνότητα f(x)
[15,20)	27.700	2.0
[20,25)	118.100	8.7
[25,30)	182.800	13.5
[30,40)	390.500	28.7
[40,45)	204.200	15.0
[45,65)	435.700	32.1
Σύνολο	1.359.000	100.0

Πηγή : Στατιστική Επετηρίδα ΕΣΥΕ 1998

Αν επιχειρήσουμε να κατασκευάσουμε το ιστόγραμμα της κατανομής του πίνακα 5.12 αγνοώντας την ανισότητα των διαστημάτων των κλάσεων, οδηγούμαστε στο σχήμα 5.17 όπου γίνεται φανερό ότι τη μεγαλύτερη συχνότητα παρουσιάζουν οι Ελληνίδες ηλικίας 45-65 χρόνων και ακολουθούν αυτές με ηλικία 30-40 χρόνων.



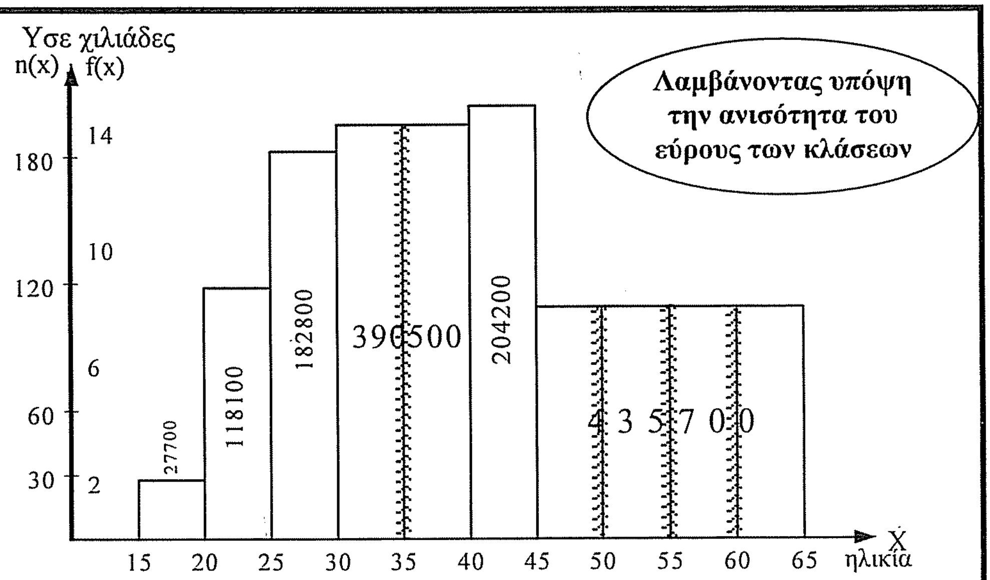
σχήμα 5.17 : Ιστόγραμμα της κατανομής των απασχολούμενων Ελληνίδων του 1996 ως προς την ηλικία (*αγνοώντας την ανισότητα του εύρους των κλάσεων*)

Οδηγηθήκαμε σ' αυτό το εσφαλμένο συμπέρασμα διότι αγνοήθηκε η βασική αρχή κατασκευής ιστογραμμάτων που είναι : **τα εμβαδά των παραλληλογράμμων είναι ανάλογα των συχνοτήτων**

Αν θεωρήσουμε αυτή την αρχή : **(βάση Χ) x (ύψος Υ) = συχνότητα** θα έχουμε :
Για το διάστημα:

15-20 :	5	x	Y_1	=	27.700	=>	Y_1	=	5540	Y_1'	=	27.700
20-25 :	5	x	Y_2	=	118.100	=>	Y_2	=	23620	Y_2'	=	118.100
25-30 :	5	x	Y_3	=	182.800	=>	Y_3	=	36560	Y_3'	=	182.800
30-40 :	0	δ	Y_4	=	390.500	=>	Y_4	=	39050	Y_4'	=	195.250
40-45 :	5	x	Y_5	=	204.200	=>	Y_5	=	40840	Y_5'	=	204.200
45-60 :	0	x	Y_6	=	435.700	=>	Y_6	=	21785	Y_6'	=	108.925

Στην ίδια αναλογία των υψών Y_i των παραλληλογράμμων θα οδηγηθούμε αν θεωρήσουμε ως μονάδα βάσης το 5 (Y_i')



σχήμα 5.18 : Ιστόγραμμα της κατανομής των απασχολούμενων Ελληνίδων του 1996 ως προς την ηλικία (*λαμβάνοντας υπόψη την ανισότητα του εύρους των κλάσεων*)

Από το ιστόγραμμα του σχήματος 5.18 που είναι και το σωστό διαπιστώνεται ότι η μεγαλύτερη συχνότητα ηλικίας στις εργαζόμενες Ελληνίδες είναι αυτή των 40-45 χρόνων και ακολουθεί αυτή των 30-40.

Πολύ συχνά τα δεδομένα που πρέπει να απεικονισθούν γραφικά δεν είναι ομαδοποιημένα σε κλάσεις ίσων διαστημάτων.
Άνισα διαστήματα, συνήθως, εμφανίζονται στις κατανομές εισοδήματος, ηλικιών, μεγέθους επιχειρήσεων, οικονομικής δραστηριότητας κλπ.
Το πρόβλημα σ' αυτές τις περιπτώσεις συνίσταται στο πώς θα σχεδιαστεί ιστόγραμμα κατανομών με κλάσεις που αντιστοιχούν σε άνισα εύρη.
Αποφεύγονται τα λάθη αυτών των περιπτώσεων όταν λαμβάνεται υπόψη η βασική αρχή των ιστογραμμάτων.

«τα εμβαδά των παραλληλογράμμων είναι ανάλογα των συχνοτήτων»

Θεωρούμε λοιπόν ως μονάδα βάσης (X) το μικρότερο διάστημα και τα υπόλοιπα ως πολλαπλάσια αυτής.

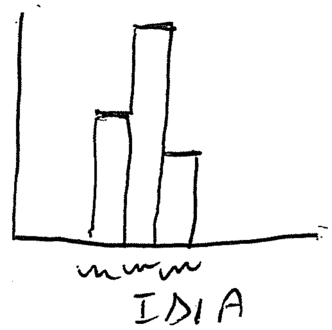
Προσοχή. Δεν πρέπει να κατασκευάζουμε νέο πίνακα δεδομένων με ίσα διαστήματα, διότι με τον τρόπο αυτό παρεμβαίνουμε αυθαίρετα στη δομή της κατανομής.
Αν δεν προσφέρεται διάστημα για να ληφθεί ως μονάδα βάσης, επιλέγουμε μόνοι μας μονάδα κατάλληλη για το μέγεθος του ιστογράμματος που θέλουμε να παρουσιάσουμε

* ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ ΓΙΑ ΙΣΤΟΓΡΑΜΜΑΤΑ ΑΝΙΣΩΝ ΤΑΞΕΩΝ

ΑΝ ΙΔΙΟ ΕΥΡΟΣ ΤΑΞΕΩΝ:

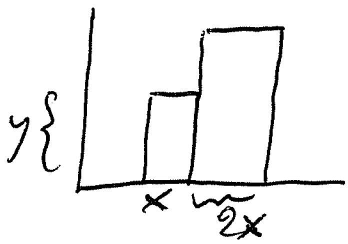
ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΕΜΒΑΔΩΝ ΙΣΟΔΥΝΑΜΕΙ ΜΕ ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΥΨΟΥΣ ΤΩΝ ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΓΡΑΜΜΩΝ → ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ <u>OK</u>

<u>ΠΑΡ:</u>



ΤΟ ΕΜΒΑΔΟΝ ΤΟΥ ΜΕΣΑΙΟΥ ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΓΡΑΜΜΟΥ ΕΙΝΑΙ ΤΟ ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΟ

ΕΣΤΩ 2 ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΓΡΑΜΜΑ ΑΝΙΣΟΥ ΕΥΡΟΥΣ, ΠΑΡ:



ΔΕΝ ΣΥΓΚΡΙΝΟΝΤΑΙ ΑΜΕΣΑ ΟΙ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (ΑΝΟΜΟΙΑ ΜΕΓΕΘΗ)

ΕΣΤΩ ΟΤΙ $x=1$ ΚΑΙ $y=5$ (ΑΡΙΣΤΕΡΟ)

$x=2$ ΚΑΙ $y=8$ (ΔΕΞΙ)

ΠΟΥ ΒΡΙΣΚΕΤΑΙ ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΗ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ;

→ ΔΗΛΑΔΗ ΠΟΣ ΘΑ ΕΠΙΛΕΞΟΥΜΕ y;

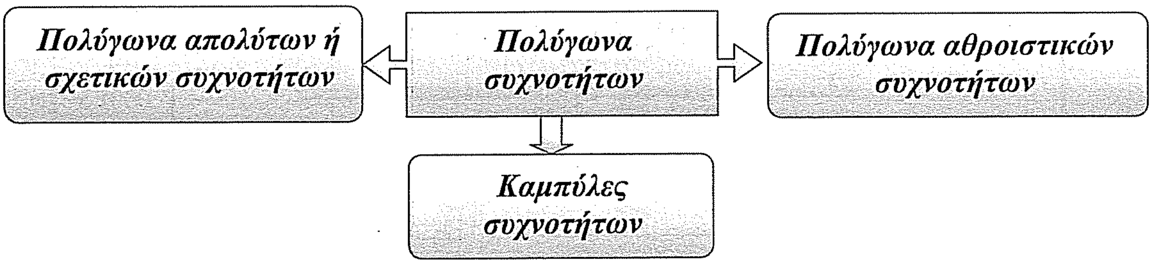
ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ: $x'=2x$

$\Rightarrow y'=y/2$

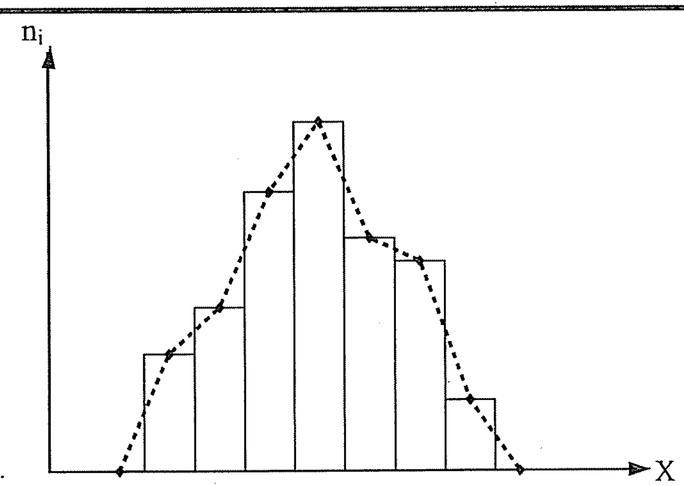
ΔΙΟΤΙ ΠΡΕΠΕΙ ΕΜΒΑΔΟΝ $E=xy=x'y'$

ΣΥΝΕΠΩΣ $y'=\frac{8}{2}=4$ ΤΟ ΟΠΟΙΟ ΣΥΓΚΡΙΝΕΤΑΙ ΜΕ $y=5$ $\Rightarrow$ ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΗ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΑΡΙΣΤΕΡΑ

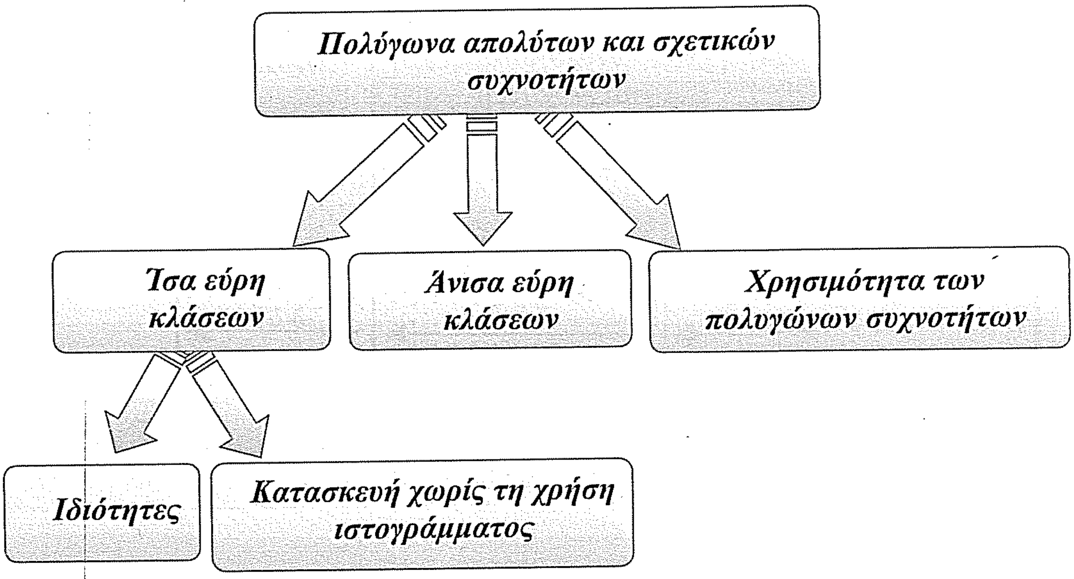
5.3.2.2 Πολύγωνα συχνοτήτων



Πολύγωνα ή πολυγωνικές γραμμές συχνοτήτων, είναι οι πολυγωνικές γραμμές (τεθλασμένες) που ορίζονται από τα μέσα των κορυφών των παραλληλογράμμων των ιστογράμμων συνεχών μεταβλητών (σχήμα 5.21).



σχήμα 5.21: Ιστόγραμμα και πολύγωνο συχνοτήτων



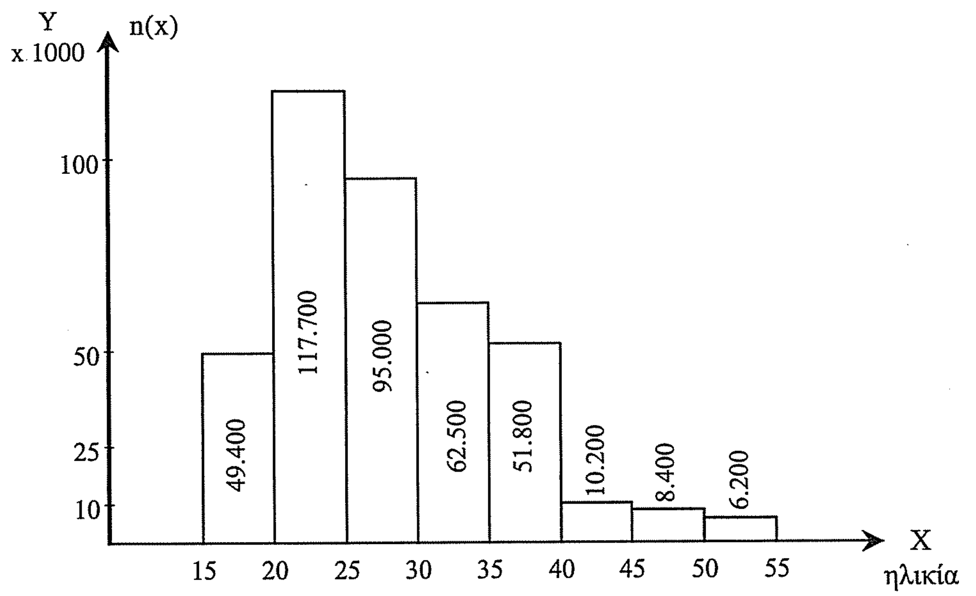
Αν σ' ένα σύστημα ορθογωνίων αξόνων, όπου έχουν ορισθεί οι κλίμακες των μεγεθών που μετρούν, προσδιορισθούν τα σημεία με τετμημένες τις κεντρικές τιμές των κλάσεων (μέσα των διαστημάτων που αντιστοιχούν σε κάθε κλάση) και τεταγμένες τις αντίστοιχες συχνότητες, και συνδεθούν διαδοχικά αυτά τα σημεία με ευθύγραμμα τμήματα, δημιουργείται ένα διάγραμμα, τεθλασμένη γραμμή, που είναι γνωστή ως «**πολυγωνική γραμμή**» συχνοτήτων.

Πίνακας 5.14 : Κατανομή κατά ηλικία των ανέργων Ελλήνων του 1996.

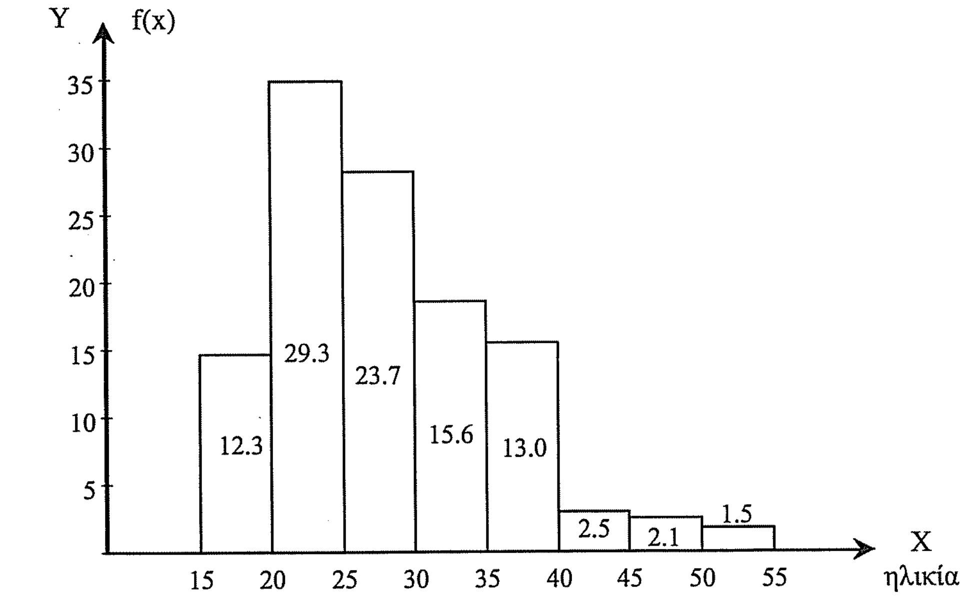
Ηλικία (X)	Αριθμός ανέργων n(x)	Σχετική συχνότητα f(x)
[15,20)	49.400	12.3
[20,25)	117.700	29.3
[25,30)	95.000	23.7
[30,35)	62.500	15.6
[35,40)	51.800	13.0
[40,45)	10.200	2.5
[45,50)	8.400	2.1
[50,55)	6.200	1.5
Σύνολο	401.200	100.0

Πηγή : Στατιστική Επετηρίδα ΕΣΥΕ 1998

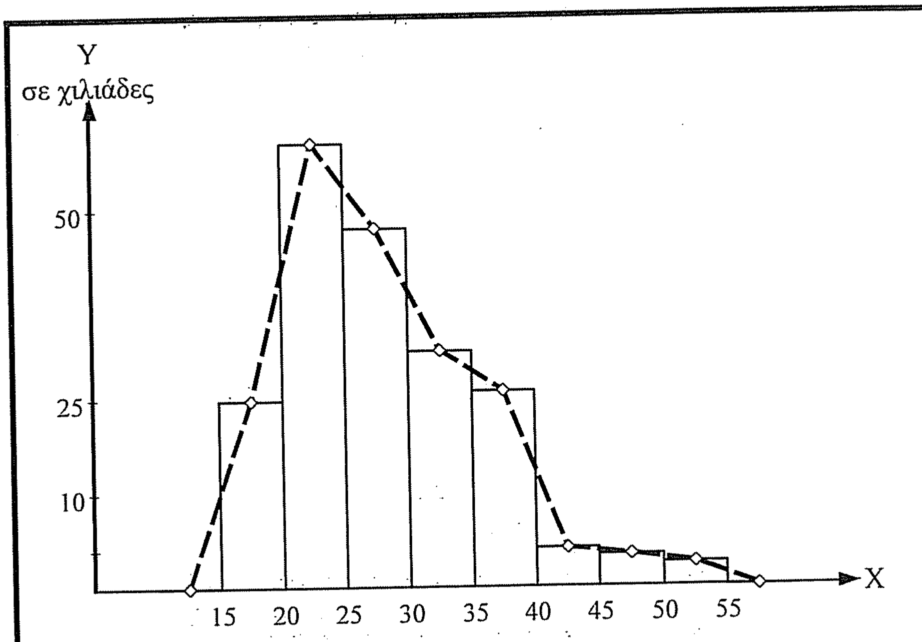
Στον πίνακα 5.14 παρουσιάζεται η κατανομή των ανέργων Ελλήνων του 1996 ως προς την ηλικία τους, στο δε σχήμα 5.22 το ιστόγραμμα αυτής της κατανομής. Αν ενώσουμε μεταξύ τους τα διαδοχικά μέσα των κορυφών των παραλληλογράμμων του ιστογράμματος της παραπάνω κατανομής, κατασκευάζεται μια τεθλασμένη πολυγωνική γραμμή με αρχή και τέλος επί του άξονα των τετμημένων (σχήμα 5.24).



σχήμα 5.22: Ιστόγραμμα απόλυτης συχνότητας της κατανομής των ανέργων Ελλήνων του 1996



σχήμα 5.23: Ιστόγραμμα σχετικής συχνότητας της κατανομής των ανέργων Ελλήνων του 1996



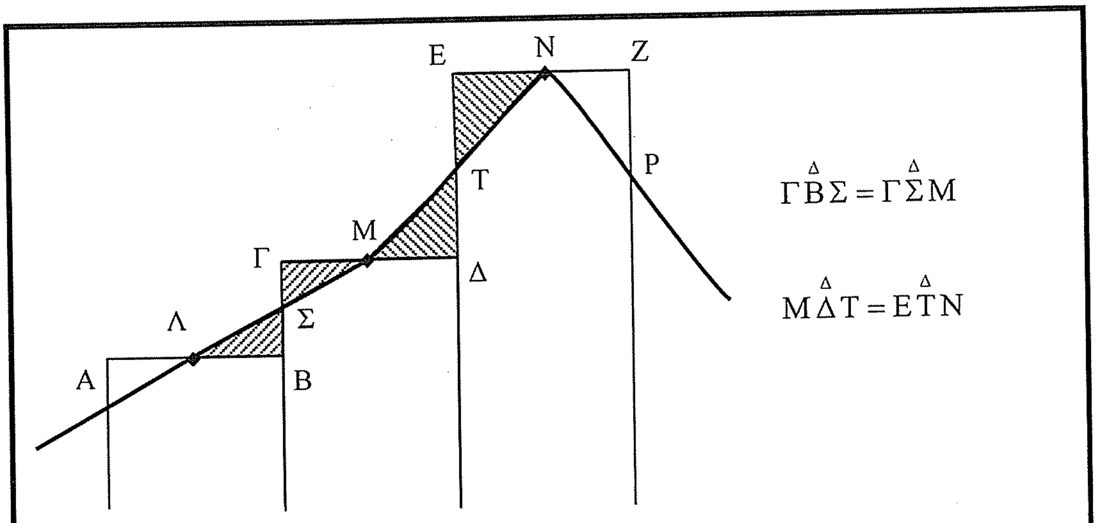
σχήμα 5.24: Πολυγωνική γραμμή – πολύγωνο συχνοτήτων

Ιδιότητες Πολυγωνικών Γραμμών

Γνωρίζουμε ότι τα συνολικό εμβαδόν του ιστογράμματος είναι ίσο με το σύνολο των παρατηρήσεων όταν αναφέρεται σε απόλυτες συχνότητες και με τη μονάδα όταν αναφέρεται σε σχετικές συχνότητες.

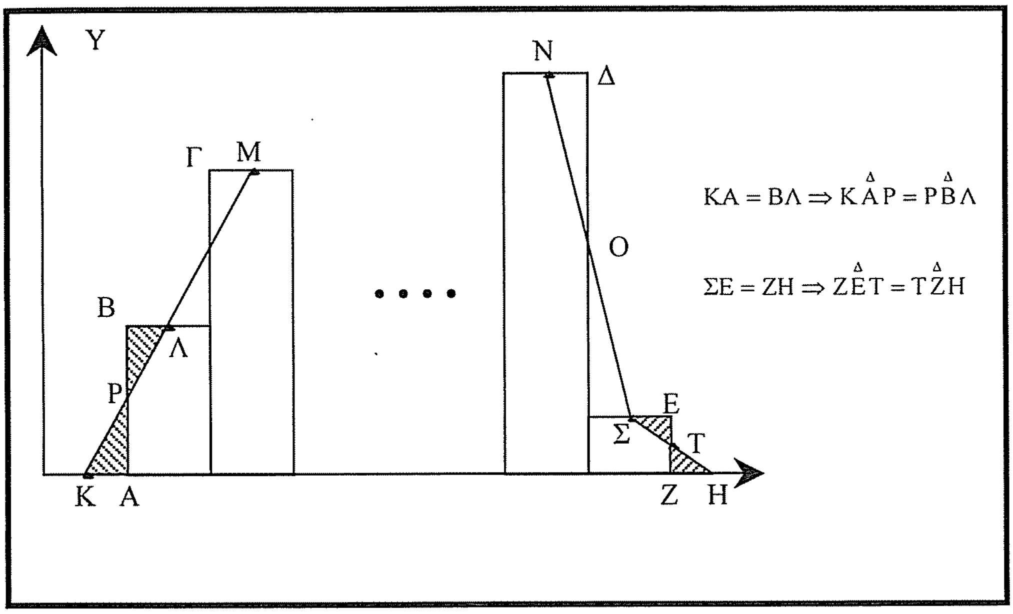
Παρατηρώντας προσεκτικά τον τρόπο κατασκευής του πολυγώνου συχνοτήτων διαπιστώνουμε ότι :

- Συνδέοντας μεταξύ τους τα μέσα των διαδοχικών κορυφών (άνω βάσεων) των παραλληλογράμμων του ιστογράμματος το πολύγωνο συχνοτήτων αλλού υστερεί και αλλού υπερέχει του ιστογράμματος (σχήμα 5.25)



σχήμα 5.25 : 1η ιδιότητα της πολυγωνικής γραμμής

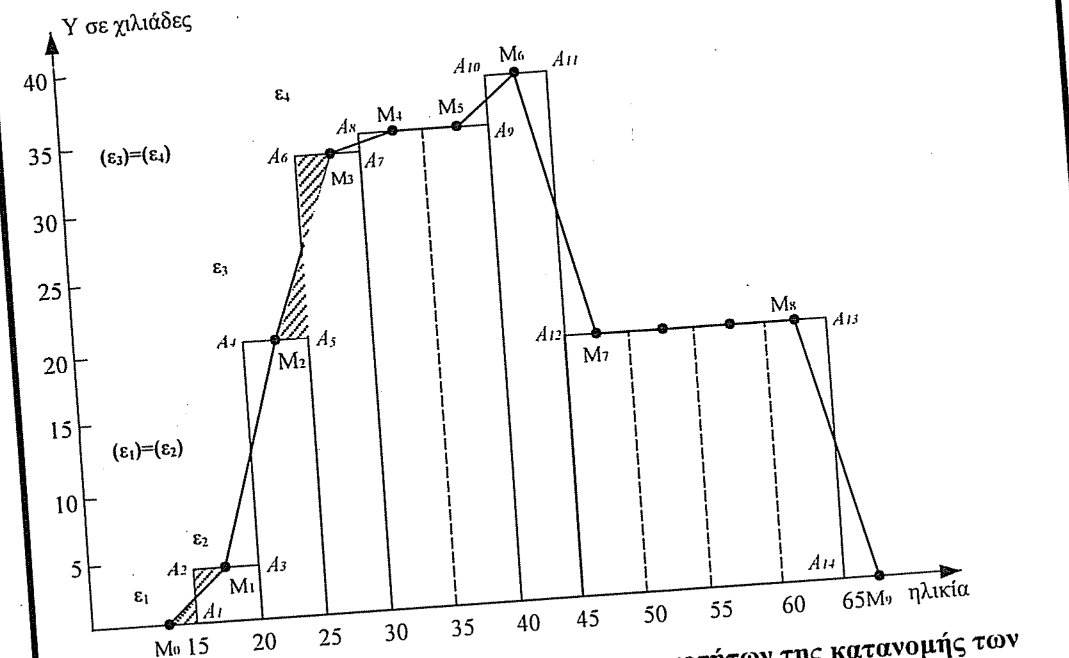
Το πολύγωνο συχνοτήτων υπερέχει του ιστογράμματος κατά το εμβαδόν των τριγώνων ΛΒΣ, ΜΔΤ, ... Και υστερεί κατά το εμβαδόν των τριγώνων ΓΣΜ, ΕΤΝ, ... καθόσον τα πρώτα τρίγωνα είναι εντός του ιστογράμματος και τα δεύτερα εκτός. Επειδή όμως, όπως εύκολα αποδεικνύεται, για κάθε τρίγωνο υπεροχής υπάρχει το αντίστοιχο, ίσο με το πρώτο τρίγωνο υστέρησης (ΛΒΣ = ΓΣΜ, ΜΔΤ=ΕΤΝ, ...), το συνολικό εμβαδόν που περιλαμβάνεται μεταξύ της πολυγωνικής γραμμής συχνοτήτων και του άξονα των τετμημένων είναι ίσο με αυτό του ιστογράμματος.



Χρειάζεται ιδιαίτερη προσοχή στην αρχή και στο τέλος της πολυγωνικής γραμμής.
Το μέσο της κορυφής του πρώτου παραλληλογράμμου του ιστογράμματος (σχήμα 5.26) συνδέεται με το σημείο Κ που είναι τέτοιο ώστε ΚΑ = ΒΛ, με συνέπεια τα δύο τρίγωνα ΚΑΡ και ΡΛΒ να είναι ίσα.
Όμοια το μέσο Σ της κορυφής του τελευταίου παραλληλογράμμου του ιστογράμματος συνδέεται με το σημείο Η που είναι τέτοιο ώστε ΣΕ = ΖΗ με συνέπεια τα δύο τρίγωνα ΣΕΤ και ΖΤΗ να είναι ίσα
Διαπιστώνεται ότι μ' αυτό τον τρόπο προσθέτονται στην αρχή και στο τέλος δύο τρίγωνα ίσα μ' αυτά που αφαιρούνται από το ιστόγραμμα.

Έτσι, παραμένει ισχύουσα η κύρια ιδιότητα των πολυγώνων συχνοτήτων να περικλείεται μεταξύ αυτών και του άξονα των τετμημένων εμβαδόν ίσο με το σύνολο των παρατηρήσεων ή ίσο με την μονάδα όταν προέρχεται από ιστόγραμμα σχετικών συχνοτήτων.

- Να ακολουθηθεί η ίδια διαδικασία (με τα ίσα εύρη) για την αρχή και το πέρας της πολυγωνικής γραμμής συχνοτήτων επί του άξονα των τετμημένων.
- Για τις κλάσεις με εύρος αυτό που θεωρούμε «μοναδιαίο», σημεία της πολυγωνικής γραμμής είναι τα μέσα της άνω πλευράς των αντίστοιχων ορθογωνίων παραλληλογράμμων.
- Τα ορθογώνια παραλληλόγραμμα που αντιστοιχούν στις κλάσεις με εύρος μεγαλύτερο (πολλαπλάσιο) του «μοναδιαίου» τα διαιρούμε σε ορθογώνια παραλληλόγραμμα με βάσεις το «μοναδιαίο» εύρος. Τα μέσα των άνω πλευρών αυτών των παραλληλογράμμων (με «μοναδιαία» βάση) θα αποτελούν σημεία της πολυγωνικής γραμμής συχνοτήτων (σχήμα 5.29).



σχήμα 5.29 : Πολυγωνική γραμμή, πολύγωνο συχνοτήτων της κατανομής των απασχολούμενων Ελληνίδων του 1996 ως προς την ηλικία

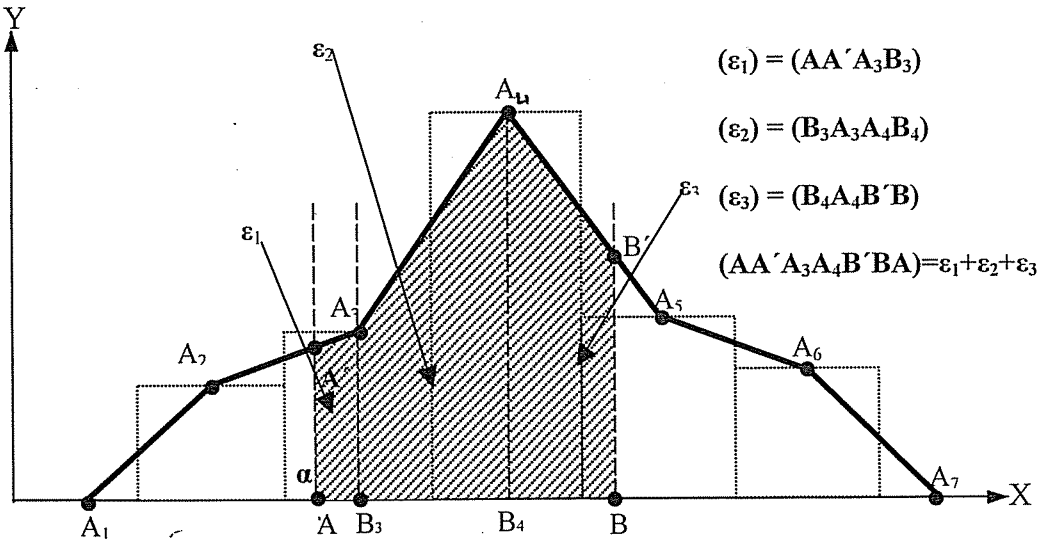
Χρησιμότητα των πολυγώνων συχνοτήτων

Σημαντική θεωρείται η χρησιμότητα των πολυγωνικών γραμμών για το γραφικό υπολογισμό συχνοτήτων μεταξύ τιμών της συνεχούς μεταβλητής που δεν είναι άκρα ταξικών διαστημάτων (σχήμα 5.30).

Στο σχήμα 5.30 παρουσιάζεται η πολυγωνική γραμμή $A_1, A_2, \ldots, A_7$ και το πολύγωνο συχνοτήτων $A_1, A_2, \ldots, A_7, A_1$ της κατανομής της συνεχούς μεταβλητής X, που είναι χωρισμένη σε κλάσεις.

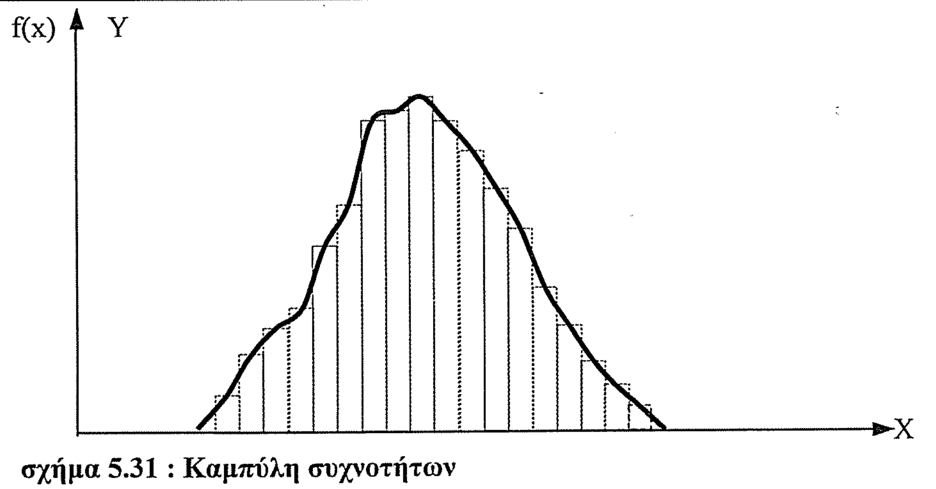
Αν επιθυμείται να προσδιορισθεί η συχνότητα μεταξύ των τιμών α και β της X που δεν αντιστοιχούν σε άκρα ταξικών διαστημάτων, αυτή υπολογίζεται από το εμβαδόν του πολυγώνου (ΑΑ΄A_3A_4Β΄ΒΑ) και είναι ίσο με το άθροισμα των εμβαδών των τραπεζίων $\varepsilon_1,\varepsilon_2,\varepsilon_3$.

$$(AA'A_3A_4B'BA) = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3.$$



σχήμα 5.30 : Γραφικός υπολογισμός συχνότητας μεταξύ τιμών συνεχούς μεταβλητής

Σε πολυπληθείς πληθυσμούς με μεγάλο αριθμό κλάσεων πολύ μικρού εύρους, ενώνοντας τα μέσα των άνω πλευρών των διαδοχικών κατακόρυφων στηλών, είναι εύκολο αντί για τεθλασμένη να έχουμε καμπύλη γραμμή, που λέγεται **καμπύλη συχνοτήτων** (σχήμα 5.31).



σχήμα 5.31 : Καμπύλη συχνοτήτων

5.3.2.3 Πολύγωνα – Καμπύλες Αθροιστικών συχνοτήτων

Λεπτομέρειες κατασκευής - Ιδιότητες < *Πολύγωνα - Καμπύλες αθροιστικών συχνοτήτων* > *Αριστερόστροφη αθροιστική συχνότητα - Καμπύλη*

Έχουμε αναφερθεί σε προηγούμενα κεφάλαια στην αθροιστική συχνότητα Φi, καθώς και στην αθροιστική σχετική συχνότητα F_i που δίνουν των αριθμό των ατόμων ή το ποσοστό του πληθυσμού ή του δείγματος που έχουν τιμή της μεταβλητής X μικρότερη ή ίση της X_i.

$$\Phi_i = \sum_{j=1}^{i} f_j = f_1 + f_2 + \ldots + f_i$$

$$F_i = \sum_{j=1}^{i} P_j = P_1 + P_2 + \ldots + P_i = \frac{\Phi_i}{N} \qquad : P_i = \frac{f_i}{N}$$

Δίνεται στον πίνακα 5.15 η κατανομή 1500 εργαζομένων μιας επιχείρησης ως προς την ηλικία τους δια των απολύτων συχνοτήτων τους f_i, των σχετικών συχνοτήτων P_i ($P_i = \frac{f_i}{N}$) των απολύτων αθροιστικών συχνοτήτων Φ_i ($\Phi_i = \sum_{j=1}^{i} f_j$)

και των σχετικών αθροιστικών συχνοτήτων F_i ($F_i = \sum_{j=1}^{i} P_j$)

Πίνακας 5.15 : Κατανομή 1.500 εργαζομένων ως προς την ηλικία

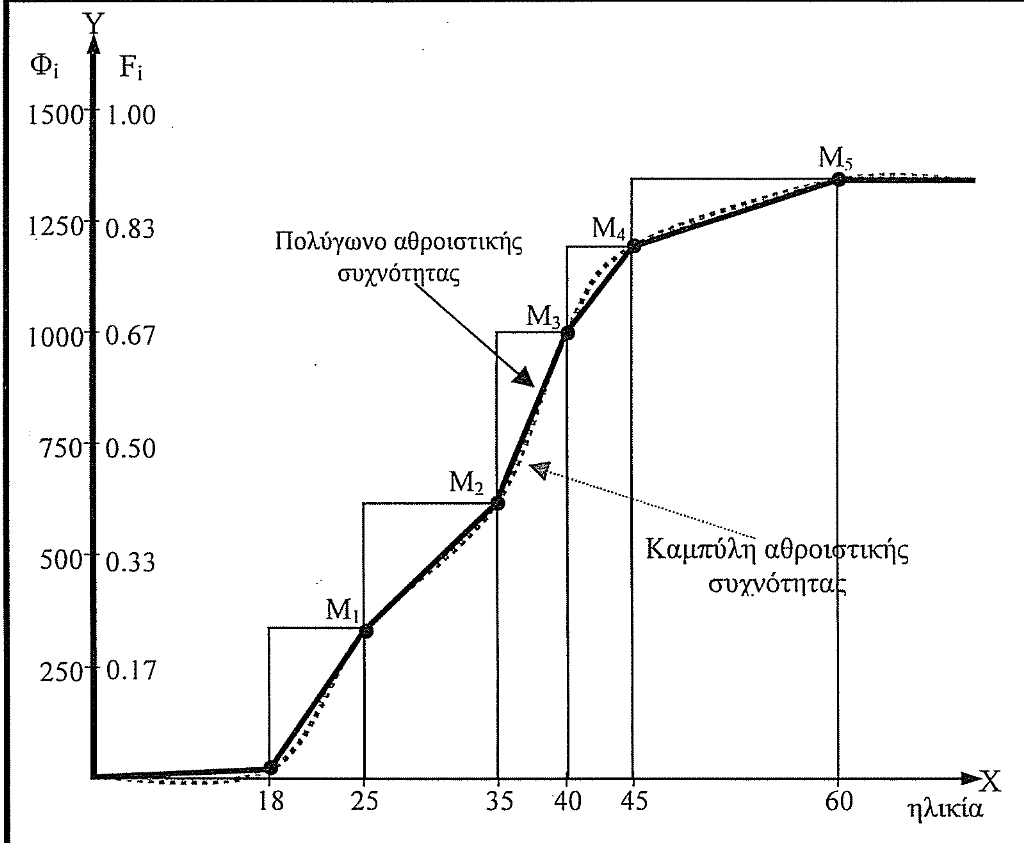
ηλικία	f_i	Φ_i	P_i	F_i
[18,25)	250	250	0.17	0.17
[25,35)	300	550	0.20	0.37
[35,40)	500	1050	0.33	0.70
[40,45)	300	1350	0.20	0.90
[45,60)	150	1500	0.10	1.00
Σύνολο	1.500		1.00	

$$\Phi_i = \sum_{j=1}^{i} f_j$$

$$F_i = \sum_{j=1}^{i} P_j$$

Πηγή : Στατιστική Επετηρίδα ΕΣΥΕ 1998

Κατασκευάζεται αρχικά το επίπεδο σχήμα των ορθογωνίων παραλληλογράμμων (στηλών) με βάση το εύρος των αντίστοιχων κλάσεων και ύψος ίσο με την απόλυτη αθροιστική συχνότητα Φ_i ή την αθροιστική σχετική συχνότητα F_i (σχήμα 5.32)



σχήμα 5.32 : Καμπύλη - πολύγωνο αθροιστικής συχνότητας

Τα σημεία M_1, M_2, M_3, M_4 και M_5 απεικονίζουν γραφικά τις καταστάσεις :

M_1(25,250 ή 0.17) : 250 εργαζόμενοι ή το 17% των εργαζομένων έχουν ηλικία μικρότερη ή ίση με 25 έτη

M_2(35,550 ή 0.37) : 550 εργαζόμενοι ή το 37% των εργαζομένων έχουν ηλικία μικρότερη ή ίση με 35 έτη

M_3(40,1050 ή 0.70) : 1050 εργαζόμενοι ή το 70% των εργαζομένων έχουν ηλικία μικρότερη ή ίση με 40 έτη

M_4(45,1350 ή 0.90) : 1350 εργαζόμενοι ή το 90% των εργαζομένων έχουν ηλικία μικρότερη ή ίση με 45 έτη

M_5(60,1500 ή 1.00) : 1500 εργαζόμενοι ή το 100% των εργαζομένων έχουν ηλικία μικρότερη ή ίση με 60 έτη

Συνδέοντας διαδοχικά μεταξύ τους τα σημεία αυτά δημιουργείται το πολύγωνο της αθροιστικής συχνότητας.
Αν δε τα σημεία αυτά συνδεθούν με την ομαλοποιημένη καμπύλη (η οποία δημιουργείται όταν αυξηθεί πολύ ο αριθμός των κλάσεων με συνέπεια να ελαττωθεί πάρα πολύ το μήκος των ταξικών διαστημάτων) της πολυγωνικής αθροιστικής συχνότητας, δημιουργείται η καμπύλη της αθροιστικής συχνότητας.

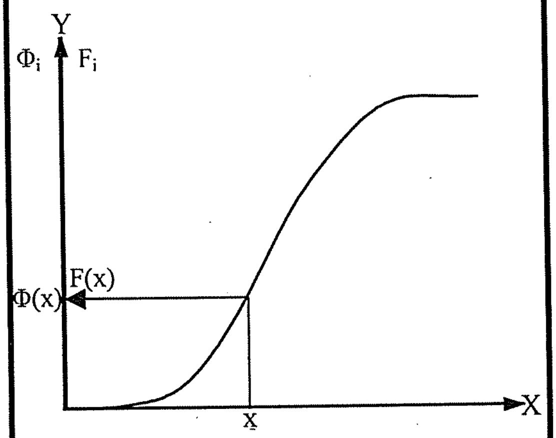
Λεπτομέρειες κατασκευής καμπυλών αθροιστικών συχνοτήτων και ιδιότητές τους

Για την κατασκευή των καμπυλών αθροιστικών συχνοτήτων συνεχούς μεταβλητής δεν συνδέονται μεταξύ τους διαδοχικά τα σημεία που αντιστοιχούν στις αθροιστικές συχνότητες των μέσων των ταξικών διαστημάτων, αλλά τα σημεία που αντιστοιχούν στις αθροιστικές συχνότητες των άνω άκρων των ταξικών διαστημάτων. Αυτό γιατί όταν στο διάστημα (α,β] αντιστοιχεί η αθροιστική συχνότητα Φκ, σημαίνει ότι Φ_κ άτομα έχουν για τη συνεχή μεταβλητή Χ τιμή μικρότερη ή ίση με β και το σημείο $M(\beta,\Phi_\kappa)$ βρίσκεται επί της καμπύλης της αθροιστικής συχνότητας. Έτσι, είναι δυνατό να ορισθεί η καμπύλη της αθροιστικής συχνότητας ως εξής:

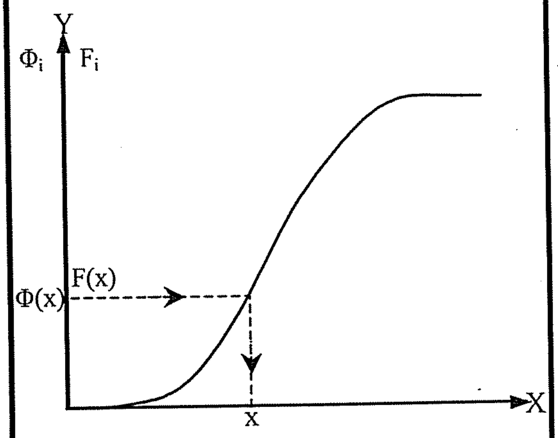
Καμπύλη αθροιστικής συχνότητας είναι το σύνολο των σημείων $M_i(x_i,y_i)$ καρτεσιανού επιπέδου με τεταγμένες y_i τις παρατηρήσεις (ή το ποσοστό των παρατηρήσεων), που έχουν για την συνεχή μεταβλητή Χ τιμή μικρότερη ή ίση με την τετμημένη x_i.

Λαμβάνοντας υπόψη αυτόν τον ορισμό της καμπύλης της αθροιστικής συχνότητας, είναι δυνατό στον άξονα των τεταγμένων (Υ) να προσδιορισθεί γραφικά η αθροιστική συχνότητα που αντιστοιχεί σ' οποιαδήποτε τιμή της μεταβλητής Χ (άξονας των τετμημένων) (σχήμα 5.33) δια του σημείου Μ(Χ,Φ(Χ) ή F(X)).

Επίσης, είναι δυνατό στον άξονα των τετμημένων (Χ) να προσδιορισθεί γραφικά η τιμή της μεταβλητής Χ που αντιστοιχεί σ' οποιοδήποτε τιμή της αθροιστικής (απόλυτης ή σχετικής συχνότητας) (σχήμα 5.34).



σχήμα 5.33 : Γραφικός προσδιορισμός της αθροιστικής συχνότητας

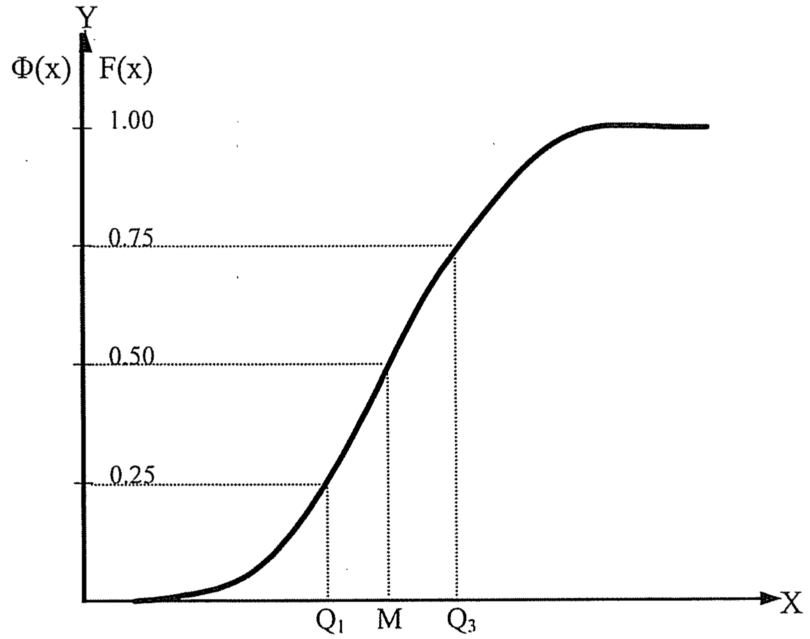


σχήμα 5.34 : Γραφικός προσδιορισμός της τιμής της Χ

Αυτή η τελευταία ιδιότητα είναι εξαιρετικά χρήσιμη διότι δίνει τη δυνατότητα γραφικού προσδιορισμού των τιμών M,Q_1,Q_3 (σχήμα 5.35) της συνεχούς μεταβλητής που έχουν τις ιδιότητες :

M : Διχοτομεί τον πληθυσμό
Q_1: Το 25% του πληθυσμού έχουν τιμές μικρότερες ή ίσες της Q_1
Q_3 : Το 25% του πληθυσμού έχουν τιμές μεγαλύτερες της Q_3

και ονομάζονται **διάμεσος**, **πρώτο τεταρτημόριο** και **τρίτο τεταρτημόριο** αντίστοιχα.(σχήμα 5.35)



σχήμα 5.35 : Γραφικός προσδιορισμός της διαμέσου M, του πρώτου Q_1 και του τρίτου τεταρτημορίου Q_3

Η καμπύλη αθροιστικής συχνότητας συνεχούς μεταβλητής, μετά το πέρας του τελευταίου ταξικού διαστήματος, εκτείνεται παράλληλα προς τον άξονα των τετμημένων, ενώ για τιμές μικρότερες του κάτω ορίου του πρώτου ταξικού διαστήματος συμπίπτει με τον άξονα αυτόν (X).

♦ Είναι σκόπιμο να αναφερθεί ότι οι καμπύλες των αθροιστικών συχνοτήτων είναι δυνατό να κατασκευασθούν, χωρίς να μετατρέπονται σε ίσα μεταξύ τους τα ταξικά διαστήματα των κλάσεων.

① ΘΗΚΟΓΡΑΜΜΑ (BOXPLOT)

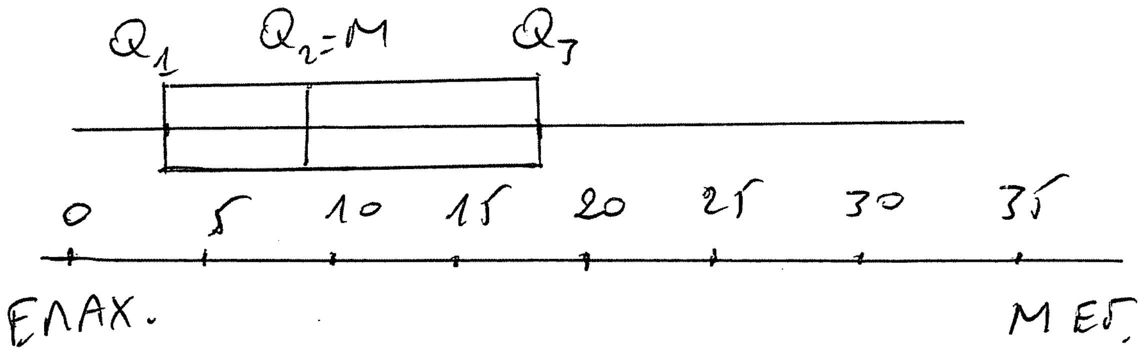
ΣΈΝΑ ΟΡΘΟΓΩΝΙΟ ΣΧΗΜΑ ΕΧΟΥΜΕ 5 ΤΙΜΕΣ: ΕΛΑΧΙΣΤΗ ΤΙΜΗ, ΜΕΓΙΣΤΗ ΤΙΜΗ, ΚΑΘΩΣ ΚΑΙ ΤΑ ΤΡΙΑ ΤΕΤΑΡΤΗΜΟΡΙΑ Q_1, $Q_2 = M$, Q_3

ΠΑΡ. ΧΡΟΝΟΣ ΧΡΗΣΗΣ ΔΙΑΔΙΚΤΥΟΥ.

10 ΕΦΗΒΟΙ ΡΩΤΗΘΗΚΑΝ ΓΙΑ ΑΡΙΘΜΟ ΩΡΩΝ ΠΟΥ ΠΕΡΝΟΥΝ ΣΤΟ ΔΙΑΔΙΚΤΥΟ ΣΕ ΣΥΓΚΕΚΡΙΜΕΝΟ ΧΡΟΝΙΚΟ ΔΙΑΣΤΗΜΑ.

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΕΦΗΒΩΝ (ΣΕ ΩΡΕΣ):

0, 7, 12, 5, 33, 14, 8, 0, 9, 22



ΑΞΟΝΑΣ ΕΚΤΕΙΝΕΤΑΙ ΑΠΟ ΕΛΑΧ. ΕΩΣ ΜΕΓΙΣΤΗ ΤΙΜΗ

②

ΘΗΚΟΓΡΑΜΜΑ (ΣΥΝΕΧΕΙΑ)

ΟΙ 3 ΚΑΘΕΤΕΣ ΓΡΑΜΜΕΣ ΣΥΜΒΟΛΙΖΟΥΝ (ΑΠΟ ΑΡΙΣΤΕΡΑ ΠΡΟΣ ΔΕΞΙΑ) ΤΟ 1ο, 2ο, ΚΑΙ 3ο ΤΕΤΑΡΤΗΜΟΡΙΟ (Q_1, M, Q_3).
ΟΙ ΟΡΙΖΟΝΤΙΕΣ ΓΡΑΜΜΕΣ ΑΡΙΣΤΕΡΑ ΚΑΙ ΔΕΞΙΑ ΑΠΟ ΤΑ Q_1 ΚΑΙ Q_3 ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΑ ΕΙΝΑΙ ΤΑ "ΜΟΥΣΤΑΚΙΑ". ΑΥΤΑ ΦΤΑΝΟΥΝ ΕΩΣ ΕΛΑΧ/ΜΕΓ ΤΙΜΕΣ ΑΛΛΑ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΕΙΝΑΙ $\leq 1.5(Q_3 - Q_1)$ ΣΕ ΜΗΚΟΣ-
ΤΙΜΕΣ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΕΚΤΟΣ ΤΩΝ ΟΡΙΩΝ ΑΥΤΩΝ ΛΕΓΟΝΤΑΙ "ΑΚΡΑΙΕΣ" ΚΑΙ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΔΙΕΡΕΥΝΩΝΤΑΙ ΞΕΧΩΡΙΣΤΑ.
(ΠΙΘΑΝΟΝ ΝΑ ΠΡΟΚΥΠΤΟΥΝ ΑΠΟ ΛΑΘΗ ΚΑΤΑΓΡΑΦΗΣ Ή ΝΑ ΚΡΥΒΟΥΝ ΧΡΗΣΙΜΕΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΕΣ)
ΤΟ ΘΗΚΟΓΡΑΜΜΑ ΑΠΕΙΚΟΝΙΖΕΙ ΣΤΑΤΙΚΕΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΕΙΣ, ΚΑΙ ΥΠΑΡΧΕΙ ΣΤΑ ΠΕΡΙΣΣΟΤΕΡΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΑ ΛΟΓΙΣΜΙΚΑ - ΕΠΙΠΛΕΟΝ ΤΟ ~~ΧΧ~~ ΧΡΗΣΙΜΟ ΓΙΑ ΣΥΓΚΡΙΣΕΙΣ ΠΛΗΘΥΣΜΩΝ.

5.4 ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΧΡΟΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΣΕΙΡΩΝ – ΧΡΟΝΟΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ

Τα **χρονοδιαγράμματα** ή **διαγράμματα χρονολογικών σειρών** χρησιμοποιούνται για τη γραφική απεικόνιση χρονολογικών σειρών, δηλαδή, των τιμών που λαμβάνει μια μεταβλητή κατά διαδοχικές χρονικές στιγμές (έτη, εξάμηνα, μήνες ή ακόμη και μέρες). Μ' αυτόν τον τρόπο είναι δυνατή η παρακολούθηση της **διαχρονικής εξέλιξης** των διαφόρων μεγεθών, σε αντίθεση με τις άλλες κατηγορίες διαγραμματικών απεικονίσεων, που είναι στατικά (αναφέρονται σε μία συγκεκριμένη χρονική στιγμή -περίοδο). Η γραφική απεικόνιση των χρονολογικών σειρών επιτυγχάνεται με τη βοήθεια ορθογωνίων στηλών ή με πολυγωνικές γραμμές ή ακόμη με καμπύλες συχνοτήτων.

Για τη χάραξη μιας διαχρονικής πολυγωνικής γραμμής απαιτείται ένα σύστημα ορθογωνίων αξόνων, από τους οποίους (άξονες), ο οριζόντιος (των τετμημένων) χρησιμοποιείται για την απεικόνιση του χρόνου και ο κατακόρυφος (των τεταγμένων) για την απεικόνιση των τιμών της μεταβλητής που μελετάται. Στον άξονα των τετμημένων λαμβάνονται ισομήκη διαδοχικά τμήματα, καθένα από τα οποία αντιστοιχεί (ή αναπαριστά) την μονάδα του χρησιμοποιούμενου χρόνου. Στον άξονα των τεταγμένων χαράσσεται κλίμακα που καλύπτει, από την άποψη του εύρους της, τις τιμές της μεταβλητής. Μ' αυτόν τον τρόπο :

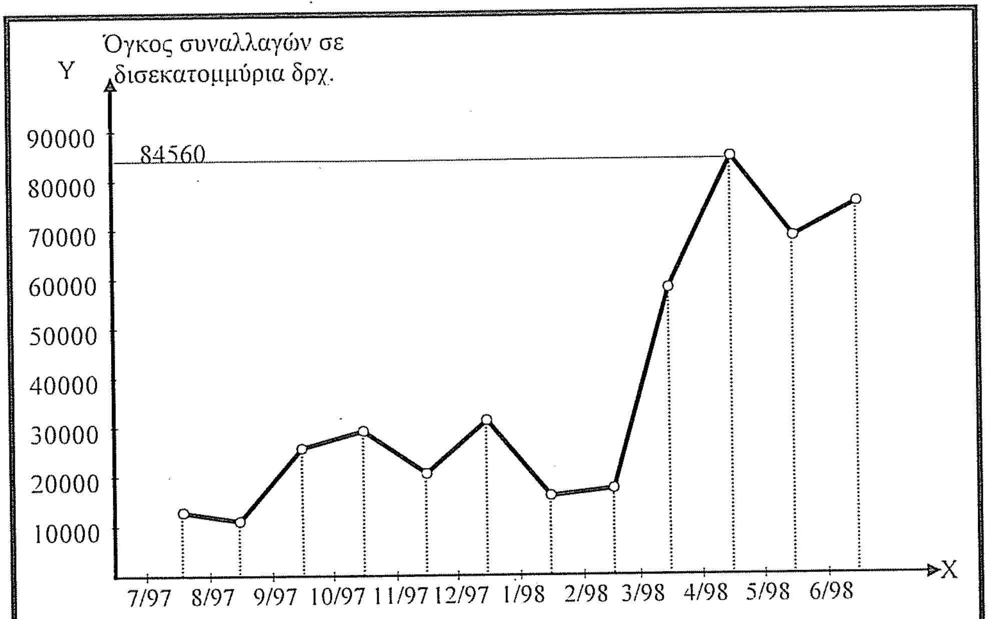
Προσδιορίζονται τα σημεία που ορίζονται από την τιμή της μεταβλητής σε κάθε χρονική στιγμή.

__Παρατηρήσεις:__

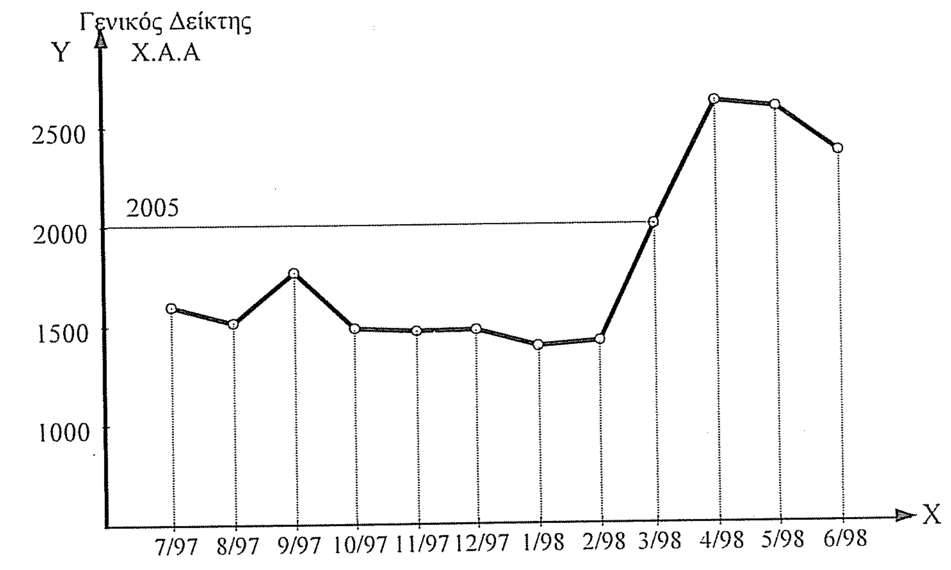
- Θα πρέπει να δίνεται ιδιαίτερη προσοχή στον εντοπισμό των σημείων, ώστε αυτά να αντιστοιχούν στην ακριβή χρονική στιγμή που αναφέρονται οι τιμές της μεταβλητής. Αν οι τιμές της μεταβλητής αναφέρονται στα μέσα των χρονικών μονάδων που χρησιμοποιούνται, τότε οι τετμημένες των σημείων θα λαμβάνονται στα μέσα των χρονικών διαστημάτων (π.χ. μέσο ετήσιο επιτόκιο, μέση μηνιαία θερμοκρασία) (σχήμα 5.43).

Παράδειγμα 1: Δίνεται ο γενικός δείκτης κατά τη λήξη του μήνα και μέσος ημερήσιος όγκος συναλλαγών του Χρηματιστηρίου Αξιών Αθηνών της περιόδου Ιούλιος 1997 – Ιούνιος 1998 σε δισεκατομμύρια δραχμές. Να κατασκευαστούν τα αντίστοιχα χρονοδιαγράμματα.

Περίοδος	7/97	8/97	9/97	10/97	11/97	12/97	1/98	2/98	3/98	4/98	5/98	6/98
Όγκος Συναλλαγών	12770	10970	25680	29182	20550	31250	15940	17380	57885	84500	68200	75100
Γενικός Δείκτης	1598	1517	1771	1488	1474	1479	1395	1419	2005	2621	2591	2365



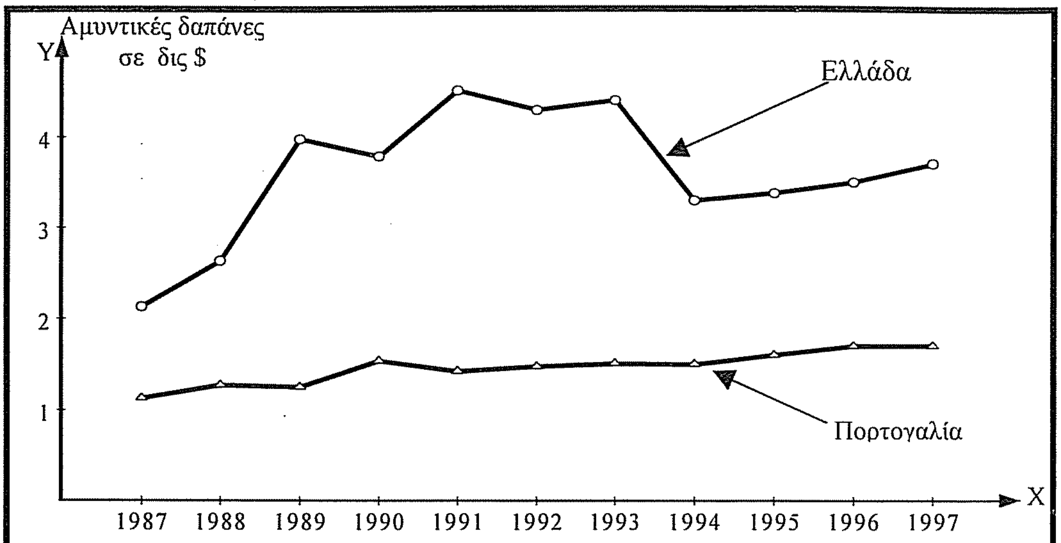
σχήμα 5.43 : Μέσος ημερήσιος όγκος συναλλαγών του Χ.Α.Α ανά μήνα σε δισεκατομμύρια δρχ. της περιόδου Ιουλίου 1997 – Ιουνίου 1998



σχήμα 5.44 : Γενικός δείκτης του Χ.Α.Α της περιόδου Ιουλίου 1997 – Ιουνίου 1998

Παράδειγμα 2 : Δίνονται παρακάτω οι αμυντικές δαπάνες Ελλάδας και Πορτογαλίας σε δισεκατομμύρια δολάρια της περιόδου 1987 – 1997. Να απεικονισθούν σε κοινό διάγραμμα οι εξελίξεις τους.

Έτη	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997
Ελλάδα	2.13	2.63	3.98	3.79	4.52	4.30	4.41	3.30	3.38	3.50	3.70
Πορτογαλία	1.13	1.27	1.25	1.54	1.43	1.48	1.51	1.50	1.60	1.70	1.70

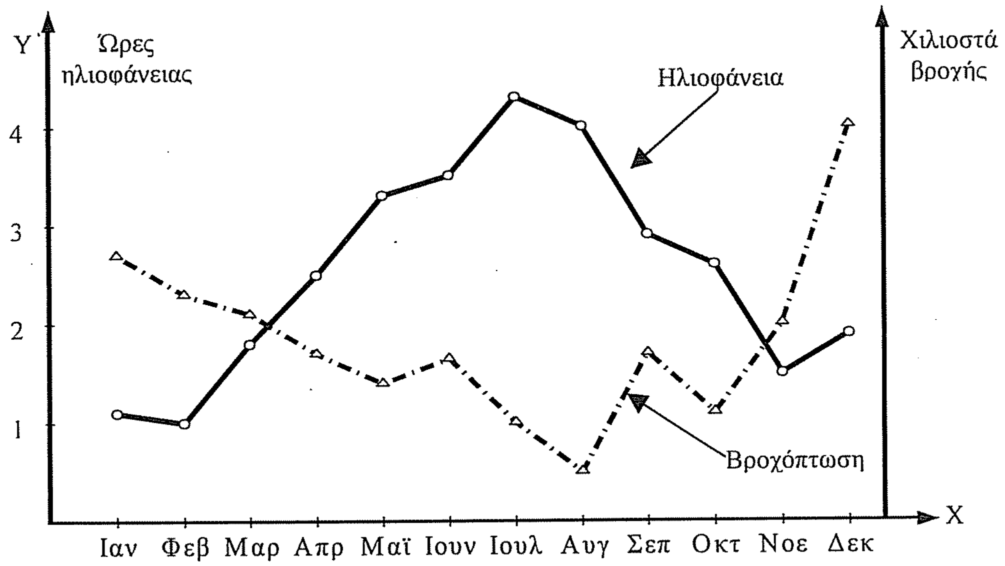


σχήμα 5.45 :Διαχρονική εξέλιξη των αμυντικών δαπανών της Ελλάδας και Πορτογαλίας σε δις $ της περιόδου 1987 - 1997

- Αν οι τιμές της μεταβλητής αναφέρονται στα τέλη των χρονικών περιόδων ως τετμημένες των σημείων, λαμβάνονται τα πέρατα των χρονικών διαστημάτων (π.χ. αριθμός ανέργων ανά έτος, μηνιαία ηλιοφάνεια σε ώρες) (σχήμα 5.44).

- Είναι δυνατό να παρασταθούν στο ίδιο χρονολογικό διάγραμμα περισσότερες από μία χρονολογικές σειρές με τη μορφή πολυγωνικών γραμμών ή ομαλοποιημένων καμπυλών, αρκεί οι μεταβλητές των σειρών αυτών να εκφράζονται με την ίδια μονάδα μέτρησης (σχήμα 5.45).

- Όταν θεωρείται σκόπιμο να απεικονισθεί στο ίδιο διάγραμμα η διαχρονική εξέλιξη δύο μεταβλητών που δεν μετρώνται με την ίδια μονάδα και κλίμακα (π.χ. μηνιαία ηλιοφάνεια σε ώρες και ύψος μηνιαίας βροχόπτωσης σε χιλιοστά), τότε χρησιμοποιούνται δύο άξονες τεταγμένων, ένας δεξιά και ένας αριστερά με τις αντίστοιχες κλίμακες (σχήμα 5.46).



σχήμα 5.46 : Κοινό διάγραμμα της διαχρονικής εξέλιξης ανά μήνα του 1974 της ηλιοφάνειας και της βροχόπτωσης

Πηγή : Observations Meteorologiques de Thessaloniki 1974

5.4.1 ΑΡΙΘΜΟΔΕΙΚΤΕΣ

♦ Αν θεωρείται χρήσιμο να απεικονιστούν περισσότερες από δύο χρονολογικές σειρές μεταβλητών σε διαφορετικές μονάδες μέτρησης, αυτό επιτυγχάνεται απεικονίζοντας όχι τις τιμές των ίδιων των μεταβλητών, όπως αυτές μετρούνται, αλλά μετατρέποντας τες σε σχετικούς αριθμούς τους ονομαζόμενους **αριθμοδείκτες**.

Αυτό επιτυγχάνεται, αν όλες οι τιμές διαιρεθούν με κάποια, συνήθως την πρώτη, και στη συνέχεια πολλαπλασιαστούν με το 100. Με τον τρόπο αυτό, οι τιμές των μεταβλητών, των οποίων τις χρονολογικές σειρές επιθυμείται η απεικόνιση με χρονοδιαγράμματα, έχουν τιμές της πρώτης χρονικής περιόδου ή στιγμής ίσες με 100 (σχήμα 5.47).

Παράδειγμα 2

Στις τρεις πρώτες στήλες του πίνακα 5.18 δίνονται ο συνολικός αριθμός των εργαζομένων, η συνολική ετήσια παραγωγή σε εκατομμύρια δραχμές καθώς και οι ημέρες απουσίας των εργαζομένων σε μία επιχείρηση για τη χρονική περίοδο 1981 – 1990.
Διαιρώντας τα στοιχεία κάθε μιας των τριών πρώτων στηλών με το στοιχείο της πρώτης χρονιάς (1981) και πολλαπλασιάζοντας το πηλίκο με 100, δημιουργούνται οι τρεις επόμενες στήλες του ίδιου πίνακα, που παρέχουν τη δυνατότητα παρουσίασης στο ίδιο διάγραμμα (σχήμα 5.47) των διαχρονικών μεταβολών των τριών αυτών μεταβλητών.

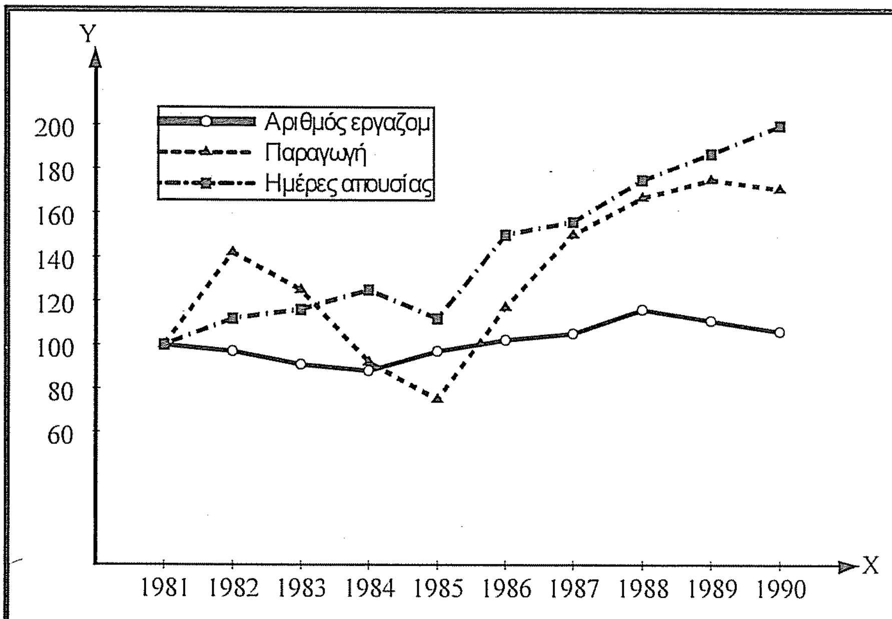
Πίνακας 5.18 : Αριθμός εργαζομένων, συνολική ετήσια παραγωγή, ημέρες απουσίας και αριθμοδείκτες αυτών μιας επιχείρησης την περίοδο 1981 – 1990

έτη	Αρ. εργαζ.	Παραγ. σε εκατομ. δρχ	Ημέρες απουσίας	Αριθμοδείκτες		
				Αρ. εργαζ.	Παραγ. σε εκατομ. δρχ	Ημέρες απουσίας
1981	820	1200	1600	100	100	100
1982	800	1700	1800	97	142	112
1983	750	1500	1850	91	125	116
1984	720	1100	2000	88	92	125
1985	800	900	1800	97	75	112
1986	840	1400	2400	102	117	150
1987	860	1800	2500	105	150	156
1988	950	2000	2800	116	167	175
1989	910	2100	3000	111	175	187
1990	870	2050	3200	106	171	200

$$\frac{800}{820}\times 100 = 97$$

$$\frac{1500}{1200}\times 100 = 125$$

$$\frac{2400}{1600}\times 100 = 150$$



σχήμα 5.47 : Διαχρονική εξέλιξη των δεικτών του αριθμού εργαζομένων, της παραγωγής και των ημερών απουσίας μίας επιχείρησης