

# Ασκήσεις στο Μάθημα Στατιστική 1 - Κατανομές Πιθανότητας

A. Λαδάς (*a\_ladas@upatras.gr*)

Πανεπιστήμιο Πατρών  
Τμήμα Οικονομικών Επιστημών

11/1/2021

# Κανονική Κατανομή

Ας θεωρήσουμε την τ.μ.  $X$ , η οποία ακολουθεί την Κανονική κατανομή, με μέση τιμή  $\mu$  και διακύμανση  $\sigma^2$ . Γράφουμε:

$$X \sim N(\mu, \sigma^2)$$

Για να μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τους πίνακες της τυποποιημένης κανονικής Κατανομής, εργαζόμαστε ως εξής:

$$\frac{X-\mu}{\sigma} = Z \sim N(0,1)$$

# Άσκηση 1

Να υπολογιστεί η τιμή του  $c$ ,  
όταν  $P(Z < c) = 0.9306$  και  $Z \sim N(0,1)$ .

**Απάντηση:**

$$P(Z < c) = 0.9306 \Leftrightarrow$$

$$P(Z < c) = P(Z < 1.48) \Leftrightarrow$$

$$\Phi(c) = \Phi(1.48) \Leftrightarrow$$

$$c = 1.48$$

## Άσκηση 2

Να υπολογιστεί η τιμή του  $c$ ,  
όταν  $P(Z > c) = 0.0559$  και  $Z \sim N(0,1)$ .

**Απάντηση:**

$$P(Z > c) = 0.0559 \Leftrightarrow$$

$$1 - P(Z < c) = 0.0559 \Leftrightarrow$$

$$P(Z < c) = 1 - 0.0559 \Leftrightarrow$$

$$P(Z < c) = 0.9441 \Leftrightarrow$$

$$\Phi(c) = \Phi(1.59) \Leftrightarrow$$

$$c = 1.59$$

## Άσκηση 3

Να υπολογιστεί η τιμή του  $c$ ,  
όταν  $P(2 < Z < c) = 0.015$  και  $Z \sim N(0,1)$ .

**Απάντηση:**

$$\begin{aligned}P(2 < Z < c) &= 0.015 \Leftrightarrow \\P(Z < c) - P(Z < 2) &= 0.015 \Leftrightarrow \\P(Z < c) &= P(Z < 2) + 0.015 \Leftrightarrow \\P(Z < c) &= 0.9772 + 0.015 \Leftrightarrow \\P(Z < c) &= 0.9922 \Leftrightarrow \\ \Phi(c) &= \Phi(2.42) \Leftrightarrow \\c &= 2.42\end{aligned}$$

## Άσκηση 4

Έστω η τ.μ.  $X \sim N(20,4)$ . Να υπολογιστούν οι πιθανότητες

- 1  $P(X > 14)$
- 2  $P(X < 13)$
- 3  $P(15 < X < 30)$
- 4 Να υπολογιστεί η τιμή του  $c$ ,  
όταν  $P(X > c) = 0.1003$

## Συνέχεια Άσκησης 4

- 1  $P(X > 14) = P\left(\frac{X-20}{\sqrt{4}} > \frac{14-20}{\sqrt{4}}\right) = P(Z > -3) = P(Z < 3) = \Phi(3) = 0.9987$
- 2  $P(X < 13)$  Αφήνεται για εξάσκηση.

## Συνέχεια Άσκησης 4

$$\textcircled{3} P(15 < X < 30) =$$

$$P\left(\frac{15-20}{\sqrt{4}} < \frac{X-20}{\sqrt{4}} < \frac{30-20}{\sqrt{4}}\right) =$$

$$P(-2.5 < Z < 5) = P(Z < 5) - P(Z < -2.5) =$$

$$P(Z < 5) - P(Z > 2.5) = P(Z < 5) - (1 - P(Z < 2.5)) =$$

$$\Phi(5) + \Phi(2.5) - 1 = 1 + 0.9938 - 1 = 0.9938$$



## Συνέχεια Άσκησης 4

$$\textcircled{4} P(X > c) = 0.1003 \Leftrightarrow$$

$$1 - P(X < c) = 0.1003 \Leftrightarrow$$

$$P(X < c) = 0.8997 \Leftrightarrow$$

$$P\left(\frac{X-20}{\sqrt{4}} < \frac{c-20}{\sqrt{4}}\right) = 0.8997 \Leftrightarrow$$

$$P\left(Z < \frac{c-20}{2}\right) = 0.8997 \Leftrightarrow$$

$$\Phi\left(\frac{c-20}{2}\right) = \Phi(1.28) \Leftrightarrow$$

$$\frac{c-20}{2} = 1.28 \Leftrightarrow$$

$$c = 22.56$$

