ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΘΕΩΡΙΑΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ (ΣΥΝΕΧΕΙΑ)

• ΘΕΩΡΗΜΑ ΟΛΙΚΩΝ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ ΚΑΙ ΤΥΠΟΣ BAYES.

ΕΣΤΩ A_i ΕΝΔΕΧΟΜΕΝΑ ΚΑΙ ΕΣΤΩ Ω ΔΕΙΓΜΑΤΙΚΟΣ ΧΩΡΟΣ, ΚΑΙ $A_i \subseteq \Omega$, ΟΠΟΥ $A_i \cap A_j = \emptyset$ ΚΑΙ $A_1 \cup A_2 \cup \dots A_n = \Omega$, $\forall\, i = 1, \dots, n$, $j = 1, \dots, n$ ΚΑΙ $i \neq j$.

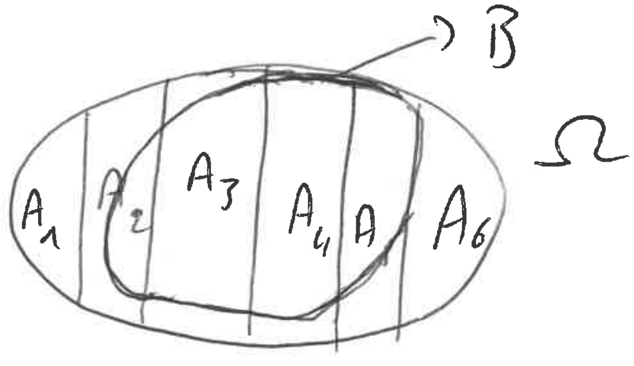
ΕΣΤΩ, ΕΠΙΠΛΕΟΝ, $B \subseteq \Omega$ (B = ΕΝΔΕΧΟΜΕΝΟ).

ΤΟΤΕ, ΓΙΑ $i \neq j$, ΙΣΧΥΕΙ ΟΤΙ:

$$(A_i \cap B) \cap (A_j \cap B) = \emptyset \quad \text{ΚΑΙ}$$

$$(A_1 \cap B) \cup (A_2 \cap B) \cup \dots \cup (A_n \cap B) = B$$

ΑΥΤΟ ΦΑΙΝΕΤΑΙ ΚΑΙ ΣΤΟ ΠΑΡΑΚΑΤΩ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ, ΣΤΟ ΟΠΟΙΟ $n = 6$:



②

ΜΕ ΒΑΣΗ ΤΙΣ ΠΑΡΑΠΑΝΩ ΣΧΕΣΕΙΣ

$$P(B) = P[(A_1 \cap B) \cup \dots \cup (A_m \cap B)]$$

ΚΑΙ ΑΦΟΥ Η ΣΧΕΣΗ $(A_i \cap B) \cap (A_j \cap B) = \emptyset$ ΣΗΜΑΙΝΕΙ ΟΤΙ $A_i \cap B$ ΚΑΙ $A_j \cap B$ ΕΙΝΑΙ ΜΕΤΑΞΥ ΤΟΥΣ ΑΣΥΜΒΙΒΑΣΤΑ, ΙΣΧΥΕΙ ΟΤΙ $P(B) = P(A_1 \cap B) + \dots + P(A_m \cap B)$.

ΟΜΩΣ ΜΕ ΒΑΣΗ ΤΟΝ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΤΙΚΟ ΚΑΝΟΝΑ, $P(A_i \cap B) = P(A_i) . P(B|A_i)$, ΚΑΙ ΣΥΝΕΠΩΣ $P(B) = P(A_1) . P(B|A_1) + \dots + P(A_m) . P(B|A_m)$

ΔΗΛΑΔΗ $\boxed{P(B) = \sum_{i=1}^{m} P(A_i) . P(B|A_i)}$

ΘΕΩΡΗΜΑ ΟΛΙΚΩΝ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ (Θ.Ο.Π)

ΕΠΙΠΛΕΟΝ

$P(A_i | B) . P(B) = P(A_i \cap B)$

(ΠΑΛΙ ΜΕ ΒΑΣΗ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΤΙΚΟ ΚΑΝΟΝΑ)

$$\Rightarrow P(A_i | B) = \frac{P(A_i \cap B)}{P(B)}$$

ΔΗΛΑΔΗ

$$\boxed{P(A_i | B) = \frac{P(B|A_i) . P(A_i)}{\sum_{i=1}^{m} P(B|A_i) . P(A_i)}}$$

ΤΥΠΟΣ BAYES (Τ.Β.)

③

ΠΑΡ: ΣΕ ΧΩΡΑ ΜΕ 30% ΜΙΣΘΩΤΟΥΣ ΕΦΑΡΜΟΖΕΤΑΙ ΝΕΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΦΟΡΟΛΟΓΙΑΣ. ΣΕ ΕΡΕΥΝΑ ΠΟΥ ΓΙΝΕΤΑΙ, ΤΟ 85% ΤΩΝ ΕΡΩΤΗΘΕΝΤΩΝ ΜΙΣΘΩΤΩΝ ΕΙΝΑΙ ΕΥΧΑΡΙΣΤΗΜΕΝΟΙ ΑΠΟ ΝΕΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΕΝΩ ΤΟ 95% ΤΩΝ ΕΡΩΤΗΘΕΝΤΩΝ ΜΗ-ΜΙΣΘΩΤΩΝ ΕΙΝΑΙ ΔΥΣΑΡΕΣΤΗΜΕΝΟΙ.

1) ΠΟΙΟ ΤΟ ΠΟΣΟΣΤΟ ΤΩΝ ΜΙΣΘΩΤΩΝ ΠΟΥ ΕΙΝΑΙ ΕΥΧΑΡΙΣΤΗΜΕΝΟΙ;

ΑΠ: ΣΥΜΒΟΛΙΣΜΟΙ: Ω = ΠΛΗΘΥΣΜΟΣ, A_1 = ΜΙΣΘΩΤΟΙ, A_2 = ΜΗ-ΜΙΣΘΩΤΟΙ, $= \overline{A_1}$

B = ΕΥΧΑΡΙΣΤΗΜΕΝΟΙ.

ΠΑΡΑΤΗΡΟΥΜΕ ΟΤΙ $A_1 \cup A_2 = \Omega$

ΚΑΙ $A_1 \cap A_2 = \emptyset$

→ ΑΣΥΜΒΙΒΑΣΤΑ

ΚΑΙ $B \subseteq \Omega$.

ΑΠΟ ΕΚΦΩΝΗΣΗ $P(A_1) = 0.3$ ($\Rightarrow P(A_2) = 0.7$),

$P(B|A_1) = 0.85$

$P(\overline{B}|A_2) = 0.95$ ($\Rightarrow P(B|A_2) = 0.05$)

$P(B)$ = ΠΟΣΟΣΤΟ ΕΥΧΑΡΙΣΤΗΜΕΝΩΝ ΠΟΥ ΘΕΛΟΥΜΕ ΝΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΟΥΜΕ

(4)

ΚΑΙ $P(B) = P(B|A_1) \cdot P(A_1) + P(B|A_2) \cdot P(A_2)$

→ Θ.Ο.Π.

ΟΛΑ ΤΑ ΠΑΡΑΠΑΝΩ ΣΤΟ ΔΕΞΙ ΜΕΡΟΣ ΕΙΝΑΙ ΓΝΩΣΤΑ

→ $P(B) = (0.3)(0.85) + (0.7)(0.05) = 0.29$

ΔΗΛΑΔΗ ΤΟ 29% ΤΟΥ ΠΛΗΘΥΣΜΟΥ ΕΙΝΑΙ ΕΥΧΑΡΙΣΤΗΜΕΝΟΙ.

2) ΠΟΙΟ ΠΟΣΟΣΤΟ ΣΤΟΥΣ ΔΥΣΑΡΕΣΤΗΜΕΝΟΥΣ ΕΙΝΑΙ ΜΙΣΘΩΤΟΙ;

ΕΔΩ ΘΕΛΟΥΜΕ ΝΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΟΥΜΕ

$$P(A_1|\bar{B}) = \frac{P(A_1) \cdot P(\bar{B}|A_1)}{\sum_{i=1}^{2} P(A_i) P(\bar{B}|A_i)} \quad (\text{Τ.Β.})$$

$$P(\bar{B}|A_1) = 1 - \underbrace{P(B|A_1)}_{0.85} = 0.15$$

$$\rightarrow P(A_1|\bar{B}) = \frac{(0.3)(0.15)}{(0.3)(0.15) + (0.7)(0.95)} = 0.063$$

ΔΗΛΑΔΗ ΤΟ ΠΟΣΟΣΤΟ ΕΙΝΑΙ 6.3%.

(ΣΗΜΕΙΩΣΗ: ΜΠΟΡΟΥΜΕ ΝΑ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΟΥΜΕ ΟΤΙ $\sum_{i=1}^{2} P(A_i) \cdot P(\bar{B}|A_i) = P(\bar{B})$

$$P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0.29 = 0.71)$$

Γ

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ ΣΤΗΝ ΔΕΙΓΜΑΤΟΛΗΨΙΑ

ΕΣΤΩ ΟΤΙ ΕΧΟΥΜΕ ΕΝΑ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΟ ΣΥΝΟΛΟ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΑΠΟ ΤΑ ΟΠΟΙΑ ΕΠΙΛΕΓΟΥΜΕ ΚΑΠΟΙΑ ΜΕ ΤΥΧΑΙΟ ΤΡΟΠΟ (ΚΑΝΟΥΜΕ ΤΥΧΑΙΑ ΔΕΙΓΜΑΤΟΛΗΨΙΑ). Η ΔΕΙΓΜΑΤΟΛΗΨΙΑ ΑΥΤΗ ΜΠΟΡΕΙ ΝΑ ΓΙΝΕΙ Ή ΧΩΡΙΣ ΕΠΑΝΑΘΕΣΗ Ή ΜΕ ΕΠΑΝΑΘΕΣΗ.

1) ΔΕΙΓΜΑΤΟΛΗΨΙΑ ΧΩΡΙΣ ΕΠΑΝΑΘΕΣΗ

ΕΣΤΩ m ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΑΠΟ ΤΑ ΟΠΟΙΑ ΕΠΙΛΕΓΟΥΜΕ ΤΥΧΑΙΟ ΔΕΙΓΜΑ (Τ.Δ.) p ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ $(p \le m)$ ΧΩΡΙΣ ΕΠΑΝΑΘΕΣΗ.

ΤΟ ΣΥΝΟΛΟ ΤΩΝ Τ.Δ. (ΜΕ p ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΤΟ ΚΑΘΕΝΑ) ΜΠΟΡΕΙ ΝΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΕΙ ΩΣ

$$\binom{m}{p} = C_m^p = \frac{m(m-1)(m-2)\cdots(m-p+1)}{1\cdot 2\cdot 3\cdots p}$$

ΣΥΜΒΟΛΙΣΜΟΣ

$$= \boxed{\frac{m!}{p!\,(m-p)!}} = $$

ΑΡΙΘΜΟΣ ΟΛΩΝ ΤΩΝ ΔΥΝΑΤΩΝ ΣΥΝΔΥΑΣΜΩΝ p ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΜΕΤΑΞΥ m ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

(! = ΠΑΡΑΓΟΝΤΙΚΟ)

ΠΑΡ. $4! = 1\cdot 2\cdot 3\cdot 4 = 24$

ΒΑΣΙΚΕΣ ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ C_n^p:

- $C_n^0 = C_n^n = 1$
- $C_n^p = C_n^{n-p}$

ΣΗΜΕΙΩΣΗ: $0! = 1$

* ΔΕΝ ΕΝΔΙΑΦΕΡΕΙ Η ΔΙΑΤΑΞΗ ΤΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΜΕΣΑ ΣΤΑ Τ.Δ.

ΠΑΡ: ΠΟΣΟΙ ΕΙΝΑΙ ΟΙ ΔΥΝΑΤΟΙ ΣΥΝΔΥΑΣΜΟΙ ΤΩΝ ΤΡΙΩΝ ΠΡΩΤΩΝ ΑΛΟΓΩΝ ΜΕΤΑΞΥ ΠΕΝΤΕ ΑΛΟΓΩΝ ΠΟΥ ΔΙΑΓΩΝΙΖΟΝΤΑΙ ΣΕ ΜΙΑ ΙΠΠΟΔΡΟΜΙΑ;

ΑΠ: ΠΡΑΚΤΙΚΑ ΕΧΟΥΜΕ ΑΛΟΓΑ 1, 2, 3, 4, 5. ΣΥΝΕΠΩΣ ΟΙ ΔΥΝΑΤΟΙ ΣΥΝΔΥΑΣΜΟΙ ΕΙΝΑΙ 123, 134, 145, 234, 245, 235, 345, 125, 124, 135, ΔΗΛΑΔΗ 10.

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ $C_5^3 = \binom{5}{3} = \frac{5!}{3!\,(5-3)!}$

$$= \frac{5!}{3!\cdot 2!} = \frac{5\times4\times3\times2}{(3\times2)(2)} = 10$$

ΣΗΜΕΙΩΣΗ: ΑΝ ΜΑΣ ΕΝΔΙΑΦΕΡΕΙ Η ΔΙΑΤΑΞΗ ΤΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΜΕΣΑ ΣΤΑ Τ.Δ. ΤΟΤΕ ΥΠΟΛΟΓΙΖΟΥΜΕ ΤΟΝ ΑΡΙΘΜΟ ΤΩΝ ΔΥΝΑΤΩΝ ΔΙΑΤΑΞΕΩΝ ΩΣ:

$$A_n^p = n(n-1)(n-2)\cdots(n-p+1)$$
$$= p!\, C_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}$$

ΓΙΑ ΤΟ ΠΑΡ: $A_5^3 = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5!}{2!} = \underline{\underline{60}}$

ΓΙΑ ΝΑ ΤΟ ΔΟΥΜΕ "ΠΡΑΚΤΙΚΑ" ΣΕ ΚΑΘΕ ΣΥΝΔΥΑΣΜΟ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΟΥΝ 6 ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΕΣ ΔΙΑΤΑΞΕΙΣ

$$(1\ 2\ 3) \rightarrow \underbrace{\begin{matrix} 1\ 2\ 3 & 2\ 1\ 3 & 3\ 1\ 2 \\ 1\ 3\ 2 & 2\ 3\ 1 & 3\ 2\ 1 \end{matrix}}_{6}$$

ΚΑΙ ΑΦΟΥ ΕΧΟΥΜΕ 10 ΣΥΝΔΥΑΣΜΟΥΣ → 60 ΔΙΑΤΑΞΕΙΣ.

<u>ΠΑΡ</u>: ΕΣΤΩ ΕΝΑ ΔΟΧΕΙΟ ΜΕ 20 ΛΕΥΚΑ ΚΑΙ 10 ΜΑΥΡΑ ΣΦΑΙΡΙΔΙΑ. ΕΞΑΓΟΥΜΕ ΤΥΧΑΙΑ 2 ΣΦΑΙΡΙΔΙΑ. ΠΟΙΑ Η ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ ΚΑΙ ΤΑ 2 ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΛΕΥΚΑ;

(8)

ΑΠ. ΕΔΩ ΔΕΝ ΕΝΔΙΑΦΕΡΕΙ Η ΔΙΑΤΑΞΗ.
ΥΠΑΡΧΟΥΝ C_{30}^{2} ΤΡΟΠΟΙ ΕΞΑΓΩΓΗΣ 2 ΣΦΑΙΡΙΔΙΩΝ = ΣΥΝΟΛΙΚΟΣ ΑΡΙΘΜΟΣ ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΩΝ.

ΕΠΙΣΗΣ ΥΠΑΡΧΟΥΝ C_{20}^{2} ΤΡΟΠΟΙ ΕΞΑΓΩΓΗΣ 2 ΛΕΥΚΩΝ ΣΦΑΙΡΙΔΙΩΝ = ΑΡΙΘΜΟΣ ΕΥΝΟΪΚΩΝ ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΩΝ
(ΚΑΙ C_{10}^{0} ΤΡΟΠΟΙ ΕΞΑΓΩΓΗΣ $\equiv 1$ ΜΑΥΡΩΝ)

=) Η ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ ΠΟΥ ΖΗΤΑΜΕ ΕΙΝΑΙ

$$P = \frac{C_{20}^{2}}{C_{30}^{2}} = \boxed{0.437} \qquad \left(C_{20}^{2} = \frac{20\times 19}{2} \quad C_{30}^{2} = \frac{30\times 29}{2} \right)$$

ΓΙΑ ΤΟ ΙΔΙΟ ΠΑΡ. ΠΟΙΑ Η ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ ΝΑ ΕΠΙΛΕΞΟΥΜΕ ΕΝΑ ΛΕΥΚΟ ΚΑΙ ΕΝΑ ΜΑΥΡΟ;

ΜΕ ΙΔΙΟ ΤΡΟΠΟ: $P = \dfrac{C_{20}^{1} \cdot C_{10}^{1}}{C_{30}^{2}} = 0.46$

(ΣΗΜΕΙΩΣΗ: ΤΑ ΠΑΡΑΠΑΝΩ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΜΠΟΡΟΥΝ ΝΑ ΒΡΕΘΟΥΝ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΠΟΛΛΑ-ΠΛΑΣΙΑΣΤΙΚΟΥ ΚΑΝΟΝΑ.
- Η ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ ΚΑΙ ΤΑ 2 ΣΦΑΙΡΙΔΙΑ ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΛΕΥΚΑ = $P(2Λ) = P(1^{ο}Λ) \cdot P(2^{ο}Λ \mid 1^{ο}Λ)$

ΚΑΙ $P(1^{ο}Λ) = \dfrac{20}{30}$, $P(2^{ο}Λ \mid 1^{ο}Λ) = \dfrac{19}{29}$

ΙΔΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ ΜΕ ΠΡΟΗΓΟΥΜΕΝΩΣ

⑨

- Η ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ ΝΑ ΕΠΙΛΕΞΟΥΜΕ ΕΝΑ ΛΕΥΚΟ ΚΑΙ ΕΝΑ ΜΑΥΡΟ ΣΦΑΙΡΙΔΙΟ $P(1Λ+1Μ)$

$= P(1^ο\ ΛΕΥΚΟ\ ΚΑΙ\ 2^ο\ ΜΑΥΡΟ)$

$+ \boxed{P(1^ο\ ΜΑΥΡΟ\ ΚΑΙ\ 2^ο\ ΛΕΥΚΟ)}$

$\left(\frac{20}{30}\cdot\frac{10}{29}\right)$

$\left(\frac{10}{30}\cdot\frac{20}{29}\right)$

ΙΔΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ ΜΕ ΠΡΟΗΓΟΥΜΕΝΟΣ)

2) ΔΕΙΓΜΑΤΟΛΗΨΙΑ ΜΕ ΕΠΑΝΑΘΕΣΗ

n ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΑΠΟ ΤΑ ΟΠΟΙΑ ΕΠΙΛΕΓΟΥΜΕ Τ.Δ. ρ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΜΕ ΕΠΑΝΑΘΕΣΗ, ΔΗΛΑΔΗ ΕΠΙΛΕΓΟΥΜΕ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ρ ΦΟΡΕΣ. ΦΥΣΙΚΑ ΤΟ ΙΔΙΟ ΣΤΟΙΧΕΙΟ ΜΠΟΡΕΙ ΝΑ ΕΜΦΑΝΙΣΤΕΙ ΕΩΣ ρ ΦΟΡΕΣ.

ΠΑΡ: ΡΙΨΗ ΚΕΡΜΑΤΟΣ 2 ΦΟΡΕΣ,

ΔΕΙΓΜΑΤΙΚΟΣ ΧΩΡΟΣ $Ω = \{Κ, Γ\}$ ΓΙΑ ΚΑΘΕ ΡΙΨΗ

ΔΕΙΓΜΑΤΙΚΟΣ ΧΩΡΟΣ ΓΙΑ ΤΙΣ 2 ΡΙΨΕΙΣ (= ΔΥΝΑΤΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ)

$= \{(Κ,Κ), (Κ,Γ), (Γ,Κ), (Γ,Γ)\}$

$\underset{4}{\rightarrow}$

$= 2^2$ ΕΝΔΕΧΟΜΕΝΑ

(10)

ΑΝ ΡΙΨΗ ΚΕΡΜΑΤΟΣ 3 ΦΟΡΕΣ

ΔΥΝΑΤΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

{(Κ,Κ,Κ), (Κ,Κ,Γ), (Κ,Γ,Κ), (Γ,Κ,Κ), (Γ,Κ,Γ), (Γ,Γ,Κ), (Κ,Γ,Γ), (Γ,Γ,Γ)}

$\to 8 = 2^3$ ΕΝΔΕΧΟΜΕΝΑ

ΓΕΝΙΚΑ Ο ΑΡΙΘΜΟΣ ΕΝΔΕΧΟΜΕΝΩΝ (Τ.Δ.) ΕΙΝΑΙ m^p, ΚΑΙ ΣΥΝΕΠΩΣ Η ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ ΕΜΦΑΝΙΣΗΣ ΚΑΘΕ Τ.Δ. ΕΙΝΑΙ $P = 1/m^p$. ΓΙΑ ΠΡΟΗΓΟΥΜΕΝΟ ΠΑΡ $P = \frac{1}{8}$ (ΔΙΟΤΙ $m = 2$, $p = 3$). ΓΙΑ ΡΙΨΗ ΚΕΡΜΑΤΟΣ 4 ΦΟΡΕΣ ΘΑ ΠΑΙΡΝΑΜΕ $m^p = 2^4 = 16$ $\Rightarrow P = \frac{1}{16}$, ΚΛΠ...

ΑΝ ΖΗΤΟΥΣΑΜΕ ΤΗΝ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ ΕΜΦΑΝΙΣΗΣ ΚΑΠΟΙΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΥ (ΑΠΟ m_1 ΣΤΟΙΧΕΙΑ) ΣΕ m_2 ΕΠΑΝΑΛΗΨΕΙΣ ΤΟΥ ΠΕΙΡΑΜΑΤΟΣ, ΠΑΡ: ΠΟΙΑ Η ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ ΕΜΦΑΝΙΣΗΣ "Κ" ΣΕ 3 ΕΠΑΝΑΛΗΨΕΙΣ ΤΟΥ ΠΕΙΡΑΜΑΤΟΣ; (ΔΗΛΑΔΗ ΟΤΑΝ ΡΙΧΝΟΥΜΕ ΚΕΡΜΑ 3 ΦΟΡΕΣ) → ΠΑΡΑΤΗΡΟΥΜΕ ΣΤΟΝ ΔΕΙΓΜΑΤΙΚΟ ΧΩΡΟ ΓΙΑ ΡΙΨΗ ΚΕΡΜΑΤΟΣ 3 ΦΟΡΕΣ ΟΤΙ "Κ" ΕΜΦΑΝΙΖΕΤΑΙ ΣΕ 7 ΑΠΟ ΤΑ 8 ΕΝΔΕΧΟΜΕΝΑ.

11

ΣΥΝΕΠΩΣ Η ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ ΕΜΦΑΝΙΣΗΣ "Κ" ΕΙΝΑΙ 7/8. ΓΕΝΙΚΑ Η ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ ΑΥΤΗ ΕΙΝΑΙ $P = 1 - \left(1 - \frac{1}{n_1}\right)^{n_2} \rightarrow$ ΓΙΑ ΤΟ ΠΑΡ. $n_1 = 2$ ΚΑΙ $n_2 = 3$. ΑΝ ΖΗΤΟΥΣΑΜΕ ΤΗΝ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ ΑΥΤΗ ΓΙΑ ΡΙΨΗ ΚΕΡΜΑΤΟΣ 4 ΦΟΡΕΣ ΘΑ ΥΠΟΛΟΓΙΖΑΜΕ $P = 1 - \left(1 - \frac{1}{2}\right)^4 = 1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$, ΚΛΠ---

(ΛΟΓΙΚΟ ΑΦΟΥ ΣΤΑ 16 Τ.Δ. ΤΟ ΜΟΝΑΔΙΚΟ ΣΤΟ ΟΠΟΙΟ ΔΕΝ ΘΑ ΕΜΦΑΝΙΖΟΝΤΑΝ "Κ" ΘΑ ΗΤΑΝ (Γ, Γ, Γ, Γ))

ΠΑΡ.: ΣΕ ΠΡΟΗΓΟΥΜΕΝΟ ΠΑΡ.:

ΓΙΑ ΡΙΨΗ ΖΑΡΙΟΥ 2 ΦΟΡΕΣ. ΠΟΙΑ Η ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ ΝΑ ΕΡΘΕΙ ~~Η~~ ΠΛΕΥΡΑ ΜΕ ΑΡΙΘΜΟ "4" ΤΟΥΛΑΧΙΣΤΟΝ 1 ΦΟΡΑ; ΕΙΧΑΜΕ ΒΡΕΙ ΩΣ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ $P = 11/36$. ΑΥΤΟ ΜΠΟΡΟΥΜΕ ΝΑ ΤΟ ΒΡΟΥΜΕ ΚΑΙ ΑΠΟ ΤΥΠΟ $P = 1 - \left(1 - \frac{1}{n_1}\right)^{n_2}$ ΜΕ $n_1 = 6$ (ΑΦΟΥ ΤΟ ΖΑΡΙ ΕΧΕΙ 6 ΠΛΕΥΡΕΣ) ΚΑΙ $n_2 = 2$ (ΑΡΙΘΜΟΣ ΠΕΙΡΑΜΑΤΩΝ) $\rightarrow P = 1 - \left(1 - \frac{1}{6}\right)^2 = 11/36$.