**1ο Ερώτημα**

Έστω μια βιομηχανική επιχείρηση γαλακτοκομικών προϊόντων. Στην προσπάθειά της να διεισδύσει ακόμα περισσότερο στην αγορά γιαουρτιού παράγει μεταξύ άλλων δύο νέα προϊόντα σε οικογενειακή συσκευασία, τα οποία είναι:

* + Προϊόν 1: συσκευασία ενός κιλού επιδόρπιου γιαουρτιού με άρωμα βανίλιας
  + Προϊόν 2: συσκευασία ενός κιλού επιδόρπιου γιαουρτιού με κομματάκια σοκολάτας υγείας

Στον παρακάτω Πίνακα παρουσιάζονται τα δεδομένα του προβλήματος, όπως έχουν προσδιοριστεί για την παραγωγή μιας μονάδας από κάθε προϊόν:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Πόρος** | **Προϊόν 1** | **Προϊόν 2** | **Διαθέσιμη ποσότητα πόρου** |
|  | **Απαιτούμενη ποσότητα πόρου ανά μονάδα προϊόντος** | |  |
| Γάλα (λίτρα) | 1 | 1 | 550 |
| Εργασία (λεπτά χρόνου) | 1 | 3 | 1000 |
| Παστερίωση και ψύξη  (λεπτά χρόνου) | 2 | 5 | 2000 |
| Μέγιστη ζήτηση  (μονάδες προϊόντος) | 400 | χωρίς όριο |  |
| Κέρδος ανά μονάδα προϊόντος (σε λεπτά του €) | 150 | 200 |  |

**Στόχος:** Η μεγιστοποίηση του συνολικού εβδομαδιαίου κέρδους από την πώληση των δύο προϊόντων.

Μεταβλητές απόφασης

**x1**: τεμάχια προϊόντος 1

**x2**: τεμάχια προϊόντος 2

Αντικειμενική συνάρτηση: **max (150x1 + 200x2)**

Περιορισμοί του προβλήματος:

**x1 + x2 ≤ 550 (γάλα σε λίτρα)**

**x1 + 3x2 ≤ 1000 (λεπτά εργασίας)**

**2x1  + 5x2 ≤ 2000 (λεπτά παστερίωσης και ψύξης)**

**x1 ≤ 400 (ζήτηση Προϊόντος 1)**

**x1, x2 ≥ 0 (μη αρνητικές τιμές)**

**max 150 x1 + 200 x2**

**subject to**

**1) x1 + x2 <= 550 ! (γάλα σε λίτρα)**

**2) x1 + 3 x2 <= 1000 ! (λεπτά εργασίας)**

**3) 2 x1 + 5 x2 <= 2000 ! (λεπτά παστερίωσης και ψύξης)**

**4) x1 <= 400 ! (ζήτηση Προϊόντος 1)**

**end**

**Έχει τιμή διάφορη του 0, για όσες μεταβλητές απόφασης δεν συμμετέχουν στη βέλτιστη λύση (έχουν τιμή 0).**

**Δείχνει πόσο πρέπει να αλλαχθεί η τιμή του συντελεστή μιας μεταβλητής απόφασης, που δεν συμμετέχει στη βέλτιστη λύση, ώστε να συμμετέχει σε αυτή**

**LP OPTIMUM FOUND AT STEP 2**

**OBJECTIVE FUNCTION VALUE**

**1) 93750.00**

**VARIABLE VALUE REDUCED COST**

**X1 325.000000 0.000000**

**X2 225.000000 0.000000**

**Πόσο απέχουμε από την τιμή του δεξιού μέλους του συγκεκριμένου περιορισμού**

**(για τις συγκεκριμένες τιμές των μεταβλητών απόφασης)**

**Αν ισούται με μηδέν τότε ο συγκεκριμένος περιορισμός είναι δεσμευτικός**

**Μπορούμε να το επαληθεύσουμε;**

**Το ποσό κατά το οποίο θα βελτιωθεί (αυξηθεί) η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης αν αυξηθεί κατά μία μονάδα το δεξί μέλος του συγκεκριμένου περιορισμού**

**ROW SLACK OR SURPLUS DUAL PRICES**

**1) 0.000000 125.000000**

**2) 0.000000 25.000000**

**3) 225.000000 0.000000**

**Μπορούμε να το επαληθεύσουμε;**

**4) 75.000000 0.000000**

**NO. ITERATIONS= 2**

**ΕΠΙΤΡΕΠΤΗ ΑΥΞΗΣΗ**

**ΕΠΙΤΡΕΠΤΗΜΕΙΩΣΗ**

**RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:**

**OBJ COEFFICIENT RANGES**

**VARIABLE CURRENT ALLOWABLE ALLOWABLE**

**Εντός των ορίων δεν αλλάζει η βασική λύση (δηλαδή όσες μεταβλητές ήταν διάφορες του μηδέν συνεχίζουν να είναι)**

**COEF INCREASE DECREASE**

**X1 150.000000 50.000000 83.333336**

**X2 200.000000 250.000000 50.000000**

**Εντός των ορίων δεν αλλάζουν οι δεσμευτικοί περιορισμοί**

**RIGHTHAND SIDE RANGES**

**ROW CURRENT ALLOWABLE ALLOWABLE**

**RHS INCREASE DECREASE**

**1 550.000000 50.000000 216.666672**

**2 1000.000000 150.000000 150.000000**

**3 2000.000000 INFINITY 225.000000**

**4 400.000000 INFINITY 75.000000**

**2ο Ερώτημα**

Έστω μια εταιρεία κατασκευής τραπεζιών και καρεκλών. Στον παρακάτω Πίνακα παρουσιάζονται τα δεδομένα του προβλήματος, όπως έχουν προσδιοριστεί για την παραγωγή μιας μονάδας από κάθε προϊόν:

**Στόχος:** Η μεγιστοποίηση του συνολικού μηνιαίου κέρδους από την πώληση των δύο προϊόντων.

Μεταβλητές απόφασης

**x1**: τεμάχια τραπεζιών

**x2**: τεμάχια καρεκλών

Αντικειμενική συνάρτηση: **max (140x1 + 100x2)**

Περιορισμοί του προβλήματος:

**8x1 + 8x2 ≤ 960 (Ώρες Ξυλουργείου)**

**4x1 + 2x2 ≤ 400 (Ώρες Βαφείου)**

**4x1 + 3x2 ≤ 420 (Ώρες Στιλβωτηρίου)**

**και x1, x2 ≥ 0 (μη αρνητικές τιμές)**

1. Επιλύστε το παραπάνω πρόβλημα χρησιμοποιώντας το LINDO και βρείτε ποια είναι η βέλτιστη τιμή της αντικειμενικής που μπορεί να επιτευχθεί και ποιες είναι οι τιμές των μεταβλητών απόφασης x1 και x2.
2. Ποιοι περιορισμοί είναι δεσμευτικοί και ποιοι μη δεσμευτικοί;
3. Με ποιες τιμές είναι ίσες οι χαλαρές μεταβλητές καθώς και οι μεταβλητές πλεονάσματος;
4. Πόσο μπορεί να μεταβληθεί η τιμή κάθε αντικειμενικού συντελεστή χωρίς να αλλάξει η βάση της λύσης;
5. Αν κάποια μεταβλητή απόφασης είναι ίση με το 0, τι πρέπει να κάνουμε για να υπάρξει λύση με την μεταβλητή αυτή να έχει τιμή διάφορη του μηδενός; Δώστε συγκεκριμένη απάντηση.
6. Αν αυξηθεί/μειωθεί το δεξιό μέλος του 1ου περιορισμού κατά μία μονάδα θα αυξηθεί ή θα μειωθεί η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης και κατά πόσο;
7. Αν αυξηθεί/μειωθεί το δεξιό μέλος του 2ου περιορισμού κατά μία μονάδα θα αυξηθεί ή θα μειωθεί η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης και κατά πόσο;
8. Αν αυξηθεί/μειωθεί το δεξιό μέλος του 3ου περιορισμού κατά μία μονάδα θα αυξηθεί ή θα μειωθεί η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης και κατά πόσο;
9. Πόσο μπορεί να αλλάξει η τιμή του δεξιού μέλους του 1ου περιορισμού χωρίς να αλλάξουν οι δεσμευτικοί περιορισμοί, δηλαδή να είναι δεσμευτικοί αυτοί που ήταν αρχικά; Δώστε το ακριβές διάστημα τιμών.
10. Πόσο μπορεί να αλλάξει η τιμή του δεξιού μέλους του 2ου περιορισμού χωρίς να αλλάξουν οι δεσμευτικοί περιορισμοί, δηλαδή να είναι δεσμευτικοί αυτοί που ήταν αρχικά; Δώστε το ακριβές διάστημα τιμών.
11. Πόσο μπορεί να αλλάξει η τιμή του δεξιού μέλους του 3ου περιορισμού χωρίς να αλλάξουν οι δεσμευτικοί περιορισμοί, δηλαδή να είναι δεσμευτικοί αυτοί που ήταν αρχικά; Δώστε το ακριβές διάστημα τιμών.

**3ο Ερώτημα**

Μια εταιρία τροφίμων επιθυμεί να παρασκευάσει μια κομπόστα αποτελούμενη από πορτοκάλι και βερίκοκο. Το κέρδος ανά 10gr πορτοκάλι που περιέχει η κομπόστα είναι 15€, ενώ για το βερίκοκο είναι 10€. Η κομπόστα αυτή θα προτείνεται ως συμπλήρωμα διατροφής υποκαθιστώντας ένα γεύμα και άρα η δοσολογία δε θα πρέπει να υπερβαίνει τις συνιστώμενες ποσότητες βιταμινών μιας ημέρας, όπως αυτές αναγράφονται στον Πίνακα που ακολουθεί:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Συστατικά** | **Ανά 10gr κομπόστας πορτοκαλιού** | **Ανά 10gr κομπόστας βερίκοκου** | **Συνιστώμενη Ημερήσια Δοσολογία** |
| Βιταμίνη C | 0,25 | 1,00 | 65 |
| Βιταμίνη Β | 1,25 | 0,50 | 90 |
| Θερμιδική αξία | 1,00 | 1,00 | 85 |

Να μοντελοποιηθεί το παραπάνω πρόβλημα ως πρόβλημα Γραμμικού Προγραμματισμού.

**Στόχος:** Η μεγιστοποίηση του συνολικού κέρδους από την πώληση της κομπόστας.

Μεταβλητές απόφασης

**x1**: τεμάχια 10 gr πορτοκάλι

**x2**: τεμάχια 10 gr βερίκοκο

Αντικειμενική συνάρτηση: **max (15x1 + 10x2)**

Περιορισμοί του προβλήματος:

**0,25x1 + x2 ≤ 65 (Συνιστώμενη Ημερήσια Δοσολογία σε Βιταμίνη C)**

**1,25x1 + 0,5x2 ≤ 90 (Συνιστώμενη Ημερήσια Δοσολογία σε Βιταμίνη Β)**

**x1 + x2 ≤ 85 (Συνιστώμενη Ημερήσια Δοσολογία Θερμιδικής αξίας)**

**και x1, x2 ≥ 0 (μη αρνητικές τιμές)**

1. Επιλύστε το παραπάνω πρόβλημα χρησιμοποιώντας το LINDO και βρείτε ποια είναι η βέλτιστη τιμή της αντικειμενικής που μπορεί να επιτευχθεί και ποιες είναι οι τιμές των μεταβλητών απόφασης x1 και x2.
2. Ποιοι περιορισμοί είναι δεσμευτικοί και ποιοι μη δεσμευτικοί;
3. Με ποιες τιμές είναι ίσες οι χαλαρές μεταβλητές καθώς και οι μεταβλητές πλεονάσματος;
4. Πόσο μπορεί να μεταβληθεί η τιμή κάθε αντικειμενικού συντελεστή χωρίς να αλλάξει η βάση της λύσης;
5. Αν κάποια μεταβλητή απόφασης είναι ίση με το 0, τι πρέπει να κάνουμε για να υπάρξει λύση με την μεταβλητή αυτή να έχει τιμή διάφορη του μηδενός; Δώστε συγκεκριμένη απάντηση.
6. Αν αυξηθεί/μειωθεί το δεξιό μέλος του 1ου περιορισμού κατά μία μονάδα θα αυξηθεί ή θα μειωθεί η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης και κατά πόσο;
7. Αν αυξηθεί/μειωθεί το δεξιό μέλος του 2ου περιορισμού κατά μία μονάδα θα αυξηθεί ή θα μειωθεί η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης και κατά πόσο;
8. Αν αυξηθεί/μειωθεί το δεξιό μέλος του 3ου περιορισμού κατά μία μονάδα θα αυξηθεί ή θα μειωθεί η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης και κατά πόσο;
9. Πόσο μπορεί να αλλάξει η τιμή του δεξιού μέλους του 1ου περιορισμού χωρίς να αλλάξουν οι δεσμευτικοί περιορισμοί, δηλαδή να είναι δεσμευτικοί αυτοί που ήταν αρχικά; Δώστε το ακριβές διάστημα τιμών.
10. Πόσο μπορεί να αλλάξει η τιμή του δεξιού μέλους του 2ου περιορισμού χωρίς να αλλάξουν οι δεσμευτικοί περιορισμοί, δηλαδή να είναι δεσμευτικοί αυτοί που ήταν αρχικά; Δώστε το ακριβές διάστημα τιμών.
11. Πόσο μπορεί να αλλάξει η τιμή του δεξιού μέλους του 3ου περιορισμού χωρίς να αλλάξουν οι δεσμευτικοί περιορισμοί, δηλαδή να είναι δεσμευτικοί αυτοί που ήταν αρχικά; Δώστε το ακριβές διάστημα τιμών.

**4ο Ερώτημα**

Έστω μια βιομηχανική μονάδα ή οποία για την παραγωγή τεσσάρων προϊόντων Α, Β, Γ και Δ διαθέτει τρεις μηχανές Μ1, Μ2 και Μ3. Στον παρακάτω Πίνακα παρουσιάζονται ο χρόνος (σε λεπτά) που απαιτείται για την επεξεργασία μιας μονάδας από το κάθε προϊόν σε κάθε μηχανή, ο διαθέσιμος ημερήσιος χρόνος κάθε μηχανής και το κέρδος ανά μονάδα προϊόντος (σε €).

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **Χρόνος επεξεργασίας κάθε προϊόντος στις διάφορες μηχανές** | | | | **Διαθέσιμος ημερήσιος χρόνος κάθε μηχανής (σε λεπτά)** |
| **Προϊόν Α** | **Προϊόν Β** | **Προϊόν Γ** | **Προϊόν Δ** |
| **Μηχανή Μ1** | 4 | 2 | 3 | 1 | 480 |
| **Μηχανή Μ2** | 2 | 3 | 1 | 3 | 360 |
| **Μηχανή Μ3** | 3 | 0 | 1 | 0 | 240 |
| **Κέρδος ανά μονάδα προϊόντος** | 6 | 4 | 3 | 5 |  |

**Στόχος:** Η μεγιστοποίηση του συνολικού κέρδους της βιομηχανικής μονάδας.

Μεταβλητές απόφασης

**x1**: τεμάχια προϊόντος 1

**x2**: τεμάχια προϊόντος 2

**x3**: τεμάχια προϊόντος 3

**x4**: τεμάχια προϊόντος 4

Αντικειμενική συνάρτηση: **max (6x1 + 4x2 + 3x3 + 5x4)**

Περιορισμοί του προβλήματος:

**4x1 + 2x2 + 3x3 + x4 ≤ 480 (Περιορισμός διαθεσιμότητας ημερήσιου χρόνου μηχανής Μ1)**

**2x1 + 3x2 + x3 + 3x4 ≤ 360 (Περιορισμός διαθεσιμότητας ημερήσιου χρόνου μηχανής Μ2)**

**3x1 + x3 ≤ 240 (Περιορισμός διαθεσιμότητας ημερήσιου χρόνου μηχανής Μ3)**

**και x1, x2, x3, x4 ≥ 0 (μη αρνητικές τιμές)**

1. Επιλύστε το παραπάνω πρόβλημα χρησιμοποιώντας το LINDO και βρείτε ποια είναι η βέλτιστη τιμή της αντικειμενικής που μπορεί να επιτευχθεί και ποιες είναι οι τιμές των μεταβλητών απόφασης x1, x2, x3 και x4.
2. Ποιοι περιορισμοί είναι δεσμευτικοί και ποιοι μη δεσμευτικοί;
3. Με ποιες τιμές είναι ίσες οι χαλαρές μεταβλητές καθώς και οι μεταβλητές πλεονάσματος;
4. Πόσο μπορεί να μεταβληθεί η τιμή κάθε αντικειμενικού συντελεστή χωρίς να αλλάξει η βάση της λύσης;
5. Αν κάποια μεταβλητή απόφασης είναι ίση με το 0, τι πρέπει να κάνουμε για να υπάρξει λύση με την μεταβλητή αυτή να έχει τιμή διάφορη του μηδενός; Δώστε συγκεκριμένη απάντηση.
6. Αν αυξηθεί/μειωθεί το δεξιό μέλος του 1ου περιορισμού κατά μία μονάδα θα αυξηθεί ή θα μειωθεί η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης και κατά πόσο;
7. Αν αυξηθεί/μειωθεί το δεξιό μέλος του 2ου περιορισμού κατά μία μονάδα θα αυξηθεί ή θα μειωθεί η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης και κατά πόσο;
8. Αν αυξηθεί/μειωθεί το δεξιό μέλος του 3ου περιορισμού κατά μία μονάδα θα αυξηθεί ή θα μειωθεί η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης και κατά πόσο;
9. Πόσο μπορεί να αλλάξει η τιμή του δεξιού μέλους του 1ου περιορισμού χωρίς να αλλάξουν οι δεσμευτικοί περιορισμοί, δηλαδή να είναι δεσμευτικοί αυτοί που ήταν αρχικά; Δώστε το ακριβές διάστημα τιμών.
10. Πόσο μπορεί να αλλάξει η τιμή του δεξιού μέλους του 2ου περιορισμού χωρίς να αλλάξουν οι δεσμευτικοί περιορισμοί, δηλαδή να είναι δεσμευτικοί αυτοί που ήταν αρχικά; Δώστε το ακριβές διάστημα τιμών.
11. Πόσο μπορεί να αλλάξει η τιμή του δεξιού μέλους του 3ου περιορισμού χωρίς να αλλάξουν οι δεσμευτικοί περιορισμοί, δηλαδή να είναι δεσμευτικοί αυτοί που ήταν αρχικά; Δώστε το ακριβές διάστημα τιμών.