

Επιχειρησιακή Έρευνα

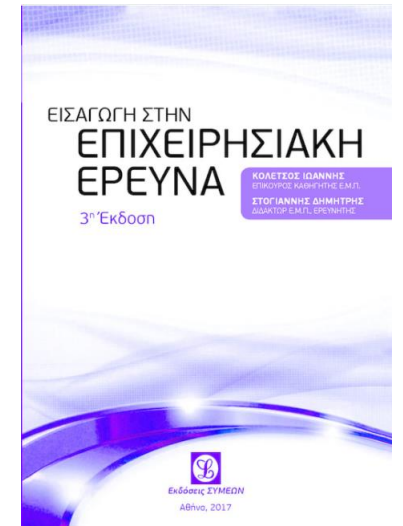
Γιώργος Τσιρογιάννης

Τμήμα Διοίκησης Επιχειρήσεων Αγροτικών
Προϊόντων και Τροφίμων,
Πανεπιστήμιο Πατρών



Διάλεξη 10-11η

Έλεγχος αποφάσεων υπό αβεβαιότητα



10.1-10.8

Αξία υπό συνθήκη (Conditional Value - CV):

- Ο ιδιοκτήτης ενός παντοπωλείου επιθυμεί να καθορίσει πόσα κιβώτια γάλα πρέπει να παραγγείλει προκειμένου να ικανοποιήσει την ημερήσια ζήτηση και μόνο αυτή. Αυτό σημαίνει ότι κάθε μέρα παραγγέλλει συγκεκριμένη ποσότητα κιβωτίων φρέσκου παστεριωμένου γάλακτος την οποία παραλαμβάνει την επόμενη με το άνοιγμα του καταστήματός του. Υποθέτουμε ότι οποιαδήποτε ποσότητα γάλακτος μένει απούλητη στο τέλος της ημέρας, σηματοδοτεί μία ολική απώλεια για τον παντοπώλη.

Αξία υπό συνθήκη (Conditional Value - CV):

- Οποιαδήποτε πλεονάζουσα ζήτηση που θα μείνει ανικανοποίητη δεν προκαλεί κάποιο επιπλέον κόστος εκτός του ότι χάθηκε η πώληση και επομένως η ευκαιρία να αποκομίσουμε από αυτή κάποιο κέρδος (**κόστος ευκαιρίας, opportunity loss**).
- Θεωρούμε ότι ο ανικανοποίητος πελάτης θα επιστρέψει στο μέλλον στο παντοπωλείο για κάποια άλλη αγορά.

Αξία υπό συνθήκη (Conditional Value - CV):

Ο παντοπώλης θα βασιστεί για την παραγγελία στο αρχείο που κρατάει για τις πωλήσεις όλου του προηγούμενου έτους (300 εργάσιμες ημέρες).

Συνολική ημερήσια ζήτηση	Αριθμός ημερών που καταγράφεται η ζήτηση	Πιθανότητα της κάθε ζήτησης
20 κιβώτια	15	0.05
21 κιβώτια	30	0.10
22 κιβώτια	90	0.30
23 κιβώτια	150	0.50
24 κιβώτια	15	0.05
Σύνολο	300	1.00

Αξία υπό συνθήκη (Conditional Value - CV):

- Το μεταβλητό κόστος παραγγελίας ενός κιβωτίου, δηλαδή η τιμή αγοράς είναι 12€ ανά κιβώτιο, ενώ η τιμή πώλησης είναι 15€ ανά κιβώτιο, γεγονός που οδηγεί σε ένα κέρδος 3€ ανά κιβώτιο που πωλείται.
- Παρόλο που είναι δυνατή η επιλογή για τον παντοπώλη να παραγγείλει για μια δεδομένη ημέρα λιγότερα από 20 ή περισσότερα από 24 κιβώτια, επειδή ο ίδιος θεωρεί ότι μια τέτοια ζήτηση έχει μηδενική πιθανότητα (αδύνατο ενδεχόμενο), περιορίζεται σε παραγγελίες μεταξύ 20 και 24 κιβωτίων ανά ημέρα.

Υπό συνθήκη κέρδη για την περίπτωση της ενέργειας “παραγγέλνω 22 κιβώτια”.

Ενδεχόμενο (ζήτηση)	Τιμή Πώλησης	Έσοδα	Κόστος αγοράς 22 κιβ.	Κέρδος υπό συνθήκη της ενέργειας “παραγγέλνω 22 κιβ.”
20 κιβώτια	15	300	264	36
21 κιβώτια	15	315	264	51
22 κιβώτια	15	330	264	66
23 κιβώτια	15	330	264	66
24 κιβώτια	15	330	264	66

Αξία υπό συνθήκη (Conditional Value - CV):

- Στον προηγούμενο πίνακα παρατηρούμε ότι στην περίπτωση που η ζήτηση είναι τελικά 23 κιβώτια, ενώ ο παντοπώλης έχει παραγγείλει 22 κιβώτια θα πουλήσει και τα 22 κιβώτια με κέρδος μόνο 66 € και απλώς θα έχει χάσει τη δυνατότητα να αποκομίσει κέρδος και από το κιβώτιο που του ζητήθηκε αλλά δεν είχε να πουλήσει.
- Ακόμη, στην περίπτωση που η ζήτηση αποδειχθεί μόνο 20 κιβώτια, ενώ έχουμε παραγγείλει 22, θα πουλήσουμε φυσικά τα 20 αποκομίζοντας ένα κέρδος $20 \text{ κιβώτια} \times (15\text{€} - 12\text{€}) = 60\text{€}$, θα έχουμε όμως συγχρόνως και μια ζημία $2 \text{ κιβώτια} \times 12\text{€} = 24\text{€}$, λόγω του κόστους αγοράς των 2 επιπλέον κιβωτίων, τα οποία μας έμειναν απούλητα και έχουν μηδενική τιμή εκποίησης (**salvage price**) για την επόμενη μέρα. Επομένως, όταν η ζήτηση είναι 20 κιβώτια και ο παντοπώλης παραγγέλλει 22, το τελικό κέρδος του θα είναι $60\text{€} - 24\text{€} = 36\text{€}$.

Αξία υπό συνθήκη (Conditional Value - CV):

- Μετά από αντίστοιχους υπολογισμούς και για τις υπόλοιπες παραγγελίες σχηματίζουμε το συγκεντρωτικό πίνακα με τις αξίες (κέρδη) υπό συνθήκη της κάθε ενέργειας-παραγγελίας σε σχέση με το κάθε ενδεχόμενο-ζήτηση.
- Η βέλτιστη ενέργεια για κάθε ενδεχόμενο (το μέγιστο κέρδος κάθε στήλης) σημειώνεται με αστερίσκο στον επόμενο πίνακα.

Αξία υπό συνθήκη (**Conditional Value - CV**):

Πιθανά ενδεχόμενα (ζήτηση)	Δυνατές ενέργειες (παραγγελίες)				
	20 κιβώτια	21 κιβώτια	22 κιβώτια	23 κιβώτια	24 κιβώτια
20 κιβώτια	60€*	48€	36€	24€	12€
21 κιβώτια	60€	63€*	51€	39€	27€
22 κιβώτια	60€	63€	66€*	54€	42€
23 κιβώτια	60€	63€	66€	69€*	57€
24 κιβώτια	60€	63€	66€	69€	72€*

Αναμενόμενη χρηματική αξία (Expected Monetary Value - EMV):

- Παρά τον υπολογισμό της αξίας κάθε ενέργειας **ο παντοπώλης δεν είναι ακόμα σε θέση να εκτιμήσει τη βέλτιστη λύση**, αφού δεν γνωρίζει τη ζήτηση της επόμενης μέρας κάθε φορά.
- Αντιστοιχίσουμε πιθανότητες στα διάφορα ενδεχόμενα, ώστε να αποτιμήσουμε την αξία κάθε παραγγελίας βασισμένοι στα ιστορικά δεδομένα που διαθέτουμε. Σταθμίζουμε το κέρδος που προκύπτει από κάθε ενέργεια για κάθε ενδεχόμενο βρίσκοντας ουσιαστικά την αναμενόμενη χρηματική αξία (**EMV**).
- Οι υπολογισμοί για τις ενέργειες “παραγγέλνω 22 κιβώτια” και “παραγγέλνω 23 κιβώτια” φαίνονται στον επόμενο πίνακα. Οι υπολογισμοί για τις παραγγελίες 20, 21 και 24 είναι όμοιοι.

Αναμενόμενη χρηματική αξία (Expected Monetary Value - EMV):

Αξία υπό συνθήκη (Conditional Value - CV):

Πιθανά ενδεχόμενα (ζήτηση)	Δυνατές ενέργειες (παραγγελίες)				
	20 κιβώτια	21 κιβώτια	22 κιβώτια	23 κιβώτια	24 κιβώτια
20 κιβώτια	60€*	48€	36€	24€	12€
21 κιβώτια	60€	63€*	51€	39€	27€
22 κιβώτια	60€	63€	66€*	54€	42€
23 κιβώτια	60€	63€	66€	69€*	57€
24 κιβώτια	60€	63€	66€	69€	72€*

Ενδεχόμενο (ζήτηση)	Πιθανότητα	Ενέργεια “παραγγέλνω 22 κιβώτια”		Ενέργεια “παραγγέλνω 23 κιβώτια”	
		Αξία υπό συνθήκη (CV)	Σταθμισμένη αξία (WCV)	Αξία υπό συνθήκη (CV)	Σταθμισμένη αξία (WCV)
20 κιβώτια	0.05	36 €	1.80 €	24 €	1.20 €
21 κιβώτια	0.10	51 €	5.10 €	39 €	3.90 €
22 κιβώτια	0.30	66 €	19.80 €	54 €	16.20 €
23 κιβώτια	0.50	66 €	33.00 €	69 €	34.50 €
24 κιβώτια	0.05	66 €	3.30 €	69 €	3.45 €
Σύνολο	1.00		63.00 €		59.25 €

**EMV της ενέργειας
«παραγγέλνω 22 κιβώτια»**

Συγκεντρώνουμε τις αναμενόμενες χρηματικές αξίες για όλες τις ενέργειες- παραγγελίες που είναι δυνατόν να κάνει ο παντοπώλης και εντοπίζουμε ως βέλτιστη ενέργεια την ενέργεια "παραγγέλνω 22 κιβώτια" που μας αποφέρει κέρδος 63€, που είναι το μεγαλύτερο αναμενόμενο κέρδος.

Ενέργεια (παραγγελία)	Αναμενόμενη χρηματική αξία EMV (€)	Κατάταξη ενεργειών	Διαφορά κέρδους σε σχέση με τη βέλτιστη ενέργεια
20 κιβώτια	60.00	3 ^η	3.00 €
21 κιβώτια	62.25	2 ^η	0.75 €
22 κιβώτια	63.00	1 ^η	0.00 €
23 κιβώτια	59.25	4 ^η	3.75 €
24 κιβώτια	48.00	5 ^η	15.00 €

63 - 62.25 = 0.75

(EMV πίνακας)

Βήματα του κριτηρίου της αναμενόμενης χρηματικής αξίας (EVM):

Βήμα 1: Κατασκευάζουμε ένα πίνακα αξιών υπό συνθήκη που περιέχει τις ενέργειες και τα ενδεχόμενα που μπορεί να παρουσιαστούν, καθώς και την τιμή υπό συνθήκη της κάθε ενέργειας σε σχέση με κάθε ενδεχόμενο.

Βήμα 2: Αντιστοιχίζουμε πιθανότητες σε κάθε ενδεχόμενο.

Βήμα 3: Υπολογίζουμε μια αναμενόμενη χρηματική αξία **EMV** για κάθε ενέργεια αθροίζοντας τα γινόμενα της αξίας υπό συνθήκη της ενέργειας για κάθε ενδεχόμενο επί την πιθανότητα αυτού του ενδεχομένου.

Βήμα 4: Επιλέγουμε την ενέργεια με τη μεγαλύτερη αναμενόμενη χρηματική αξία.

Παρατήρηση :

Τα ενδεχόμενα πρέπει να είναι αμοιβαία αποκλειόμενα (2 ή περισσότερα ενδεχόμενα να μην μπορούν να πραγματοποιηθούν συγχρόνως).

Π.χ. μια ημέρα η ζήτηση μπορεί να είναι 22 κιβώτια γάλακτος ή 23 κιβώτια γάλακτος, αλλά όχι και τα δυο συγχρόνως. Ακόμη, τα ενδεχόμενα όλα μαζί πρέπει να καλύπτουν όλες τις περιπτώσεις και επομένως οι πιθανότητές τους πρέπει να αθροίζονται στην μονάδα.

Κόστος Ευκαιρίας υπό συνθήκη (Conditional Opportunity Loss, COL)

- **Κόστος Ευκαιρίας (Opportunity Loss)** είναι το ποσό του κέρδους που διέφυγε (δεν πραγματοποιήθηκε) λόγω της μη επιλογής της βέλτιστης ενέργειας για κάθε ενδεχόμενο.
- Το υπό συνθήκη κέρδος ή ζημία σχετίζεται τόσο με την δεδομένη ενέργεια που εκτελέστηκε (π.χ. παραγγελία), όσο και με το συγκεκριμένο ενδεχόμενο που προέκυψε. (π.χ. ζήτηση). Επειδή όμως λειτουργούμε υπό αβεβαιότητα, δε γνωρίζουμε ποιο ενδεχόμενο θα προκύψει. Επομένως, το υπό συνθήκη κέρδος (αντίστοιχα ζημία) για μια ενέργεια δεν είναι ένας αριθμός, αλλά ένας πίνακας τιμών που σχετίζεται με όλα τα πιθανά ενδεχόμενα.

Κόστος Ευκαιρίας υπό συνθήκη (Conditional Opportunity Loss)

Αξία υπό συνθήκη (**Conditional Value - CV**):

Πιθανά ενδεχόμενα (ζήτηση)	Δυνατές ενέργειες (παραγγελίες)				
	20 κιβώτια	21 κιβώτια	22 κιβώτια	23 κιβώτια	24 κιβώτια
20 κιβώτια	60€*	48€	36€	24€	12€
21 κιβώτια	60€	63€*	51€	39€	27€
22 κιβώτια	60€	63€	66€*	54€	42€
23 κιβώτια	60€	63€	66€	69€*	57€
24 κιβώτια	60€	63€	66€	69€	72€*

30/12/2021

10

Θεωρούμε την ενέργεια "παραγγέλνω 23 κιβώτια".

- Εάν η ζήτηση αποδειχθεί πραγματικά ότι είναι 23 κιβώτια, τότε όπως υπολογίστηκε θα έχουμε ένα συνολικό κέρδος 69€. Αυτό είναι το βέλτιστο κέρδος που μπορεί να επιτευχθεί, όταν η ζήτηση είναι 23 κιβώτια.
- Εάν όμως η ζήτηση αποδειχθεί 23 κιβώτια ενώ ο παντοπώλης είχε παραγγείλει μόνο 22 κιβώτια, τότε το κέρδος θα περιοριστεί σε 66€, δηλαδή θα καταγραφεί ένα **υπό συνθήκη κόστος ευκαιρίας** ($69€ - 66€ = 3€$). Τα υπό συνθήκη κόστη ευκαιρίας για τις ενέργειες "παραγγέλνω 22 κιβ." και "παραγγέλνω 23 κιβ." και για κάθε ενδεχόμενο-ζήτηση παρουσιάζονται στη συνέχεια.

Κόστος Ευκαιρίας υπό συνθήκη (Conditional Opportunity Loss, COL)

"παραγγέλνω 23 κιβ."

Ενδεχόμενο (ζήτηση)	Βέλτιστη ενέργεια	Κέρδος βέλτιστης ενέργειας	Διαφορά κέρδους μεταξύ ενέργειας και βέλτιστης ενέργειας	
			Παραγγέλνω	
			22 κιβώτια	23 κιβώτια
20 κιβώτια	20	60 €	$60 - 36 = 24 \text{ €}$	$60 - 24 = 36 \text{ €}$
21 κιβώτια	21	63 €	$63 - 51 = 12 \text{ €}$	$63 - 39 = 24 \text{ €}$
22 κιβώτια	22	66 €	$66 - 66 = 0 \text{ €}$	$66 - 54 = 12 \text{ €}$
23 κιβώτια	23	69 €	$69 - 66 = 3 \text{ €}$	$69 - 69 = 0 \text{ €}$
24 κιβώτια	24	72 €	$72 - 66 = 6 \text{ €}$	$72 - 69 = 3 \text{ €}$

Κόστος Ευκαιρίας υπό συνθήκη (**Conditional Opportunity Loss, COL**)

Για τις παραγγελίες 20, 21 και 24 κιβωτίων, σχηματίζουμε το συγκενρωτικό πίνακα με τα υπό συνθήκη κόστη ευκαιρίας για τις διάφορες ενέργειες-παραγγελίες και για κάθε ενδεχόμενο-ζήτηση.

Ενδεχόμενο (ζήτηση)	Ενέργεια - Παραγγελία				
	20 κιβ	21 κιβ	22 κιβ	23 κιβ	24 κιβ
20 κιβώτια	0 €*	12 €	24 €	36 €	48 €
21 κιβώτια	3 €	0 €*	12 €	24 €	36 €
22 κιβώτια	6 €	3 €	0 €*	12 €	24 €
23 κιβώτια	9 €	6 €	3 €	0 €*	12 €
24 κιβώτια	12 €	9 €	6 €	3 €	0 €*

Κόστος Ευκαιρίας υπό συνθήκη (**Conditional Opportunity Loss**) :

- Επομένως, ο παντοπώλης θα μπορούσε να επιλέξει τη βέλτιστη ενέργεια όχι βάσει της αναμενόμενης χρηματικής αξίας **EMV**, αλλά βάσει του αναμενόμενου κόστους ευκαιρίας **EOL (Expected Opportunity Loss)**.
- Η διαδικασία είναι ίδια εκτός του ότι αντι να χρησιμοποιήσουμε τον πίνακα των αξιών υπό συνθήκη, θα χρησιμοποιήσουμε τον πίνακα με τα κόστη ευκαιρίας υπό συνθήκη.
- Θα υπολογίσουμε ενδεικτικά για τις ενέργειες “παραγγέλνω 22 κιβώτια” και “παραγγέλνω 23 κιβώτια” το σταθμισμένο (μέσο όρο με βάση τις πιθανότητες) αναμενόμενο κόστος ευκαιρίας.

Κόστος Ευκαιρίας υπό συνθήκη (Conditional Opportunity Loss) :

Ενδεχόμενο (ζήτηση)	Πιθανότητα	Ενέργεια “παραγγέλνω 22 κιβώτια”		Ενέργεια “παραγγέλνω 23 κιβώτια”	
		Κόστος ευκαιρίας υπό συνθήκη (CL)	Σταθμισμένη αξία (WCL) (weighted conditional loss)	Κόστος ευκαιρίας υπό συνθήκη (CL)	Σταθμισμένη αξία (WCL) (weighted conditional loss)
20 κιβώτια	0.05	24 €	1.20 €	36 €	1.80 €
21 κιβώτια	0.10	12 €	1.20 €	24 €	2.40 €
22 κιβώτια	0.30	0 €	0.00 €	12 €	3.60 €
23 κιβώτια	0.50	3 €	1.50 €	0 €	0.00 €
24 κιβώτια	0.05	6 €	0.30 €	3 €	0.15 €
Σύνολο	1.00		4.20 €		7.95 €

Κόστος Ευκαιρίας υπό συνθήκη (Conditional Opportunity Loss, COL)

Για τις παραγγελίες 20, 21 και 24 κιβωτίων, σχηματίζουμε το συγκριτικό πίνακα με τα υπό συνθήκη κόστη ευκαιρίας για τις διάφορες ενέργειες-παραγγελίες και για κάθε ενδεχόμενο-ζήτηση.

Ενδεχόμενο (ζήτηση)	Ενέργεια - Παραγγελία				
	20 κιβ	21 κιβ	22 κιβ	23 κιβ	24 κιβ
20 κιβώτια	0 €*	12 €	24 €	36 €	48 €
21 κιβώτια	3 €	0 €*	12 €	24 €	36 €
22 κιβώτια	6 €	3 €	0 €*	12 €	24 €
23 κιβώτια	9 €	6 €	3 €	0 €*	12 €
24 κιβώτια	12 €	9 €	6 €	3 €	0 €*

↑
**EOL της ενέργειας
«παραγγέλνω 22 κιβώτια»**

Κόστος Ευκαιρίας υπό συνθήκη (Conditional Opportunity Loss)

Από τα αναμενόμενα κόστη ευκαιρίας για όλες τις ενέργειες-παραγγελίες, εντοπίζουμε ως βέλτιστη ενέργεια την ενέργεια "παραγγέλνω 22 κιβώτια" που δημιουργεί κόστος ευκαιρίας 4.20€ που είναι το μικρότερο κόστος ευκαιρίας.

Ενέργεια (παραγγελία)	Αναμενόμενο κόστος ευκαιρίας EOL (€)	Κατάταξη ενεργειών	Διαφορά κόστους ευκαιρίας σε σχέση με τη βέλτιστη ενέργεια
20 κιβώτια	7.20	3 ^η	3.00 €
21 κιβώτια	4.95	2 ^η	0.75 €
22 κιβώτια	4.20	1 ^η	0.00 €
23 κιβώτια	7.95	4 ^η	3.75 €
24 κιβώτια	19.20	5 ^η	15.00 €

4.95 - 4.2 = 0.75

Κόστος Ευκαιρίας υπό συνθήκη (Conditional Opportunity Loss) :

Παρατήρηση:

Τόσο η λύση του προβλήματος, δηλαδή η βέλτιστη ενέργεια όσο και η κατάταξη των ενεργειών, αλλά και οι διάφορες αποδόσεις μεταξύ μιας τυχαίας ενέργειας και της βέλτιστης είναι ίδιες για το κριτήριο της μέγιστης αναμενόμενης χρηματικής αξίας EMV και για το κριτήριο του ελάχιστου αναμενόμενου κόστους ευκαιρίας EOL.

Ενέργεια (παραγγελία)	Αναμενόμενη χρηματική αξία EMV (€)	Κατάταξη ενεργειών	Διαφορά κέρδους σε σχέση με τη βέλτιστη ενέργεια
20 κιβώτια	60.00	3 ^η	3.00 €
21 κιβώτια	62.25	2 ^η	0.75 €
22 κιβώτια	63.00	1 ^η	0.00 €
23 κιβώτια	59.25	4 ^η	3.75 €
24 κιβώτια	48.00	5 ^η	15.00 €

(EMV πίνακας)

Ενέργεια (παραγγελία)	Αναμενόμενο κόστος ευκαιρίας EOL (€)	Κατάταξη ενεργειών	Διαφορά κόστους ευκαιρίας σε σχέση με τη βέλτιστη ενέργεια
20 κιβώτια	7.20	3 ^η	3.00 €
21 κιβώτια	4.95	2 ^η	0.75 €
22 κιβώτια	4.20	1 ^η	0.00 €
23 κιβώτια	7.95	4 ^η	3.75 €
24 κιβώτια	19.20	5 ^η	15.00 €

(COL, πίνακας)

ΣΥΝΟΠΤΙΚΑ

- **Αξία υπό συνθήκη CV (C**onditional **V**alue):

Είναι το κέρδος που προκύπτει από μια δεδομένη ενέργεια (πχ παραγγελία 23 κιβωτίων) υπό τη συνθήκη ότι προέκυψε ένα συγκεκριμένο ενδεχόμενο (πχ ζήτηση 22 κιβωτίων).

- **Κόστος ευκαιρίας υπό συνθήκη COL (C**onditional **O**pportunity **L**oss):

Είναι η σχετική απώλεια (κέρδος που δεν πραγματοποιήθηκε) εξαιτίας μιας ενέργειας που κάναμε (πχ παραγγελία 23 κιβωτίων), υπό την συνθήκη ενός γεγονότος (ενδεχομένου) που προέκυψε (πχ ζήτηση 22 κιβωτίων).

- **Αναμενόμενη χρηματική αξία EMV (E**xpected **M**onetary **V**alue):

Είναι οι χρηματικές αξίες υπό συνθήκη, σταθμισμένες με την πιθανότητα να πραγματοποιηθεί κάθε ενδεχόμενο και αθροισμένες για κάθε ενέργεια χωριστά.

Συνοπτικά

- **Αναμενόμενο κόστος ευκαιρίας EOL (Expected Opportunity Loss):**

Είναι τα κόστη ευκαιρίας υπό συνθήκη, σταθμισμένα με την πιθανότητα να πραγματοποιηθεί κάθε ενδεχόμενο και αθροισμένα για κάθε ενέργεια χωριστά.

- **Βέλτιστη ενέργεια (Best act):**

Είναι η ενέργεια με τη μεγαλύτερη αναμενόμενη χρηματική αξία (EMV) και επομένως το μικρότερο αναμενόμενο κόστος ευκαιρίας (EOL).

Κέρδος κάτω από τέλεια πρόβλεψη

Αξία υπό συνθήκη (Conditional Value - CV):

Πιθανά ενδεχόμενα (ζήτηση)	Δυνατές ενέργειες (παραγγελίες)				
	20 κιβώτια	21 κιβώτια	22 κιβώτια	23 κιβώτια	24 κιβώτια
20 κιβώτια	60€*	48€	36€	24€	12€
21 κιβώτια	60€	63€*	51€	39€	27€
22 κιβώτια	60€	63€	66€*	54€	42€
23 κιβώτια	60€	63€	66€	69€*	57€
24 κιβώτια	60€	63€	66€	69€	72€*

30/12/2021

10

- Ποιό θα μπορούσε να είναι το κέρδος του παντοπώλη, εάν στο μέλλον αυτός μπορούσε κάθε μέρα να προβλέψει με σιγουριά τη ζήτηση της επόμενης ημέρας και επομένως να προβαίνει πάντα στην άριστη παραγγελία; Κατασκευάζουμε ένα πίνακα με τις αξίες υπό συνθήκη μόνο της βέλτιστης ενέργειας για κάθε ενδεχόμενο, πληροφορία που μπορούμε να την έχουμε από προηγούμενο πίνακα.
- Για παράδειγμα, εάν γνωρίζουμε ότι την επόμενη ημέρα η ζήτηση θα ήταν 23 κιβώτια, θα επιλέγαμε να παραγγείλουμε την προηγούμενη ακριβώς 23 κιβώτια και την επόμενη ημέρα θα πραγματοποιούσαμε ένα κέρδος 69€, γιατί εάν παραγγείλουμε 22 κιβώτια, θα έπρεπε να "ξεχάσουμε" τα 3€ κέρδος του ενός κιβωτίου, ενώ αν παραγγείλουμε 24 κιβώτια, θα "γράφαμε" τη ζημία των 12€ του κιβωτίου που θα έμενε απούλητο.

Κέρδος κάτω από τέλεια πρόβλεψη

Ενδεχόμενο (ζήτηση)	Ενέργεια - Παραγγελία (σε κιβώτια)				
	20	21	22	23	24
20 κιβώτια	60 €				
21 κιβώτια		63 €			
22 κιβώτια			66 €		
23 κιβώτια				69 €	
24 κιβώτια					72 €

Αξία υπό συνθήκη (**Conditional Value - CV**):

Πιθανά ενδεχόμενα (ζήτηση)	Δυνατές ενέργειες (παραγγελίες)				
	20 κιβώτια	21 κιβώτια	22 κιβώτια	23 κιβώτια	24 κιβώτια
20 κιβώτια	60€*	48€	36€	24€	12€
21 κιβώτια	60€	63€*	51€	39€	27€
22 κιβώτια	60€	63€	66€*	54€	42€
23 κιβώτια	60€	63€	66€	69€*	57€
24 κιβώτια	60€	63€	66€	69€	72€*

30/12/2021

10

Κέρδος κάτω από τέλεια πρόβλεψη

- Ας μετατρέψουμε τα παραπάνω κέρδη υπό συνθήκη σε αναμενόμενες τιμές.
- Αυτό μπορεί να γίνει σταθμίζοντας το κέρδος κάθε ενδεχόμενου με την πιθανότητα που υπάρχει να πραγματοποιηθεί το ενδεχόμενο.
- Το αναμενόμενο κέρδος με τέλεια πρόβλεψη **EPPP (Expected Profit with Perfect Prediction)** φαίνεται στον πίνακα που ακολουθεί.

Κέρδος κάτω από τέλεια πρόβλεψη

Ενέργεια (παραγγελία)	Πιθανότητα	Κέρδος βέλτιστης ενέργειας (€)	Σταθμισμέ νο κέρδος (€)
20 κιβώτια	0.05	* 60 =	3.00
21 κιβώτια	0.10	* 63 =	6.30
22 κιβώτια	0.30	* 66 =	19.80
23 κιβώτια	0.50	* 69 =	34.50
24 κιβώτια	0.05	* 72 =	3.60
Αναμενόμενο κέρδος με τέλεια πρόβλεψη			67.20

(ΕΡΡΡ πίνακας)

Αναμενόμενη αξία της τέλεια πληροφόρησης EVPI (Expected Value of Perfect Information)

$$\left(\begin{array}{c} \text{Αναμενόμενη αξία} \\ \text{τέλειας πληροφόρησης} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{Αναμενόμενο κέρδος} \\ \text{με τέλεια πρόβλεψη} \end{array} \right) - \left(\begin{array}{c} \text{Αναμενόμενη χρηματική αξία} \\ \text{της βέλτιστης ενέργειας} \end{array} \right)$$

$$EVPI = EPPP - EMV(\text{Βέλτιστης ενέργειας})$$

$$\left(\begin{array}{c} \text{Αναμενόμενη αξία} \\ \text{τέλειας πληροφόρησης} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{Αναμενόμενο κέρδος} \\ \text{με τέλεια πρόβλεψη} \end{array} \right) - \left(\begin{array}{c} \text{Αναμενόμενη χρηματική αξία} \\ \text{της βέλτιστης ενέργειας} \end{array} \right)$$

$$EVPI = EPPP - EMV(\text{Βέλτιστης ενέργειας})$$

Ενέργεια (παραγγελία)	Πιθανότητα	Κέρδος βέλτιστης ενέργειας (€)	Σταθμισμένο κέρδος (€)
20 κιβώτια	0.05	60	3.00
21 κιβώτια	0.10	63	6.30
22 κιβώτια	0.30	66	19.80
23 κιβώτια	0.50	69	34.50
24 κιβώτια	0.05	72	3.60
Αναμενόμενο κέρδος με τέλεια πρόβλεψη			67.20

(EPPP πίνακας)

Ενέργεια (παραγγελία)	Αναμενόμενη χρηματική αξία EMV (€)	Κατάταξη ενεργειών	Διαφορά κέρδους σε σχέση με τη βέλτιστη ενέργεια
20 κιβώτια	60.00	3 ^η	3.00 €
21 κιβώτια	62.25	2 ^η	0.75 €
22 κιβώτια	63.00	1 ^η	0.00 €
23 κιβώτια	59.25	4 ^η	3.75 €
24 κιβώτια	48.00	5 ^η	15.00 €

(EVM πίνακας)

$$67.20 - 63 = 4.2$$

Σχέση EMV και EOL

(EMV πίνακας)

Ενέργεια (παραγγελία)	Αναμενόμενη χρηματική αξία EMV (€)	Κατάταξη ενεργειών	Διαφορά κέρδους σε σχέση με τη βέλτιστη ενέργεια
20 κιβώτια	60.00	3 ^η	3.00 €
21 κιβώτια	62.25	2 ^η	0.75 €
22 κιβώτια	63.00	1 ^η	0.00 €
23 κιβώτια	59.25	4 ^η	3.75 €
24 κιβώτια	48.00	5 ^η	15.00 €

Ενέργεια (παραγγελία)	Αναμενόμενο κόστος ευκαιρίας EOL (€)	Κατάταξη ενεργειών	Διαφορά κόστους ευκαιρίας σε σχέση με τη βέλτιστη ενέργεια
20 κιβώτια	7.20	3 ^η	3.00 €
21 κιβώτια	4.95	2 ^η	0.75 €
22 κιβώτια	4.20	1 ^η	0.00 €
23 κιβώτια	7.95	4 ^η	3.75 €
24 κιβώτια	19.20	5 ^η	15.00 €

(EOL από τον COL πίνακα)

30/12/2021

$$EMV + EOL = EPPP$$

(αναμενόμενη χρηματική αξία οποιασδήποτε ενέργειας)

Ενέργεια (παραγγελία)	EMV (σε €)	EOL (σε €)	EPPP (σε €)
20 κιβώτια	60.0	7.20	67.20
21 κιβώτια	62.25	4.95	67.20
22 κιβώτια	63.0	4.20	67.20
23 κιβώτια	59.25	7.95	67.20
24 κιβώτια	48.0	19.20	67.20

Ανάλυση ευαισθησίας (**Sensitivity Analysis**)

- Σε προβλήματα πραγματικών συνθηκών ο προσδιορισμός των πιθανοτήτων για τα διάφορα ενδεχόμενα-γεγονότα είναι δύσκολος έως αδύνατος.
- Συχνά συμβαίνει να μην είναι εφικτό να προσδιοριστεί μια συγκεκριμένη πιθανότητα για ένα ενδεχόμενο ή ομάδα ενδεχομένων, αλλά μόνο ένα εύρος τιμών αυτών των πιθανοτήτων.
- Στην περίπτωση αυτή, θα πρέπει να στηριχθούμε σε αυτό το εύρος τιμών προκειμένου να αποφασίσουμε τη βέλτιστη ενέργεια.

Ανάλυση ευαισθησίας (Sensitivity Analysis)

Συνοπτικά

- **Αξία υπό συνθήκη CV (Conditional Value):**
Είναι το κέρδος που προκύπτει από μια δεδομένη ενέργεια (πχ παραγωγή 23 κιβωτίων) υπό τη συνθήκη ότι προέκυψε ένα συγκεκριμένο ενδεχόμενο (πχ ζήτηση 22 κιβωτίων).
- **Κόστος ευκαιρίας υπό συνθήκη COL (Conditional Opportunity Loss):**
Είναι η σχετική απώλεια (κέρδος που δεν πραγματοποιήθηκε) εξαιτίας μιας ενέργειας που κάναμε (πχ παραγωγή 23 κιβωτίων), υπό την συνθήκη ενός γεγονότος (ενδεχομένου) που προέκυψε (πχ ζήτηση 22 κιβωτίων).
- **Αναμενόμενη χρηματική αξία EMV (Expected Monetary Value):**
Είναι οι χρηματικές αξίες υπό συνθήκη, σταθμισμένες με την πιθανότητα να πραγματοποιηθεί κάθε ενδεχόμενο και αθροισμένες για κάθε ενέργεια χωριστά.

30/12/2021

24

Ας θεωρήσουμε μια εταιρεία που σκέφτεται να εισάγει στην αγορά ένα νέο προϊόν. Αν οι υποψήφιοι πελάτες υποδεχθούν με ενθουσιασμό το νέο προϊόν, η εταιρεία θα έχει όφελος (καθαρό κέρδος) 300,000€, ενώ αν το προϊόν αποδειχθεί αποτυχία, η εταιρεία θα υποστεί ζημία 100,000€ λόγω των κεφαλαίων που επένδυσε. Έστω η πιθανότητα επιτυχίας του προϊόντος και η πιθανότητα αποτυχίας του. Η εταιρεία έχει:

$$EMV = 300,000p + (-100,000)(1 - p)$$

Η εισαγωγή του προϊόντος αποφασίζεται

αν:

$$EMV > 0 \Leftrightarrow 400,000p > 100,000 \Leftrightarrow p > 1/4$$

Επομένως, θεωρείται κρίσιμη πιθανότητα η $p = \frac{1}{4} = 25\%$

Ανάλυση ευαισθησίας (**Sensitivity Analysis**)

- Αν ο επιχειρηματίας πιστεύει (είτε από διαίσθηση είτε από προηγούμενη εμπειρία σε ανάλογα προϊόντα είτε από έρευνα αγοράς κ.τ.λ.) ότι η πιθανότητα ευρείας αποδοχής του νέου προϊόντος είναι μεγαλύτερη από 25%, τότε θα πρέπει να αποφασίσει την εισαγωγή του νέου προϊόντος και μάλιστα χωρίς να τον ενδιαφέρει ο ακριβής προσδιορισμός της πιθανότητας επιτυχίας.

Ανάλυση ευαισθησίας (Sensitivity Analysis)

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΓΙΑ ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΕΣ ΕΠΙΛΟΓΕΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ ΓΙΑ ΤΑ ΕΝΔΕΧΟΜΕΝΑ

Θεωρούμε ότι υπάρχουν διάφορες περιπτώσεις για τις πιθανότητες για τη ζήτηση γάλατος στο προγούμενο παράδειγμα του παντοπώλη, όπως φαίνεται στον παρακάτω πίνακα.

ΠΙΝΑΚΑΣ 1:

Ενδεχόμενο (ζήτηση)	Πιθανότητες						
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
20 κιβώτια	0.05	0.05	0.01	0.05	0.05	0.01	0.05
21 κιβώτια	0.16	0.15	0.19	0.10	0.05	0.02	0.05
22 κιβώτια	0.75	0.30	0.20	0.30	0.10	0.17	0.09
23 κιβώτια	0.02	0.45	0.55	0.50	0.70	0.79	0.80
24 κιβώτια	0.02	0.05	0.05	0.05	0.10	0.01	0.01

Ανάλυση ευαισθησίας (Sensitivity Analysis)

Εφαρμόζουμε τη μέθοδο της αναμενόμενης χρηματικής αξίας για τα διάφορα σετ πιθανοτήτων του πίνακα 1 και παίρνουμε τους παρακάτω πίνακες, όπου φαίνεται η βέλτιστη απόφαση για κάθε ομάδα πιθανοτήτων.

Ενδεχόμενο (ζήτηση)	Πιθανότητες						
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
20 κιβώτια	0.05	0.05	0.01	0.05	0.05	0.01	0.05
21 κιβώτια	0.16	0.15	0.19	0.10	0.05	0.02	0.05
22 κιβώτια	0.75	0.30	0.20	0.30	0.10	0.17	0.09
23 κιβώτια	0.02	0.45	0.55	0.50	0.70	0.79	0.80
24 κιβώτια	0.02	0.05	0.05	0.05	0.10	0.01	0.01



Ενδεχόμενο (ζήτηση)	Πιθανότητα	Ενέργειες-παραγγελίες				
		WCV (Weighted Conditional Value)				
		20	21	22	23	24
20 κιβώτια	0.05	3.00 €	2.40 €	1.80 €	1.20 €	0.60 €
21 κιβώτια	0.16	9.60 €	10.08 €	8.16 €	6.24 €	4.32 €
22 κιβώτια	0.75	45.00 €	47.25 €	49.50 €	40.50 €	31.50 €
23 κιβώτια	0.02	1.20 €	1.26 €	1.32 €	1.38 €	1.14 €
24 κιβώτια	0.02	1.20 €	1.26 €	1.32 €	1.38 €	1.44 €
Σύνολο	1.00	60.00 €	62.25 €	62.10 €	50.70 €	39.00 €

ΠΙΝΑΚΑΣ 2:

Ανάλυση ευαισθησίας (Sensitivity Analysis)

Ενδεχόμενο (ζήτηση)	Πιθανότητες						
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
20 κιβώτια	0.05	0.05	0.01	0.05	0.05	0.01	0.05
21 κιβώτια	0.16	0.15	0.19	0.10	0.05	0.02	0.05
22 κιβώτια	0.75	0.30	0.20	0.30	0.10	0.17	0.09
23 κιβώτια	0.02	0.45	0.55	0.50	0.70	0.79	0.80
24 κιβώτια	0.02	0.05	0.05	0.05	0.10	0.01	0.01

Ενδεχόμενο (ζήτηση)	Πιθανότητα	Ενέργειες-παραγγελίες				
		WCV				
		20	21	22	23	24
20 κιβώτια	0.05	3.00 €	2.40 €	1.80 €	1.20 €	0.60 €
21 κιβώτια	0.15	9.00 €	9.45 €	7.65 €	5.85 €	4.05 €
22 κιβώτια	0.30	18.00 €	18.90 €	19.80 €	16.20 €	12.60 €
23 κιβώτια	0.45	27.00 €	28.35 €	29.70 €	31.05 €	25.65 €
24 κιβώτια	0.05	3.00 €	3.15 €	3.30 €	3.45 €	3.60 €
Σύνολο	1.00	60.00 €	62.25 €	62.25 €	57.75 €	46.50 €

ΠΙΝΑΚΑΣ 3:

Ανάλυση ευαισθησίας (Sensitivity Analysis)

Ενδεχόμενο (ζήτηση)	Πιθανότητες						
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
20 κιβώτια	0.05	0.05	0.01	0.05	0.05	0.01	0.05
21 κιβώτια	0.16	0.15	0.19	0.10	0.05	0.02	0.05
22 κιβώτια	0.75	0.30	0.20	0.30	0.10	0.17	0.09
23 κιβώτια	0.02	0.45	0.55	0.50	0.70	0.79	0.80
24 κιβώτια	0.02	0.05	0.05	0.05	0.10	0.01	0.01

Ενδεχόμενο (ζήτηση)	Πιθανότητα	Ενέργειες-παραγγελίες				
		WCV				
		20	21	22	23	24
20 κιβώτια	0.01	0.60 €	0.48 €	0.36 €	0.24 €	0.12 €
21 κιβώτια	0.19	11.40 €	11.97 €	9.69 €	7.41 €	5.13 €
22 κιβώτια	0.20	12.00 €	12.60 €	13.20 €	10.80 €	8.40 €
23 κιβώτια	0.55	33.00 €	34.65 €	36.30 €	37.95 €	31.35 €
24 κιβώτια	0.05	3.00 €	3.15 €	3.30 €	3.45 €	3.60 €
Σύνολο	1.00	60.0 €	62.85 €	62.85 €	59.85 €	48.60 €

ΠΙΝΑΚΑΣ 4:

Ανάλυση ευαισθησίας (Sensitivity Analysis)

Ενδεχόμενο (ζήτηση)	Πιθανότητες						
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
20 κιβώτια	0.05	0.05	0.01	0.05	0.05	0.01	0.05
21 κιβώτια	0.16	0.15	0.19	0.10	0.05	0.02	0.05
22 κιβώτια	0.75	0.30	0.20	0.30	0.10	0.17	0.09
23 κιβώτια	0.02	0.45	0.55	0.50	0.70	0.79	0.80
24 κιβώτια	0.02	0.05	0.05	0.05	0.10	0.01	0.01

Ενδεχόμενο (ζήτηση)	Πιθανότητα	Ενέργειες-παραγγελίες				
		WCV				
		20	21	22	23	24
20 κιβώτια	0.05	3.00 €	2.40 €	1.80 €	1.20 €	0.60 €
21 κιβώτια	0.10	6.00 €	6.30 €	5.10 €	3.90 €	2.70 €
22 κιβώτια	0.30	18.00 €	18.90 €	19.80 €	16.20 €	12.60 €
23 κιβώτια	0.50	30.00 €	31.50 €	33.00 €	34.50 €	28.50 €
24 κιβώτια	0.05	3.00 €	3.15 €	3.30 €	3.45 €	3.60 €
Σύνολο	1.00	60.0 €	62.25 €	63.00 €	59.25 €	48.00 €

ΠΙΝΑΚΑΣ 5:

Ανάλυση ευαισθησίας (Sensitivity Analysis)

Ενδεχόμενο (ζήτηση)	Πιθανότητες						
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
20 κιβώτια	0.05	0.05	0.01	0.05	0.05	0.01	0.05
21 κιβώτια	0.16	0.15	0.19	0.10	0.05	0.02	0.05
22 κιβώτια	0.75	0.30	0.20	0.30	0.10	0.17	0.09
23 κιβώτια	0.02	0.45	0.55	0.50	0.70	0.79	0.80
24 κιβώτια	0.02	0.05	0.05	0.05	0.10	0.01	0.01

Ενδεχόμενο (ζήτηση)	Πιθανότητα	Ενέργειες-παραγγελίες				
		WCV				
		20	21	22	23	24
20 κιβώτια	0.05	3.00 €	2.40 €	1.80 €	1.20 €	0.60 €
21 κιβώτια	0.05	3.00 €	3.15 €	2.55 €	1.95 €	1.35 €
22 κιβώτια	0.10	6.00 €	6.30 €	6.60 €	5.40 €	4.20 €
23 κιβώτια	0.70	42.00 €	44.10 €	46.20 €	48.30 €	39.90 €
24 κιβώτια	0.10	6.00 €	6.30 €	6.60 €	6.90 €	7.20 €
Σύνολο	1.00	60.0 €	62.25 €	63.75 €	63.75 €	53.25 €

ΠΙΝΑΚΑΣ 6:

Ανάλυση ευαισθησίας (Sensitivity Analysis)

Ενδεχόμενο (ζήτηση)	Πιθανότητες						
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
20 κιβώτια	0.05	0.05	0.01	0.05	0.05	0.01	0.05
21 κιβώτια	0.16	0.15	0.19	0.10	0.05	0.02	0.05
22 κιβώτια	0.75	0.30	0.20	0.30	0.10	0.17	0.09
23 κιβώτια	0.02	0.45	0.55	0.50	0.70	0.79	0.80
24 κιβώτια	0.02	0.05	0.05	0.05	0.10	0.01	0.01

Ενδεχόμενο (ζήτηση)	Πιθανότητα	Ενέργειες-παραγγελίες				
		WCV				
		20	21	22	23	24
20 κιβώτια	0.01	0.60 €	0.48 €	0.36 €	0.24 €	0.12 €
21 κιβώτια	0.02	1.20 €	1.26 €	1.02 €	0.78 €	0.54 €
22 κιβώτια	0.17	10.20 €	10.71 €	11.22 €	9.18 €	7.14 €
23 κιβώτια	0.79	47.40 €	49.77 €	52.14 €	54.51 €	45.03 €
24 κιβώτια	0.01	0.60 €	0.63 €	0.66 €	0.69 €	0.72 €
Σύνολο	1.00	60.0 €	62.85 €	65.40 €	65.40 €	53.55 €

ΠΙΝΑΚΑΣ 7:

Ανάλυση ευαισθησίας (Sensitivity Analysis)

Ενδεχόμενο (ζήτηση)	Πιθανότητες						
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
20 κιβώτια	0.05	0.05	0.01	0.05	0.05	0.01	0.05
21 κιβώτια	0.16	0.15	0.19	0.10	0.05	0.02	0.05
22 κιβώτια	0.75	0.30	0.20	0.30	0.10	0.17	0.09
23 κιβώτια	0.02	0.45	0.55	0.50	0.70	0.79	0.80
24 κιβώτια	0.02	0.05	0.05	0.05	0.10	0.01	0.01

Ενδεχόμενο (ζήτηση)	Πιθανότητα	Ενέργειες-παραγγελίες				
		WCV				
		20	21	22	23	24
20 κιβώτια	0.05	3.00 €	2.40 €	1.80 €	1.20 €	0.60 €
21 κιβώτια	0.05	3.00 €	3.15 €	2.55 €	1.95 €	1.35 €
22 κιβώτια	0.09	5.40 €	5.67 €	5.94 €	4.86 €	3.78 €
23 κιβώτια	0.80	48.00 €	50.40 €	52.80 €	55.20 €	45.60 €
24 κιβώτια	0.01	0.60 €	0.63 €	0.66 €	0.69 €	0.72 €
Σύνολο	1.00	60.0 €	62.25 €	63.75 €	63.90 €	52.05 €

ΠΙΝΑΚΑΣ 8:

Ανάλυση ευαισθησίας (Sensitivity Analysis)

- Από τους παραπάνω πίνακες γίνεται φανερό ότι αν το άθροισμα των πιθανοτήτων που συνδέονται με τα ενδεχόμενα "ζήτηση 20 κιβώτια" ή "ζήτηση 21 κιβώτια" είναι μεγαλύτερο από 20%, τότε η βέλτιστη απόφαση αλλάζει (από "παραγγέλω 22 κιβώτια") και γίνεται "παραγγέλω 21 κιβώτια" ([πίνακας 2](#)).

Ανάλυση ευαισθησίας (Sensitivity Analysis)
Εφαρμόζουμε τη μέθοδο της αναμενόμενης χρηματικής αξίας για τα διάφορα σετ πιθανοτήτων του πίνακα 1 και παίρνουμε τους παρακάτω πίνακες, όπου φαίνεται η βέλτιστη απόφαση για κάθε ομάδα πιθανοτήτων.

Ενδεχόμενο (ζήτηση)	Πιθανότητα	Ενέργειες παραγγελίας				
		WCV (παιχνίδι Conditions Value)				
		20	21	22	23	24
20 κιβώτια	0.05	3.00 €	2.40 €	1.80 €	1.20 €	0.60 €
21 κιβώτια	0.16	9.60 €	10.08 €	8.16 €	6.24 €	4.32 €
22 κιβώτια	0.75	45.00 €	47.25 €	49.50 €	40.50 €	31.50 €
23 κιβώτια	0.02	1.20 €	1.26 €	1.32 €	1.38 €	1.44 €
24 κιβώτια	0.02	1.20 €	1.26 €	1.32 €	1.38 €	1.44 €
Σύνολο	1.00	60.00 €	62.25 €	62.10 €	50.70 €	39.00 €

ΠΙΝΑΚΑΣ 2:

- Στην περίπτωση που $P(\text{Ζήτηση } 20 \text{ ή } 21) = 0.20$, τότε είναι αδιάφορο αν θα επιλέξουμε την ενέργεια "παραγγέλω 21 κιβώτια" ή την ενέργεια "παραγγέλω 22 κιβώτια" καθόσον και οι 2 επιλογές οδηγούν στην ίδια αναμενόμενη χρηματική αξία ([πίνακας 3](#) και [πίνακας 4](#)).

Ανάλυση ευαισθησίας (Sensitivity Analysis)

Ενδεχόμενο (ζήτηση)	Πιθανότητα	Ενέργειες παραγγελίας				
		WCV				
		20	21	22	23	24
20 κιβώτια	0.05	3.00 €	2.40 €	1.80 €	1.20 €	0.60 €
21 κιβώτια	0.15	9.00 €	9.45 €	7.65 €	5.85 €	4.05 €
22 κιβώτια	0.30	18.00 €	18.90 €	19.80 €	16.20 €	12.60 €
23 κιβώτια	0.45	27.00 €	28.35 €	29.70 €	31.05 €	25.65 €
24 κιβώτια	0.05	3.00 €	3.15 €	3.30 €	3.45 €	3.60 €
Σύνολο	1.00	60.00 €	62.25 €	62.25 €	57.75 €	46.50 €

ΠΙΝΑΚΑΣ 3:

Ανάλυση ευαισθησίας (Sensitivity Analysis)

Ενδεχόμενο (ζήτηση)	Πιθανότητα	Ενέργειες παραγγελίας				
		WCV				
		20	21	22	23	24
20 κιβώτια	0.01	0.60 €	0.48 €	0.36 €	0.24 €	0.12 €
21 κιβώτια	0.19	11.40 €	11.97 €	9.69 €	7.41 €	5.13 €
22 κιβώτια	0.20	12.00 €	12.60 €	13.20 €	10.80 €	8.40 €
23 κιβώτια	0.55	33.00 €	34.65 €	36.30 €	37.95 €	31.35 €
24 κιβώτια	0.05	3.00 €	3.15 €	3.30 €	3.45 €	3.60 €
Σύνολο	1.00	60.0 €	62.85 €	62.85 €	59.85 €	48.60 €

ΠΙΝΑΚΑΣ 4:

Ανάλυση ευαισθησίας (Sensitivity Analysis)

Στην περίπτωση που $P(\text{Ζήτηση } 20 \text{ ή } 21) < 0.20$ και $P(\text{Ζήτηση } 23 \text{ ή } 24) < 0.80$, τότε η βέλτιστη ενέργεια είναι "παραγγέλνω 22 κιβώτια" ([πίνακας 5](#))

Αν $P(\text{Ζήτηση } 23 \text{ ή } 24 \text{ κιβώτια}) = 0.80$, έχουμε πάλι αδιαφορία ως προς την επιλογή "παραγγέλνω 22 κιβώτια" ή "παραγγέλνω 23 κιβώτια" ([πίνακας 6](#) και [πίνακας 7](#)).

Στην περίπτωση εκείνη κατά την οποία το ενδεχόμενο "ζήτηση 23 ή 24 κιβώτια" αποκτήσκει πιθανότητα μεγαλύτερη του 80%, η απόφαση αλλάζει και γίνεται "παραγγέλνω 23 κιβώτια" ([πίνακας 8](#)).

Ανάλυση ευαισθησίας (Sensitivity Analysis)

Ενδεχόμενο (ζήτηση)	Πιθανότητα	Ενέργειες-παραγγέλνω				
		WCV				
		20	21	22	23	24
20 κιβώτια	0.05	3.00 €	2.40 €	1.80 €	1.20 €	0.60 €
21 κιβώτια	0.10	6.00 €	6.30 €	5.10 €	3.90 €	2.70 €
22 κιβώτια	0.30	18.00 €	18.90 €	19.80 €	16.20 €	12.60 €
23 κιβώτια	0.50	30.00 €	31.50 €	33.00 €	34.50 €	28.50 €
24 κιβώτια	0.05	3.00 €	3.15 €	3.30 €	3.45 €	3.60 €
Σύνολο	1.00	60.0 €	62.25 €	63.00 €	59.25 €	48.00 €

ΠΙΝΑΚΑΣ 5:

Ανάλυση ευαισθησίας (Sensitivity Analysis)

Ενδεχόμενο (ζήτηση)	Πιθανότητα	Ενέργειες-παραγγέλνω				
		WCV				
		20	21	22	23	24
20 κιβώτια	0.05	3.00 €	2.40 €	1.80 €	1.20 €	0.60 €
21 κιβώτια	0.05	3.00 €	3.15 €	2.55 €	1.95 €	1.35 €
22 κιβώτια	0.10	6.00 €	6.30 €	6.60 €	5.40 €	4.20 €
23 κιβώτια	0.70	42.00 €	44.10 €	46.20 €	48.30 €	39.90 €
24 κιβώτια	0.10	6.00 €	6.30 €	6.60 €	6.90 €	7.20 €
Σύνολο	1.00	60.0 €	62.25 €	63.75 €	63.75 €	53.25 €

ΠΙΝΑΚΑΣ 6:

Ανάλυση ευαισθησίας (Sensitivity Analysis)

Ενδεχόμενο (ζήτηση)	Πιθανότητα	Ενέργειες-παραγγέλνω				
		WCV				
		20	21	22	23	24
20 κιβώτια	0.01	0.60 €	0.48 €	0.36 €	0.24 €	0.12 €
21 κιβώτια	0.02	1.20 €	1.26 €	1.02 €	0.78 €	0.54 €
22 κιβώτια	0.17	10.20 €	10.71 €	11.22 €	9.18 €	7.14 €
23 κιβώτια	0.79	47.40 €	49.77 €	52.14 €	54.51 €	45.03 €
24 κιβώτια	0.01	0.60 €	0.63 €	0.66 €	0.69 €	0.72 €
Σύνολο	1.00	60.0 €	62.85 €	65.40 €	65.40 €	53.55 €

ΠΙΝΑΚΑΣ 7:

Ανάλυση ευαισθησίας (Sensitivity Analysis)

Ενδεχόμενο (ζήτηση)	Πιθανότητα	Ενέργειες-παραγγέλνω				
		WCV				
		20	21	22	23	24
20 κιβώτια	0.05	3.00 €	2.40 €	1.80 €	1.20 €	0.60 €
21 κιβώτια	0.05	3.00 €	3.15 €	2.55 €	1.95 €	1.35 €
22 κιβώτια	0.09	5.40 €	5.67 €	5.94 €	4.86 €	3.78 €
23 κιβώτια	0.80	48.00 €	50.40 €	52.80 €	55.20 €	45.60 €
24 κιβώτια	0.01	0.60 €	0.63 €	0.66 €	0.69 €	0.72 €
Σύνολο	1.00	60.0 €	62.25 €	63.75 €	63.90 €	52.05 €

ΠΙΝΑΚΑΣ 8:

Ανάλυση ευαισθησίας (Sensitivity Analysis)

Μεθοδολογία

Η παραπάνω έρευνα ονομάζεται **ανάλυση ευαισθησίας**. Αυτός που παίρνει τις αποφάσεις:

- 1) κατασκευάζει έναν αρχικό πίνακα προβλέψεων (πιθανοτήτων).
- 2) προχωρά σε σταδιακές μεταβολές των προβλέψεών του και κάνει τους υπολογισμούς των αναμενόμενων χρηματικών αξιών που αντιστοιχούν στις διάφορες περιπτώσεις.
 - a) Αν αυτές οι μεταβολές δεν αλλάζουν την απόφαση, τότε δε χρειάζεται περαιτέρω διερεύνηση.
 - b) Αν η απόφαση είναι ευαίσθητη σε μικρές αλλαγές των εκτιμήσεων, πρέπει να προχωρήσουμε σε περαιτέρω διερεύνηση για την επίτευξη ακριβέστερων και πιο αξιόπιστων εκτιμήσεων.

Δένδρα αποφάσεων (Decision trees)

- 1. Κόμβος απόφασης** (decision node) είναι το σημείο απόφασης και παριστάνεται με ένα **τετράγωνο**
- 2. Κλάδοι του δένδρου** (tree branches) που φύονται από τον κόμβο απόφασης, είναι οι εναλλακτικές αποφάσεις και παριστάνονται με βέλη.
- 3. Κόμβος ενδεχομένων** (event node) είναι το σημείο από όπου φύονται οι κλάδοι των ενδεχομένων και παριστάνεται με ένα **κύκλο**.
- 4. Ενδεχόμενα** είναι κλάδοι του δένδρου που παριστάνουν γεγονότα που προκύπτουν υπό αβεβαιότητα. Σε αυτούς τους κλάδους αποδίδουμε πιθανότητες που αντιστοιχούν στο ενδεχόμενο να πραγματοποιηθεί το γεγονός που παριστάνει κάθε κλάδος.

Δένδρα αποφάσεων (Decision trees)

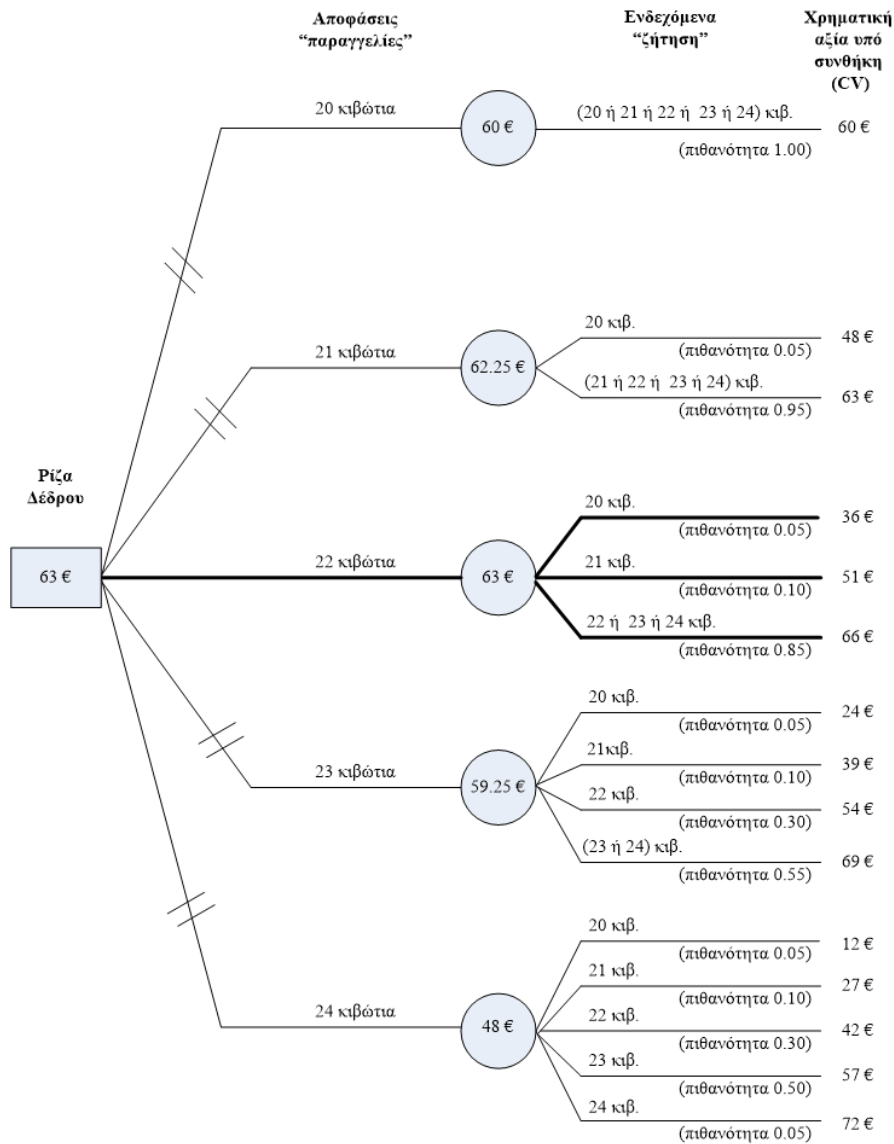
1. Το άθροισμα των πιθανοτήτων όλων των κλάδων που φύονται από κάθε κύκλο-κόμβο ενδεχομένων πρέπει να αθροίζει στη μονάδα.
2. Στο τέλος κάθε κλάδου τοποθετείται πάντα το υπό συνθήκη κέρδος (χρηματική αξία) που συνδέεται με τις συγκεκριμένες ενέργειες και τα ενδεχόμενα που οδηγούν σε αυτό.

Υπολογισμός χρηματικών αξιών κόμβων ενδεχομένων και κόμβων απόφασης

1. Η αναμενόμενη χρηματική αξία σε κάθε **κόμβο ενδεχομένων**, υπολογίζεται ως η αναμενόμενη χρηματική αξία που σταθμίζεται με τις πιθανότητες κάθε ενδεχομένου δηλαδή μέσα στον κύκλο κάθε **κόμβου ενδεχομένων** γράφεται το άθροισμα των σταθμισμένων αναμενόμενων χρηματικών αξιών όλων των ενδεχομένων που ξεκινούν από αυτό τον κόμβο.
2. Από τα κλαδιά που φύονται σε κάθε **κόμβο απόφασης** διαγράφουμε εκείνα με τη μικρότερη αναμενόμενη χρηματική αξία, στο δε τετράγωνο του κόμβου απόφασης τοποθετούμε την αναμενόμενη χρηματική αξία του κλάδου που απομένει, δηλαδή του κλάδου με τη μεγαλύτερη EMV.

Κατασκευή δένδρου απόφασης

1. Το δένδρο απόφασης κατασκευάζεται **από την αρχή** (πρώτη απόφαση ή πρώτο ενδεχόμενο) **προς το τέλος** (τελευταία απόφαση ή τελευταίο ενδεχόμενο).
2. Το δένδρο απόφασης επιλύεται **από το τέλος προς την αρχή**.
3. Στο τέλος της διαδικασίας, ο **κόμβος της ρίζας** του δένδρου (αρχικός κόμβος) περιέχει την αναμενόμενη χρηματική αξία του προβλήματος, τα δε **κλαδιά αποφάσεων** που επιλέγηκαν απαρτίζουν το σύνολο των βέλτιστων αποφάσεων.



Το δένδρο απόφασης για το παράδειγμα του γαλακτοπώλη

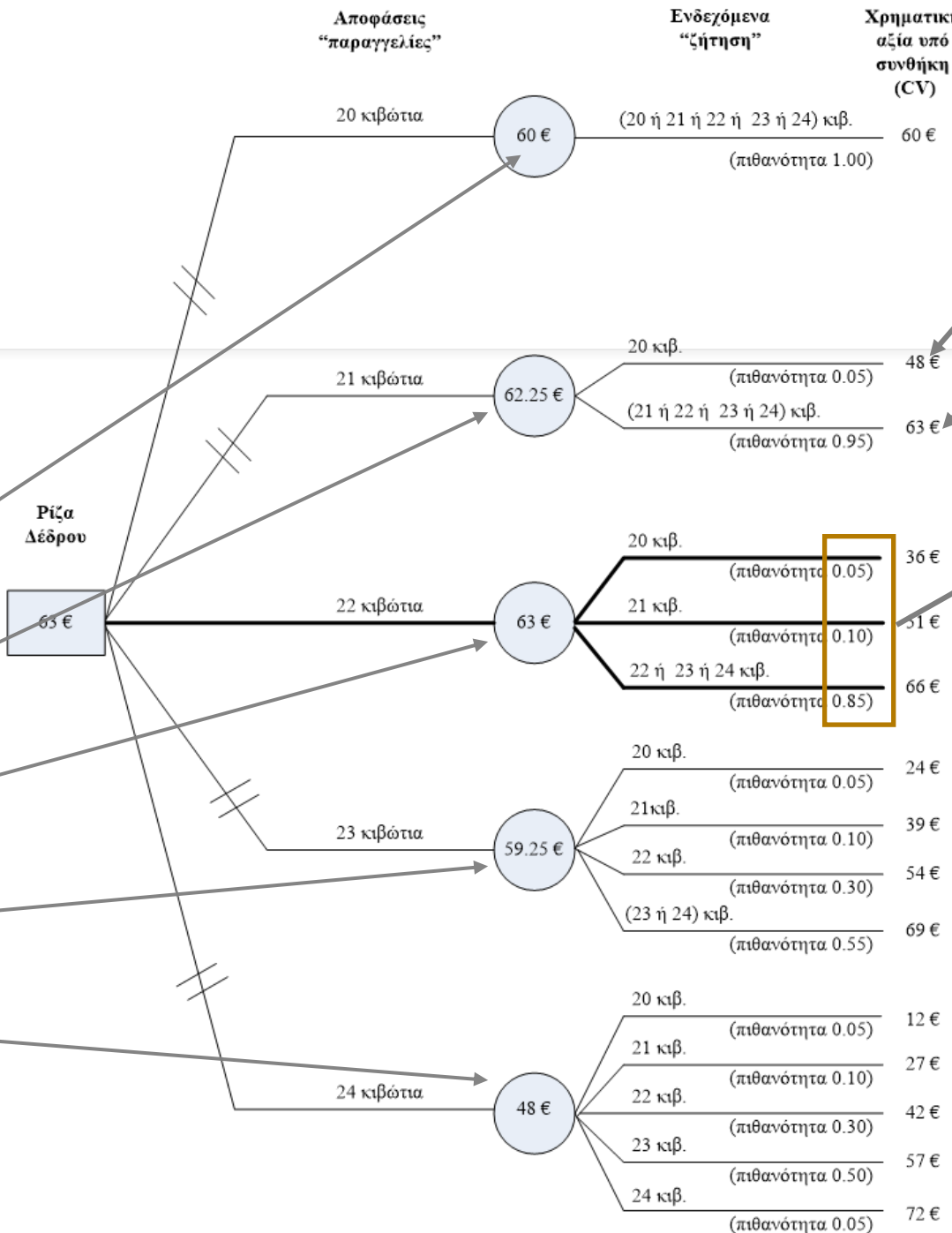
Το δένδρο απόφασης για το παράδειγμα του γαλακτοπώλη

Ενέργεια (παραγγελία)	Αναμενόμενη χρηματική αξία EMV (€)	Κατάταξη ενεργειών	Διαφορά κέρδους σε σχέση με τη βέλτιστη ενέργεια
20 κιβώτια	60.00	3 ^η	3.00 €
21 κιβώτια	62.25	2 ^η	0.75 €
22 κιβώτια	63.00	1 ^η	0.00 €
23 κιβώτια	59.25	4 ^η	3.75 €
24 κιβώτια	48.00	5 ^η	15.00 €

(EMV πίνακας)

Πιθανά ενδεχόμενα (ζήτηση)	Δυνατές ενέργειες (παραγγελίες)				
	20 κιβώτια	21 κιβώτια	22 κιβώτια	23 κιβώτια	24 κιβώτια
20 κιβώτια	60€	48€	36€	24€	12€
21 κιβώτια	60€	63€*	51€	39€	27€
22 κιβώτια	60€	63€	66€*	54€	42€
23 κιβώτια	60€	63€	66€	69€*	57€
24 κιβώτια	60€	63€	66€	69€	72€*

(CV πίνακας)



Άθροισμα 1