

## 1<sup>ο</sup> Ερώτημα

Έστω μια βιομηχανική επιχείρηση γαλακτοκομικών προϊόντων. Στην προσπάθειά της να διεισδύσει ακόμα περισσότερο στην αγορά γιαουρτιού παράγει μεταξύ άλλων δύο νέα προϊόντα σε οικογενειακή συσκευασία, τα οποία είναι:

- Προϊόν 1: συσκευασία ενός κιλού επιδόρπιου γιαουρτιού με άρωμα βανίλιας
- Προϊόν 2: συσκευασία ενός κιλού επιδόρπιου γιαουρτιού με κομματάκια σοκολάτας υγείας

Στον παρακάτω Πίνακα παρουσιάζονται τα δεδομένα του προβλήματος, όπως έχουν προσδιοριστεί για την παραγωγή μιας μονάδας από κάθε προϊόν:

Πόρος	Προϊόν 1	Προϊόν 2	Διαθέσιμη ποσότητα πόρου
	<b>Απαιτούμενη ποσότητα πόρου ανά μονάδα προϊόντος</b>		
Γάλα (λίτρα)	1	1	550
Εργασία (λεπτά χρόνου)	1	3	1000
Παστερίωση και ψύξη (λεπτά χρόνου)	2	5	2000
Μέγιστη ζήτηση (μονάδες προϊόντος)	400	χωρίς όριο	
Κέρδος ανά μονάδα προϊόντος (σε λεπτά του €)	150	200	

**Στόχος:** Η μεγιστοποίηση του συνολικού εβδομαδιαίου κέρδους από την πώληση των δύο προϊόντων.

Αντικειμενική συνάρτηση:  $\max (150x_1 + 200x_2)$

Περιορισμοί του προβλήματος:

$$x_1 + x_2 \leq 550 \quad (\text{γάλα σε λίτρα})$$

$$x_1 + 3x_2 \leq 1000 \quad (\text{λεπτά εργασίας})$$

$$2x_1 + 5x_2 \leq 2000 \quad (\text{λεπτά παστερίωσης και ψύξης})$$

$$x_1 \leq 400 \quad (\text{ζήτηση Προϊόντος 1})$$

$$x_1, x_2 \geq 0 \quad (\text{μη αρνητικές τιμές})$$

$$\max 150 x_1 + 200 x_2$$

subject to

- 1)  $x_1 + x_2 \leq 550$       !(γάλα σε λίτρα)
- 2)  $x_1 + 3 x_2 \leq 1000$       !(λεπτά παστερίωσης και ψύξης)
- 3)  $2 x_1 + 5 x_2 \leq 2000$       !(ζήτηση Προϊόντος 1)
- 4)  $x_1 \leq 400$       !(μη αρνητικές τιμές)

end

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 2

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 93750.00

VARIABLE	VALUE
X1	325.000000
X2	225.000000

Πόσο απέχουμε από την τιμή του δεξιού μέλους του συγκεκριμένου περιορισμού (για τις συγκεκριμένες τιμές των μεταβλητών απόφασης)  
 Αν ισούται με μηδέν τότε ο συγκεκριμένος περιορισμός είναι δεσμευτικός

ROW SLACK OR SURPLUS

1)	0.000000
2)	0.000000
3)	225.000000
4)	75.000000

Έχει τιμή διάφορη του 0, για όσες μεταβλητές απόφασης δεν συμμετέχουν στη βέλτιστη λύση (έχουν τιμή 0).  
 Δείχνει πόσο πρέπει να αλλαχθεί η τιμή του συντελεστή μιας μεταβλητής απόφασης, που δεν συμμετέχει στη βέλτιστη λύση, ώστε να συμμετέχει σε αυτή

REDUCED COST

0.000000
0.000000

Μπορούμε να το επαληθεύσουμε;

Το ποσό κατά το οποίο θα βελτιωθεί (αυξηθεί) η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης αν αυξηθεί κατά μία μονάδα το δεξί μέλος του συγκεκριμένου περιορισμού

DUAL PRICES

125.000000
25.000000
0.000000
0.000000

Μπορούμε να το επαληθεύσουμε;

NO. ITERATIONS= 2

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

**ΕΠΙΤΡΕΠΤΗ  
ΑΥΞΗΣΗ**

**ΕΠΙΤΡΕΠΤΗ  
ΜΕΙΩΣΗ**

**OBJ COEFFICIENT RANGES**

VARIABLE	CURRENT COEF	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X1	150.000000	50.000000	83.333336
X2	200.000000	250.000000	50.000000

Εντός των ορίων δεν αλλάζει η βασική λύση (δηλαδή όσες μεταβλητές ήταν διάφορες του μηδέν συνεχίζουν να είναι)

**RIGHTHAND SIDE RANGES**

ROW	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
1	550.000000	50.000000	216.666672
2	1000.000000	150.000000	150.000000
3	2000.000000	INFINITY	225.000000
4	400.000000	INFINITY	75.000000

Εντός των ορίων δεν αλλάζουν οι δεσμευτικοί περιορισμοί

## 2<sup>ο</sup> Ερώτημα

Ένα εργοστάσιο διαθέτει δύο μηχανές M1 και M2 για την παραγωγή ενός προϊόντος Π. Το κόστος λειτουργίας κάθε μηχανής είναι 6 και 4 ευρώ αντίστοιχα ανά ώρα λειτουργίας. Η μηχανή M1 μπορεί να παράγει 6 μονάδες από το προϊόν Π ανά ώρα λειτουργίας και η M2 2 μονάδες προϊόντος, ενώ για να καλυφθεί η υπάρχουσα ζήτηση πρέπει να παραχθούν τουλάχιστον 72 μονάδες προϊόντος. Για κάθε ώρα λειτουργίας η M1 καταναλώνει 0,75KW και η M2 15KW, ενώ η συνολική κατανάλωση σε ρεύμα δεν μπορεί να ξεπεράσει τα 12KW. Τέλος, και οι δύο μηχανές πρέπει να δουλεύουν συνολικά ακριβώς 12 ώρες.

1. Μοντελοποιήστε το παραπάνω πρόβλημα ως πρόβλημα Γραμμικού Προγραμματισμού
2. Γράψτε την κανονική μορφή του παραπάνω προβλήματος
3. Επιλύστε το παραπάνω πρόβλημα χρησιμοποιώντας το LINDO και βρείτε ποια είναι η βέλτιστη τιμή που μπορεί να επιτευχθεί.
4. Έχει το πρόβλημα εφικτή λύση; Αν όχι, πως μπορεί να γίνει εφικτή;
5. Βρείτε, αφού πρώτα βεβαιωθείτε ότι υπάρχει εφικτή λύση, τα παρακάτω:
  - a. Ποιοι περιορισμοί είναι δεσμευτικοί και ποιοι μη δεσμευτικοί;
  - b. Με ποιες τιμές είναι ίσες οι χαλαρές μεταβλητές καθώς και οι μεταβλητές πλεονάσματος;
  - c. Πόσο μπορεί να μεταβληθεί η τιμή των αντικειμενικών συντελεστών χωρίς να αλλάξει η βάση της λύσης;
  - d. Αν τροποποιηθεί το δεξιό μέλος του 1<sup>ου</sup> περιορισμού κατά μία μονάδα πόσο θα αλλάξει τιμή η αντικειμενική συνάρτηση;
  - e. Αν τροποποιηθεί το δεξιό μέλος του 2<sup>ου</sup> περιορισμού κατά μία μονάδα πόσο θα αλλάξει τιμή η αντικειμενική συνάρτηση;
  - f. Αν τροποποιηθεί το δεξιό μέλος του 3<sup>ου</sup> περιορισμού κατά μία μονάδα πόσο θα αλλάξει τιμή η αντικειμενική συνάρτηση;
  - g. Πόσο μπορεί να αλλάξει η τιμή του δεξιού μέλους του 1<sup>ου</sup> περιορισμού χωρίς να αλλάξουν οι δεσμευτικοί περιορισμοί, δηλαδή να είναι δεσμευτικοί αυτοί που ήταν αρχικά;
  - h. Πόσο μπορεί να αλλάξει η τιμή του δεξιού μέλους του 2<sup>ου</sup> περιορισμού χωρίς να αλλάξουν οι δεσμευτικοί περιορισμοί, δηλαδή να είναι δεσμευτικοί αυτοί που ήταν αρχικά;
  - i. Πόσο μπορεί να αλλάξει η τιμή του δεξιού μέλους του 3<sup>ου</sup> περιορισμού χωρίς να αλλάξουν οι δεσμευτικοί περιορισμοί, δηλαδή να είναι δεσμευτικοί αυτοί που ήταν αρχικά;

### 3<sup>ο</sup> Ερώτημα

Να λυθεί το παρακάτω πρόβλημα:

**Μεγιστοποίηση του  $4X_1 + 3X_2$**

**Με περιορισμούς:**

$$X_1 \leq 9$$

$$X_2 \leq 6$$

$$X_1 + 2X_2 \leq 14$$

$$2X_1 + X_2 \leq 16$$

$$X_1 \geq 0$$

$$X_2 \geq 0$$

1. Γράψτε την κανονική μορφή του παραπάνω προβλήματος
2. Επιλύστε το παραπάνω πρόβλημα χρησιμοποιώντας το LINDO και βρείτε ποια είναι η βέλτιστη τιμή που μπορεί να επιτευχθεί.
3. Έχει το πρόβλημα εφικτή λύση; Αν όχι, πως μπορεί να γίνει εφικτή;
4. Βρείτε, αφού πρώτα βεβαιωθείτε ότι υπάρχει εφικτή λύση, τα παρακάτω:
  - a. Ποιοι περιορισμοί είναι δεσμευτικοί και ποιοι μη δεσμευτικοί;
  - b. Με τι ισούνται οι χαλαρές μεταβλητές και οι μεταβλητές πλεονάσματος;
  - c. Πόσο μπορεί να μεταβληθεί η τιμή των αντικειμενικών συντελεστών χωρίς να αλλάξει η βάση της λύσης;
  - d. Αν τροποποιηθεί το δεξιό μέλος του 1<sup>ου</sup> περιορισμού κατά μία μονάδα πόσο θα αλλάξει τιμή η αντικειμενική συνάρτηση;
  - e. Αν τροποποιηθεί το δεξιό μέλος του 2<sup>ου</sup> περιορισμού κατά μία μονάδα πόσο θα αλλάξει τιμή η αντικειμενική συνάρτηση;
  - f. Αν τροποποιηθεί το δεξιό μέλος του 3<sup>ου</sup> περιορισμού κατά μία μονάδα πόσο θα αλλάξει τιμή η αντικειμενική συνάρτηση;
  - g. Αν τροποποιηθεί το δεξιό μέλος του 4<sup>ου</sup> περιορισμού κατά μία μονάδα πόσο θα αλλάξει τιμή η αντικειμενική συνάρτηση;
  - h. Πόσο μπορεί να αλλάξει η τιμή του δεξιού μέλους του 1<sup>ου</sup> περιορισμού χωρίς να αλλάξουν οι δεσμευτικοί περιορισμοί, δηλαδή να είναι δεσμευτικοί αυτοί που ήταν αρχικά;
  - i. Πόσο μπορεί να αλλάξει η τιμή του δεξιού μέλους του 2<sup>ου</sup> περιορισμού χωρίς να αλλάξουν οι δεσμευτικοί περιορισμοί, δηλαδή να είναι δεσμευτικοί αυτοί που ήταν αρχικά;
  - j. Πόσο μπορεί να αλλάξει η τιμή του δεξιού μέλους του 3<sup>ου</sup> περιορισμού χωρίς να αλλάξουν οι δεσμευτικοί περιορισμοί, δηλαδή να είναι δεσμευτικοί αυτοί που ήταν αρχικά;
  - k. Πόσο μπορεί να αλλάξει η τιμή του δεξιού μέλους του 4<sup>ου</sup> περιορισμού χωρίς να αλλάξουν οι δεσμευτικοί περιορισμοί, δηλαδή να είναι δεσμευτικοί αυτοί που ήταν αρχικά;