

# Ασκήσεις

Από γραπτές εξετάσεις προηγούμενων ετών

# Άσκηση 6<sup>η</sup>

Μια μικρή βιοτεχνία παράγει συσκευασμένους χυμούς ποσότητας ενός λίτρου δύο τύπων: πορτοκαλιού και μήλου. Η διαδικασία παραγωγής και για τα δύο προϊόντα περιλαμβάνει την επεξεργασία τους στα ίδια στάδια παραγωγής αλλά απαιτεί διαφορετικές ώρες εργασίας για το κάθε προϊόν σε κάθε ένα από τα στάδια παραγωγής. Πιο συγκεκριμένα για την παραγωγή ενός λίτρου χυμού πορτοκαλιού απαιτούνται 4 λεπτά χρήσης του αποχυμωτή, 2 λεπτά χρήσης του συσκευαστηρίου και 1 λεπτά για τον έλεγχο. Για την παραγωγή ενός λίτρου χυμού μήλου απαιτούνται 4 λεπτά χρήσης του (ίδιου) αποχυμωτή, 1 λεπτό χρήσης του (ίδιου) συσκευαστηρίου και 2,5 λεπτά για τον έλεγχο. Ο έλεγχος διενεργείται από την ίδια ομάδα προσωπικού. Για την αυριανή ημέρα ο υπεύθυνος παραγωγής έχει προσδιορίσει ότι ο διαθέσιμος χρόνος χρήσης του αποχυμωτή είναι 440 λεπτά, ο διαθέσιμος χρόνος του συσκευαστηρίου είναι 200 λεπτά και ο διαθέσιμος χρόνος για έλεγχο είναι 200 λεπτά. Από τα στοιχεία που διαθέτει η επιχείρηση προκύπτει ότι το μοναδιαίο κέρδος της επιχείρησης ανέρχεται σε 0,70 Ευρώ για κάθε κουτί χυμό πορτοκαλιού και σε 0,50 Ευρώ για κάθε κουτί χυμό μήλου. Αν θεωρηθεί ότι η ποσότητα των διαθέσιμων φρούτων είναι απεριόριστη να προσδιοριστεί η αυριανή ποσότητα παραγωγής για κάθε ένα από τα δύο προϊόντα έτσι ώστε να μεγιστοποιηθεί το κέρδος.

# Άσκηση 6<sup>η</sup>

- Επιλύστε γραφικά τη συγκεκριμένη άσκηση

# Άσκηση 7<sup>η</sup>

- Μια γραμμή συναρμολόγησης που αποτελείται από τρεις διαδοχικούς σταθμούς, παράγει δύο μοντέλα ενισχυτών: Hifi-1 και Hifi-2. Ο παρακάτω πίνακας παρέχει τους χρόνους συναρμολόγησης για αυτούς τους τρεις σταθμούς εργασίας:

Σταθμός εργασίας	Λεπτά ανά μονάδα	
	Hifi-1	Hifi-2
1	6	4
2	5	5
3	4	6

- Η καθημερινή συντήρηση για τους σταθμούς 1, 2 και 3 καταναλώνει το 10%, το 14% και το 12% αντίστοιχα του μέγιστου χρόνου των 480 λεπτών που είναι διαθέσιμα για τον κάθε σταθμό κάθε ημέρα. Σκοπός μας είναι να βρούμε το βέλτιστο συνδυασμό παραγωγής που θα ελαχιστοποιεί τους αχρησιμοποίητους χρόνους συνολικά και στους τρεις σταθμούς εργασίας.
- Να γίνει η πλήρης μαθηματική μοντελοποίηση του προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού.
  - Να γραφεί η πλήρης κανονική μορφή του προβλήματος.

# Άσκηση 8<sup>η</sup>

- Μια εταιρία κατασκευάζει ένα διυλιστήριο για την παραγωγή τεσσάρων προϊόντων: πετρέλαιο κίνησης, βενζίνη, λιπαντικά και καύσιμα αεροπλάνων. Η ελάχιστη ζήτηση (σε βαρέλια ανά ημέρα) για αυτά τα τέσσερα προϊόντα είναι 14000, 30000, 10000 και 8000 αντίστοιχα. Το διυλιστήριο πρέπει να παραλαμβάνει κατ' ελάχιστον το 40% του αργού πετρελαίου από το Bahrain και το υπόλοιπο από το Qatar. Ένα βαρέλι αργού πετρελαίου από το Bahrain αποφέρει 0.2 βαρέλια πετρελαίου κίνησης, 0.25 βαρέλια βενζίνης, 0.1 βαρέλια λιπαντικού και 0.15 βαρέλια καύσιμου αεροπλάνων. Οι αντίστοιχες αποδόσεις για ένα βαρέλι αργού πετρελαίου από το Qatar είναι 0.1, 0.6, 0.15 και 0.1 αντίστοιχα. Ποια είναι η ελάχιστη ικανότητα παραγωγής του διυλιστηρίου (σε βαρέλια ανά ημέρα);
1. Να γίνει η πλήρης μαθηματική μοντελοποίηση του προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού.
  2. Να γραφεί η πλήρης κανονική μορφή του προβλήματος.
  3. Να επιλυθεί γραφικά το πρόβλημα και να απαντηθούν τα παρακάτω ερωτήματα:
    - Ποια είναι η βέλτιστη τιμή του προβλήματος;
    - Ποιοι περιορισμοί είναι δεσμευτικοί και ποιοι μη δεσμευτικοί και ποιες είναι οι τιμές των βοηθητικών μεταβλητών (χαλαρών μεταβλητών ή/και μεταβλητών πλεονάσματος);

# Άσκηση 9<sup>η</sup>

- Στις ιδιώτης επιθυμεί να επενδύσει 5000€ το επόμενο έτος σε δύο διαφορετικούς τύπους επενδύσεων: την επένδυση A που αποδίδει 5% και την επένδυση B που αποδίδει 8%. Η έρευνα αγοράς συνιστά κατανομή του ποσού τουλάχιστον 25% στην A και το πολύ 50% στην B. Επιπλέον, το ποσό στις επένδυσης A θα πρέπει να είναι τουλάχιστον ίσο με το μισό στις επένδυσης B. Με ποιο τρόπο πρέπει να κατανεμηθεί το κεφάλαιο στις δύο αυτές επενδύσεις, ώστε να μεγιστοποιηθεί το κέρδος του ιδιώτη;
- Να γίνει η πλήρης μαθηματική μοντελοποίηση του προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού.
- Να γραφεί η πλήρης κανονική μορφή του προβλήματος.
- Να επιλυθεί γραφικά το πρόβλημα και να απαντηθούν τα παρακάτω ερωτήματα:
  - Ποια είναι η βέλτιστη τιμή του προβλήματος;
  - Ποιοι περιορισμοί είναι δεσμευτικοί και ποιοι μη δεσμευτικοί και ποιες είναι οι τιμές των βοηθητικών μεταβλητών (χαλαρών μεταβλητών ή/και μεταβλητών πλεονάσματος);

# Άσκηση 10<sup>η</sup>

- Ένα βιομηχανικό κέντρο ανακύκλωσης χρησιμοποιεί δύο άχρηστα μέταλλα αλουμινίου A και B για να παράγει ένα ειδικό κράμα. Το A περιέχει 6% αλουμίνιο, 3% πυρίτιο και 4% άνθρακα. Το B περιέχει 3% αλουμίνιο, 6% πυρίτιο και 3% άνθρακα. Το κόστος ανά τόνο για τα A και B είναι 100€ και 80€, αντίστοιχα. Οι προδιαγραφές του ειδικού κράματος απαιτούν:
  - Το περιεχόμενο σε αλουμίνιο να είναι το λιγότερο 3% και το πολύ 6%.
  - Το περιεχόμενο σε πυρίτιο ανάμεσα στο 3% και το 5%.
  - Το περιεχόμενο σε άνθρακα να είναι ανάμεσα στο 3% και το 7%.
- Να προσδιορίσετε το βέλτιστο (αυτό με το χαμηλότερο κόστος) μείγμα των A και B που θα πρέπει να χρησιμοποιηθεί για την παραγωγή 1000 τόνων κράματος.
  1. Να γίνει η πλήρης μαθηματική μοντελοποίηση του προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού.
  2. Να γραφεί η πλήρης κανονική μορφή του προβλήματος.
  3. Να επιλυθεί γραφικά το πρόβλημα και να απαντηθούν τα παρακάτω ερωτήματα:
    - Ποια είναι η βέλτιστη τιμή του προβλήματος;
    - Ποιοι περιορισμοί είναι δεσμευτικοί και ποιοι μη δεσμευτικοί και ποιες είναι οι τιμές των βοηθητικών μεταβλητών (χαλαρών μεταβλητών ή/και μεταβλητών πλεονάσματος);