



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΠΑΤΡΩΝ
UNIVERSITY OF PATRAS

ΑΝΟΙΚΤΑ ακαδημαϊκά
μαθήματα ΠΠ

Μαθηματικά Διοικητικών & Οικονομικών Επιστημών

Ενότητα 13: Η ορίζουσα και το ίχνος μιας μήτρας
(Φροντιστήριο)

Μπεληγιάννης Γρηγόριος

Σχολή Οργάνωσης και Διοίκησης Επιχειρήσεων

Τμήμα Διοίκησης Επιχειρήσεων Αγροτικών
Προϊόντων & Τροφίμων (Δ.Ε.Α.Π.Τ.)

Σκοποί ενότητας

- Να μάθουν οι φοιτητές να υπολογίζουν μια ορίζουσα με όλους τους δυνατούς διαφορετικούς τρόπους
- Να μπορούν οι φοιτητές να επιλύουν ένα $n \times n$ γραμμικό σύστημα με τη μέθοδο Cramer και με τη μέθοδο Gauss-Jordan
- Να μπορούν οι φοιτητές να υπολογίζουν το ίχνος μιας μήτρας



Περιεχόμενα ενότητας

- 1^η Άσκηση (υπολογισμός ορίζουσας)
- 2^η Άσκηση (ίχνος μήτρας)
- 3^η Άσκηση (υπολογισμός ορίζουσας)
- 4^η Άσκηση (μέθοδος Cramer)
- 5^η Άσκηση (υπολογισμός ορίζουσας)
- 6^η Άσκηση (μέθοδος Gauss-Jordan)



1^η Άσκηση

- Να υπολογιστεί η ορίζουσα της παρακάτω μήτρας χρησιμοποιώντας
 1. απαλοιφή Gauss
 2. την 4^η γραμμή
 3. την 4^η στήλη

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 4 & 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$



2^η Άσκηση

- Για τις μήτρες **A** και **B** δείξτε ότι ισχύει $\text{tr}(\mathbf{AB}) = \text{tr}(\mathbf{BA})$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$



3^η Άσκηση

- Να υπολογιστεί η ορίζουσα της παρακάτω μήτρας, η αντίστροφή της (αν υπάρχει) και η ορίζουσα της αντίστροφης

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 3 & 1 & 5 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$



4^η Άσκηση

- Να επιλυθεί το παρακάτω σύστημα χρησιμοποιώντας τον κανόνα του Cramer

$$2x_1 + 4x_2 - x_3 = 15$$

$$x_1 - 3x_2 + 2x_3 = -5$$

$$6x_1 + 5x_2 + x_3 = 28$$



5^η Άσκηση

- Να υπολογιστεί η ορίζουσα της παρακάτω μήτρας

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & 3 & 3 \\ 0 & 4 & 4 & 4 \end{bmatrix}$$



6^η Άσκηση

- Να επιλυθεί το παρακάτω σύστημα χρησιμοποιώντας τη μέθοδο Gauss-Jordan

$$2x + z = 10$$

$$2y - z = 0$$

$$-6x - 3y + z = 0$$



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Πατρών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Σημειώματα

Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση 1.0.

Έχουν προηγηθεί οι κάτωθι εκδόσεις:



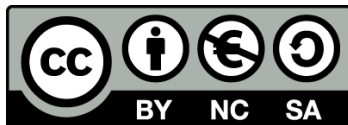
Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Πατρών, Γρηγόριος Μπεληγιάννης. «Μαθηματικά Διοικητικών & Οικονομικών Επιστημών. Η ορίζουσα και το ίχνος μιας μήτρας (Φροντιστήριο)». Έκδοση: 1.0. Πάτρα 2015. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:
<https://eclass.upatras.gr/modules/document/document.php?course=DEAPT128>.



Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

