



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΠΑΤΡΩΝ
UNIVERSITY OF PATRAS

ΑΝΟΙΚΤΑ ακαδημαϊκά
μαθήματα ΠΠ

Μαθηματικά Διοικητικών & Οικονομικών Επιστημών

Ενότητα 4: Εκθετικές και λογαριθμικές συναρτήσεις
(Φροντιστήριο)

Μπεληγιάννης Γρηγόριος

Σχολή Οργάνωσης και Διοίκησης Επιχειρήσεων

Τμήμα Διοίκησης Επιχειρήσεων Αγροτικών
Προϊόντων & Τροφίμων (Δ.Ε.Α.Π.Τ.)

Σκοποί 1^{ης} ενότητας

- Να μάθουν οι φοιτητές να αναγνωρίζουν και να χρησιμοποιούν τις συναρτήσεις ανατοκισμού, απόσβεσης και πληθυσμού
- Να μάθουν οι φοιτητές να διαχειρίζονται και να χρησιμοποιούν τις εκθετικές και τις λογαριθμικές συναρτήσεις
- Να γνωρίσουν οι φοιτητές τις εφαρμογές των φυσικών εκθετικών συναρτήσεων



Περιεχόμενα 1^{ης} ενότητας

- 1^η Άσκηση (ανατοκισμός)
- 2^η Άσκηση (απόσβεση)
- 3^η Άσκηση (ρυθμός αύξησης)
- 4^η Άσκηση (ρυθμός αύξησης)
- 5^η Άσκηση (ανατοκισμός)
- 6^η Άσκηση (ρυθμός αύξησης)
- 7^η Άσκηση (ανατοκισμός)
- 8^η Άσκηση (συνεχής ανατοκισμός)
- 9^η Άσκηση (αρχική αξία)
- 10^η Άσκηση (συνεχής ανατοκισμός)
- 11^η Άσκηση (επίλυση εξισώσεων)
- 12^η Άσκηση (συνάρτηση κόστους)
- 13^η Άσκηση (συνάρτηση κόστους)
- 14^η Άσκηση (συνάρτηση κέρδους)



1^η Άσκηση

- Κατατίθεται ένα ποσό **5.000 €** με ετήσιο επιτόκιο **$r=0,06$** και ζητείται να προσδιοριστούν τα ποσά, που θα εισπραχθούν στο τέλος ενός έτους, όταν ο ανατοκισμός είναι:
 1. Ετήσιος
 2. Εξαμηνιαίος
 3. Τριμηνιαίος
 4. Μηνιαίος
 5. Εβδομαδιαίος
 6. Ημερήσιος



2^η Άσκηση

- Ένα μηχάνημα αξίας **10.000 €** έχει ετήσια απόσβεση **12%**.
- Ζητούνται:
 1. Η απομένουσα αξία του μηχανήματος στο τέλος των **6** ετών.
 2. Οι συνολικές αποσβέσεις των **6** πρώτων ετών.



3^η Άσκηση

- Οι πωλήσεις μιας επιχείρησης είναι σήμερα **893.397 €**.
- Αν οι πωλήσεις της ίδιας επιχείρησης ήταν **5** χρόνια πριν **700.000**, ποιος ήταν ο σταθερός ρυθμός αύξησής τους;



4^η Άσκηση

- Τα δίδακτρα σε ένα σχολείο αυξάνουν με σταθερό ετήσιο ρυθμό του **3%**.
- Αν τα δίδακτρα είναι σήμερα **3.000 €**, πόσο θα είναι μετά από **5** έτη;



5^η Άσκηση

- Αν καταθέσουμε σήμερα **15.000 €** με σταθερό ετήσιο επιτόκιο **5%**, πόσα θα εισπράξουμε στο τέλος των **10** ετών, αν εφαρμόζουμε:
 1. Ετήσιο ανατοκισμό
 2. Εξαμηνιαίο ανατοκισμό
 3. Ημερήσιο ανατοκισμό
 4. Συνεχή ανατοκισμό



6^η Άσκηση

- Το εργατικό δυναμικό μιας περιοχής αυξάνει με ένα σταθερό ετήσιο ποσοστό του **0,75%**.
- Αν το δυναμικό είναι σήμερα **100.000** ποιο θα είναι μετά από **8** έτη;



7^η Άσκηση

- Η τράπεζα **A** προσφέρει ετήσιο επιτόκιο **5%** με τετραμηνιαίο ανατοκισμό
- Η τράπεζα **B** προσφέρει επιτόκιο **4,75%** και συνεχή ανατοκισμό
- Να επιλεγεί η τράπεζα με την καλύτερη προσφορά



8^η Άσκηση

- Σε πόσα χρόνια ένα αρχικό ποσό **15.000 €** θα γίνει **20.000 €**, όταν το ετήσιο επιτόκιο είναι **$r=0,05$** και ο ανατοκισμός είναι συνεχής;



9^η Άσκηση

- Η αξία μιας μηχανής μετά από t έτη λειτουργίας της δίνεται από τη συνάρτηση $V(t)=V_0e^{0,05t}$
- Αν η αξία της μετά από **12** έτη είναι **35.000 €**, να υπολογιστεί ποια ήταν η αρχική της αξία



10^η Άσκηση

- Να προσδιοριστεί το επιτόκιο ανατοκισμού που τριπλασιάζει ένα αρχικό ποσό **A** στο τέλος των **6** ετών, όταν ο ανατοκισμός είναι συνεχής



11^η Άσκηση

- Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις:

1. $\log_2(x-3)=1-\log_2(x-4)$

2. $2^{3x+5}=5^{x+1}$



12^η Άσκηση

- Έστω ότι το κόστος παραγωγής (σε εκατοντάδες €) μιας επιχείρησης δίνεται από τη συνάρτηση $TC=100 - 70e^{-0,02Q}$, όπου Q είναι ο αριθμός των μονάδων παραγωγής.
- Ζητούνται:
 1. Ποιο είναι το σταθερό κόστος;
 2. Στην παραγωγή **100** μονάδων ποιο είναι το ποσοστό του σταθερού κόστους στο ολικό κόστος;



13^η Άσκηση

- Έστω ότι το ετήσιο κόστος λειτουργίας ενός μηχανήματος σε € εκφράζεται ως συνάρτηση της μέσης μηνιαίας απασχόλησης t σε εκατοντάδες ώρες σύμφωνα με τη σχέση

$$TC=15.000-6.000e^{0,1t}$$

- Ζητείται να προσδιοριστεί το ετήσιο κόστος λειτουργίας του μηχανήματος, όταν ο μέσος χρόνος λειτουργίας του είναι **450** ώρες μηνιαίως



14^η Άσκηση

- Η συνάρτηση ολικού κέρδους μιας επιχείρησης από τις πωλήσεις ενός προϊόντος δίνεται από τη σχέση $y=12.000+30.000e^{-0,4t}$, όπου το y μετράται σε € και το t σε έτη
- Ζητείται να προσδιοριστούν τα συνολικά κέρδη του τρίτου και του πέμπτου έτους



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Πατρών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Σημειώματα

Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση 1.0.

Έχουν προηγηθεί οι κάτωθι εκδόσεις:



Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Πατρών, Γρηγόριος Μπεληγιάννης. «Μαθηματικά Διοικητικών & Οικονομικών Επιστημών. Εκθετικές και λογαριθμικές συναρτήσεις (Φροντιστήριο)». Έκδοση: 1.0. Πάτρα 2015. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:
<https://eclass.upatras.gr/modules/document/document.php?course=DEAPT128>.



Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

