



ΣΧΕΔΙΑΣΗ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΛΓΟΡΙΘΜΩΝ

ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΕΝΟΤΗΤΑ 11

ΘΕΜΑ: ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΔΙΑΤΡΕΞΗΣ ΓΡΑΦΗΜΑΤΟΣ

Δρ. Δημήτριος Κ. Κουκόπουλος
Αναπληρωτής Καθηγητής



ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟ

- Το πρόβλημα
- Επίλυση του Προβλήματος
 - Αλγόριθμος Αναζήτησης Πρώτα κατά Πλάτος
 - Αλγόριθμος Αναζήτησης Πρώτα κατά Βάθος
- Παραδείγματα



ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ

Ορισμός: Σε πολλές εφαρμογές που μοντελοποιούνται με τη χρήση διγραφήματος πρέπει να γίνει επίσκεψη σε όλες τις κορυφές του διγραφήματος και εκεί να εκτελεσθεί κάποιο έργο που καθορίζεται από τη συγκεκριμένη εφαρμογή.

- Ο χρόνος που απαιτείται για να εκτελεστεί ένα έργο σε μια κορυφή θεωρείται ότι είναι σταθερός και ίδιος για κάθε κορυφή.
- Αν V_i και V_j είναι δυο κορυφές μπορεί να γίνει επίσκεψη από τη V_i στη V_j μόνο αν υπάρχει διαδρομή από V_i σε V_j .



ΔΙΑΤΡΕΞΗ ΓΡΑΦΗΜΑΤΟΣ

Ορισμός

Διάτρεξη (traversal) γραφήματος ονομάζεται η συστηματική επίσκεψη σε όλες τις κορυφές του γραφήματος, όχι αναγκαστικά μια μόνο φορά για κάθε κορυφή.



ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΔΙΑΤΡΕΞΗΣ

Παράγει μια διαδρομή που περιλαμβάνει όλες τις κορυφές τουλάχιστο μια φορά.

- *Εικασία*: Η πρώτη κορυφή που επισκεπτόμαστε είναι αυτή με το μικρότερο δείκτη.
- *Ζητούμενο*: Τιμές που αποθηκεύονται σε έναν πίνακα **neo()**, όπου **neo(i)=j**, όταν η κορυφή V_i κατέχει τη θέση **j** στη σειρά επίσκεψης.
- *Εναλλακτικό Ζητούμενο*: Τιμές που αποθηκεύονται σε έναν πίνακα **εγκατ()**, όπου **εγκατ(i)=j**, όταν η κορυφή V_i κατέχει τη θέση **j** στη σειρά εγκατάλειψης, δηλαδή είναι η **j-στη** κορυφή στην οποία έγινε η τελευταία επίσκεψη και μετά την εγκαταλείψαμε οριστικά.



ΜΕΘΟΔΟΙ ΔΙΑΤΡΕΞΗΣ ΓΡΑΦΗΜΑΤΟΣ

Δυο μέθοδοι:

- Αναζήτηση Πρώτα κατά Πλάτος (ΑΠΠ)
- Αναζήτηση Πρώτα κατά Βάθος (ΑΠΒ)

Υπόθεση

Και στις δυο μεθόδους, θεωρούμε ότι για κάθε κορυφή i εκτελείται κάποιο έργο (φόρτος) που εκπροσωπείται από έναν αλγόριθμο “**fortos(i)**”, αλλά μόνο κατά την πρώτη φορά επίσκεψης στην κορυφή αυτή.



ΑΝΑΖΗΤΗΣΗ ΠΡΩΤΑ ΚΑΤΑ ΠΛΑΤΟΣ-ΑΠΠ

Κανόνας:

1. Αρχίζοντας με την κορυφή V_1 , επισκεπτόμαστε πρώτα όλες τις κορυφές όπου μπορούμε να πάμε απευθείας από τη V_1 .
2. Αφού έχουμε επισκεφτεί όλες τις γειτονικές κορυφές, ξεκινώντας από καθεμιά από αυτές επισκεπτόμαστε όλες τις κορυφές στις οποίες μπορούμε να πάμε απευθείας.
3. Σταματάμε όταν έχουμε επισκεφτεί όλες τις κορυφές του γραφήματος στις οποίες μπορούμε να πάμε.
4. Πρέπει να έχουμε προκαθορίσει έναν κανόνα βάσει του οποίου να επιλύουμε περιπτώσεις ισοπαλίας. Ένας τέτοιος κανόνας είναι σε περιπτώσεις ισοπαλίας να προηγούνται οι κορυφές με το μικρότερο δείκτη.



ΑΝΑΖΗΤΗΣΗ ΠΡΩΤΑ ΚΑΤΑ ΠΛΑΤΟΣ- ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ

- Η χρήση ουράς Q είναι κατάλληλη.
- Χρειάζεται να εξαντλήσουμε πρώτα όλες τις κορυφές στις οποίες μπορεί να γίνει επίσκεψη από την ίδια κορυφή για να συνεχίσουμε τη διείσδυση στο γράφημα.
- Σε περίπτωση που μετά την εκτέλεση του ΑΠΠ δεν έχει γίνει επίσκεψη σε κάποιες κορυφές, πρέπει ο αλγόριθμος να ξανακληθεί με αρχή μια από τις κορυφές όπου δεν έχει γίνει επίσκεψη.

ΑΝΑΖΗΤΗΣΗ ΠΡΩΤΑ ΚΑΤΑ ΠΛΑΤΟΣ- ΨΕΥΔΟΚΩΔΙΚΑΣ

/* Αρχικοποίηση */

for i=1 to n do

 neo(i)=0

end_for

neo(1)=1

fortos(i)

Τοποθέτησε το δείκτη 1 στην ουρά Q

pos=1

/* Επίσκεψη στις υπόλοιπες κορυφές */

while Q!=0 do

 βγάλε το δείκτη i από την Q

 for j τέτοιο ώστε $e_{i,j} \in E$ AND neo(j)==0 do

 pos=pos+1

 neo(j)=pos

 fortos(j)

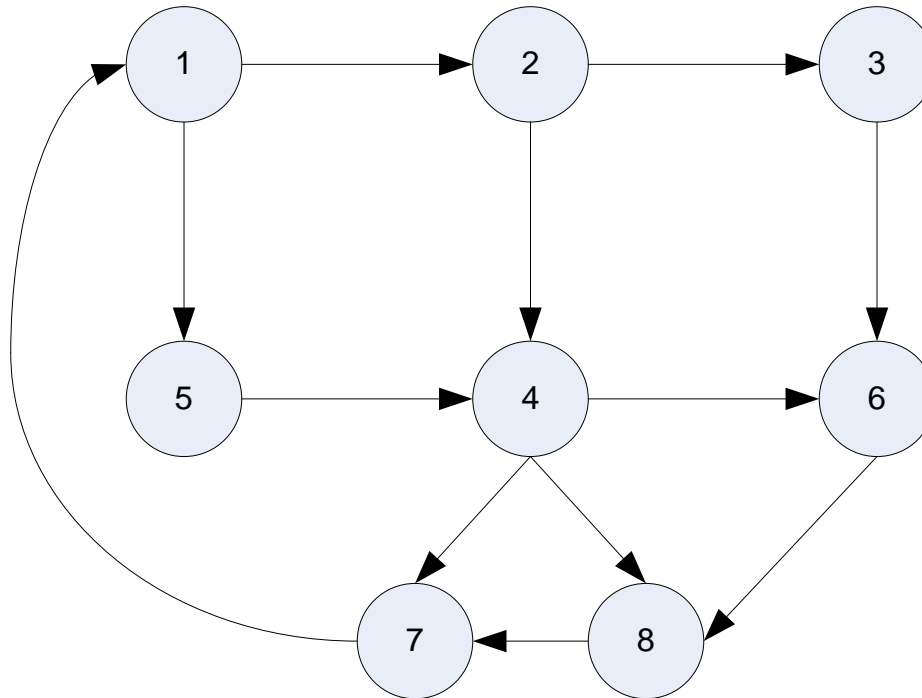
 Τοποθέτησε το δείκτη j στην ουρά Q

 end_for

end_while

ΑΝΑΖΗΤΗΣΗ ΠΡΩΤΑ ΚΑΤΑ ΠΛΑΤΟΣ- ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Εφαρμόστε τον αλγόριθμο ΑΠΠ στο παρακάτω διγράφημα:



Δρ. Δημήτριος Κ. Κουκόπουλος
Αναπληρωτής Καθηγητής

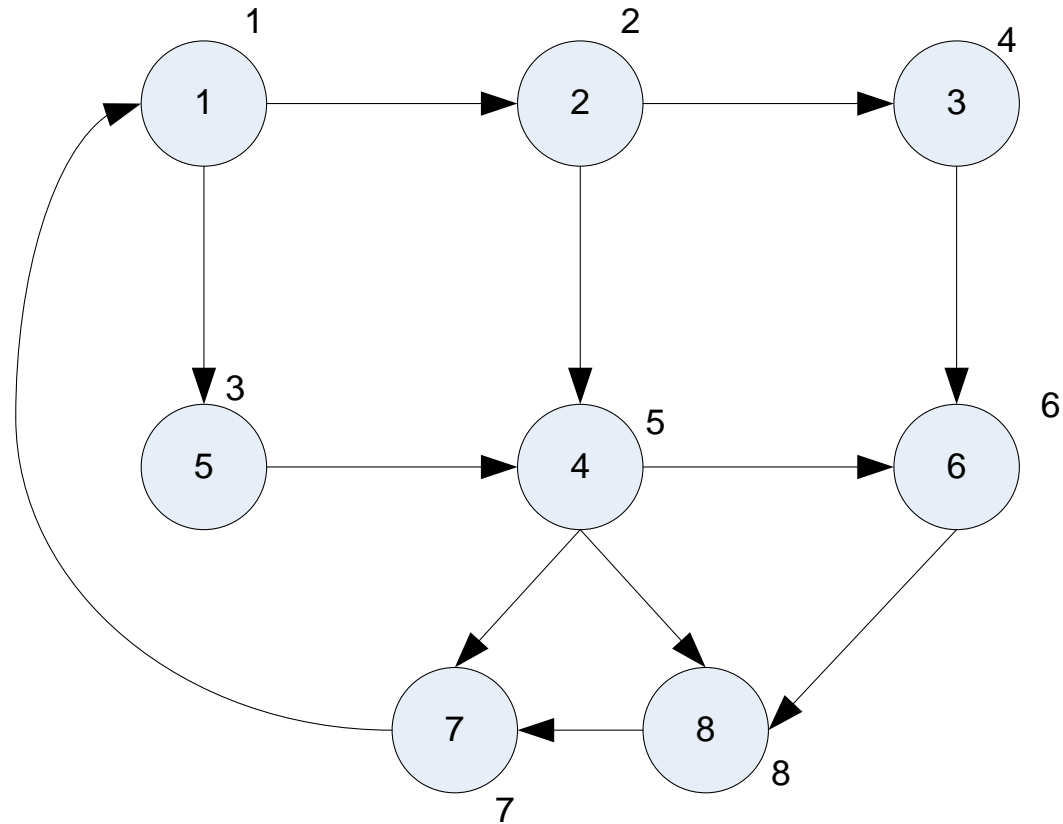


ΑΠΑΝΤΗΣΗ

- Ξεκινούμε από τη V_1 .
 - Από τη V_1 πηγαίνουμε στη V_2 και στη V_5 .
 - Από τη V_2 επισκεπτόμαστε τη V_3 και τη V_4 .
 - Από τη V_5 δε μπορούμε να πάμε πουθενά.
 - Από τη V_3 επισκεπτόμαστε τη V_6 .
 - Από τη V_4 επισκεπτόμαστε τη V_7 και τη V_8 . Τερματισμός.
-
- **Σειρά επίσκεψης:** 1, 2, 5, 3, 4, 6, 7, 8



ΑΠΑΝΤΗΣΗ



Δρ. Δημήτριος Κ. Κουκόπουλος
Αναπληρωτής Καθηγητής



ΑΝΑΖΗΤΗΣΗ ΠΡΩΤΑ ΚΑΤΑ ΒΑΘΟΣ-ΑΠΒ

Κανόνας:

1. Με τη χρήση του αλγορίθμου ΑΠΒ από μια κορυφή επισκεπτόμαστε μια νέα κορυφή, όταν υπάρχει πλευρά που να συνδέει τις δυο κορυφές και αυτό επαναλαμβάνεται για κάθε νέα κορυφή συνεχώς αν είναι δυνατό.
2. Αν έγινε επίσκεψη από μια κορυφή V_i σε μια κορυφή V_j με ΑΠΒ και δε μπορούμε από τη V_j να πάμε σε κάποια άλλη κορυφή είτε γιατί δεν υπάρχουν πλευρές που να εκκινούν από τη V_j είτε γιατί όσες υπάρχουν καταλήγουν σε κορυφές V_k όπου ήδη έχει γίνει επίσκεψη ($neo(k) \neq 0$), τότε οπισθοχωρούμε από τη V_j στην κορυφή προέλευσης.
3. Η οπισθοχώρηση δεν έχει ανάγκη ύπαρξης πλευράς από V_j σε V_i .
4. Στο σημείο αυτό γίνεται οριστική εγκατάλειψη της V_j , οπότε τοποθετείται κατάλληλα και η τιμή εγκατάλειψης $εγκατ(j)$.



ΑΝΑΖΗΤΗΣΗ ΠΡΩΤΑ ΚΑΤΑ ΒΑΘΟΣ- ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ

- **Αναδρομική μέθοδος.**
- Η χρήση **στοίβας** είναι κατάλληλη.
- **Διαφορά με ΑΠΠ:** Δε χρειάζεται να εξαντλήσουμε πρώτα όλες τις κορυφές στις οποίες μπορεί να γίνει επίσκεψη από την ίδια κορυφή.

ΑΝΑΖΗΤΗΣΗ ΠΡΩΤΑ ΚΑΤΑ ΒΑΘΟΣ- ΨΕΥΔΟΚΩΔΙΚΑΣ

/* Αρχικοποίηση */

for i=1 to n do

 neo(i)=0

end_for

pos=0

for i=1 to n do

 if neo(i)=0 then APB(i, pos)

end_for

APB (i, pos)

pos=pos+1

neo(i)=pos

fortos(i)

for all j τέτοια ώστε $e_{i,j} \in E$ do

 if neo(j)=0 then APB(j, pos)

end_for



ΑΝΑΖΗΤΗΣΗ ΠΡΩΤΑ ΚΑΤΑ ΒΑΘΟΣ vs. ΑΡΙΘΜΗΣΕΙΣ ΔΕΝΤΡΩΝ

- **Αρίθμηση προδιάταξης (preorder):** Ίδια με σειρά επίσκεψης του ΑΠΒ, δηλαδή η αρίθμηση που δίνεται από τον πίνακα **neo()**.
- **Αρίθμηση μεταδιάταξης (postorder):** Ίδια με σειρά εγκατάλειψης του ΑΠΒ. Μπορεί να παρέχεται από έναν πίνακα **εγκατ()** σε κάθε θέση **i** του οποίου υπάρχει ένας αριθμός που δηλώνει την σειρά εγκατάλειψης της κορυφής **V_i** από τον ΑΠΒ.

Επειδή η εγκατάλειψη μιας κορυφής **V_i** γίνεται κατά την επιστροφή από τον ΑΠΒ, αρκεί να ορίσω έναν μετρητή, **count=0** μετά το **pos=0** και στο τέλος του ΑΠΒ να προσθέσω τις εντολές:

count=count+1

εγκατ(i)=count

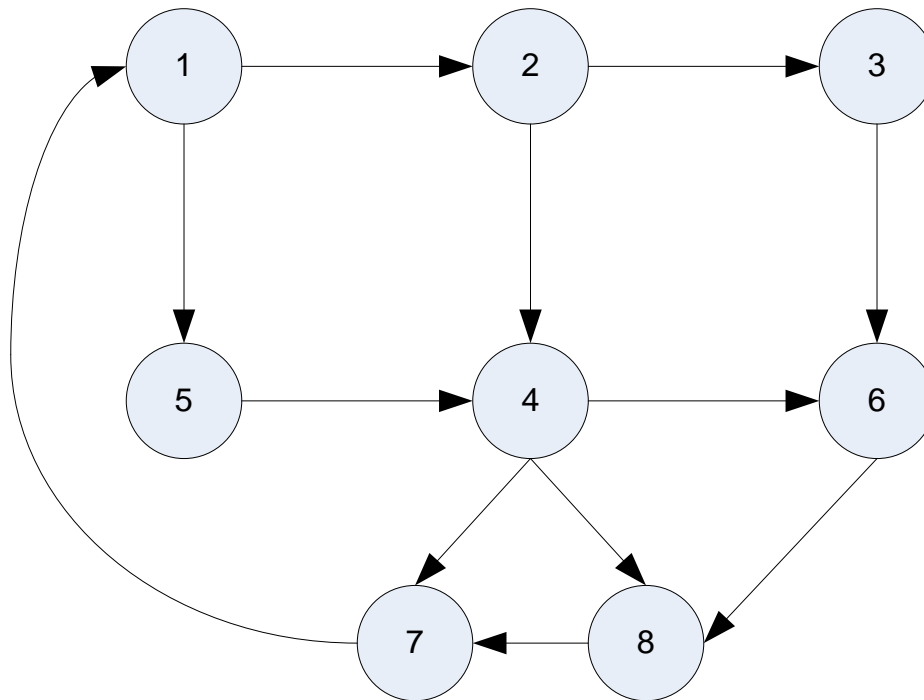


ΑΝΑΖΗΤΗΣΗ ΠΡΩΤΑ ΚΑΤΑ ΒΑΘΟΣ- ΑΝΑΛΥΣΗ

- Έστω ένα διγράφημα G με n κορυφές και m πλευρές.
- Σε κάθε κορυφή γίνεται επίσκεψη μια φορά. Άρα έχουμε $O(n)$ βήματα.
- Για κάθε κορυφή εξετάζονται ακριβώς μια φορά όλες οι πλευρές που εκκινούν από αυτή πριν αυτή εγκαταλειφθεί.
- Ακόμη, για κάθε κορυφή εκτελείται ο αλγόριθμος `fortos` που έχει σταθερή πολυπλοκότητα ως προς τις παραμέτρους m , n .
- Πολυπλοκότητα: $O(m)+O(n)=\max[O(m), O(n)]=O(\max(m, n))$

ΑΝΑΖΗΤΗΣΗ ΠΡΩΤΑ ΚΑΤΑ ΒΑΘΟΣ- ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Εφαρμόστε τον αλγόριθμο ΑΠΒ στο παρακάτω διγράφημα:



Δρ. Δημήτριος Κ. Κουκόπουλος
Αναπληρωτής Καθηγητής



ΑΠΑΝΤΗΣΗ

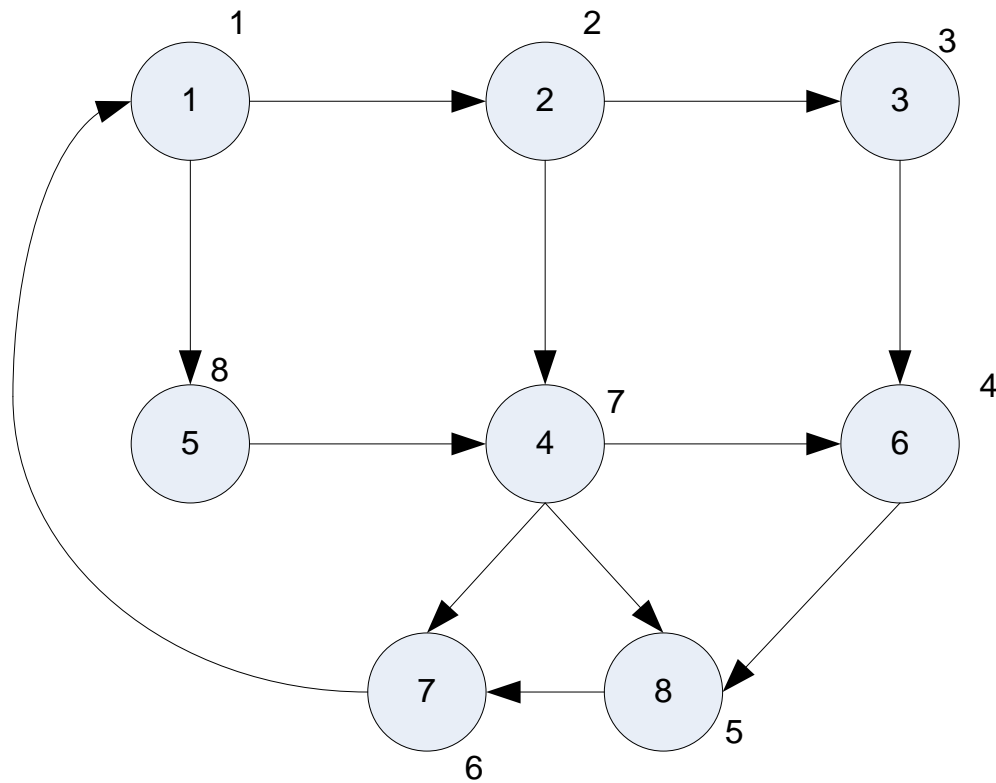
- Ξεκινούμε από τη V_1 .
- Επισκεπτόμαστε τη V_2 .
- Από τη V_2 πηγαίνουμε στη V_3 .
- Από τη V_3 πηγαίνουμε στη V_6 .
- Από τη V_6 επισκεπτόμαστε τη V_8 .
- Από τη V_8 πηγαίνουμε στη V_7 .
- Από τη V_7 δε μπορούμε να πάμε πουθενά, οπότε γυρνούμε στη V_8 .
- Από τη V_8 δε μπορούμε να πάμε πουθενά, οπότε γυρνούμε στη V_6 .
- Από τη V_6 δε μπορούμε να πάμε πουθενά, οπότε γυρνούμε στη V_3 .
- Από τη V_3 δε μπορούμε να πάμε πουθενά, οπότε γυρνούμε στη V_2 .
- Από τη V_2 πηγαίνουμε στη V_4 .



ΑΠΑΝΤΗΣΗ

- Από τη V_4 δε μπορούμε να πάμε πουθενά, οπότε γυρνούμε στη V_2 .
 - Από τη V_2 δε μπορούμε να πάμε πουθενά, οπότε γυρνούμε στη V_1 .
 - Από τη V_1 πηγαίνουμε στη V_5 . Τερματισμός.
-
- **Σειρά επίσκεψης:** 1, 2, 3, 6, 8, 7, 4, 5.
 - **Σειρά εγκατάλειψης:** 7, 8, 6, 3, 4, 2, 5, 1.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ



Δρ. Δημήτριος Κ. Κουκόπουλος
Αναπληρωτής Καθηγητής