



# ΣΧΕΔΙΑΣΗ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΛΓΟΡΙΘΜΩΝ

---

## ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΕΝΟΤΗΤΑ 4

### ΘΕΜΑ: ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΔΕΝΤΡΑ

Δρ. Δημήτριος Κ. Κουκόπουλος  
Αναπληρωτής Καθηγητής



# ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟ

---

- Δέντρα
- Τρόποι Αρίθμησης Δέντρων



# ΔΕΝΤΡΑ

---

- Ελεύθερα δέντρα
- Δέντρα με ρίζα



# ΕΛΕΥΘΕΡΑ ΔΕΝΤΡΑ

---

## Ορισμός:

Ελεύθερο δέντρο είναι ένα άκυκλο συνεκτικό γράφημα.

## Θεώρημα:

Έστω ένα γράφημα  $G$  με  $n$  κορυφές. Οποιοσδήποτε δυο από τις παρακάτω συνθήκες συνεπάγονται την Τρίτη και ότι το  $G$  είναι ελεύθερο δέντρο:

- Το  $G$  είναι συνεκτικό.
- Το  $G$  έχει  $n-1$  πλευρές.
- Το  $G$  είναι άκυκλο.



# ΔΕΝΤΡΑ ΜΕ ΡΙΖΑ

---

## **Ορισμός**

Δέντρο με ρίζα είναι ένα ελεύθερο δέντρο με μια ειδικά επιλεγμένη κορυφή τη ρίζα του δέντρου.



## ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

---

- Σε δέντρα με ρίζα οι κορυφές ιεραρχούνται σε επίπεδα με πρώτο τη ρίζα.
- Αν αριθμήσω επίπεδα θέτοντας 0 στη ρίζα τελειώνω με δείκτη  $d$  που καλείται **βάθος** ή **ύψος** του δέντρου.
- Αναδρομικά για κάθε κορυφή σε ένα επίπεδο στο επόμενο επίπεδο είναι τα **παιδιά** της.
- Η κορυφή  $V$  είναι **πρόγονος** της κορυφής  $W$  αν από τη  $V$  υπάρχει διαδρομή προς την  $W$  που όμως δεν επιστρέφει σε προηγούμενο επίπεδο.
- Μια κορυφή χωρίς παιδιά λέγεται **φύλλο**, αλλιώς **κόμβος** ή **εσωτερική κορυφή**.



# ΔΕΝΤΡΑ ΜΕ ΡΙΖΑ-ΔΥΑΔΙΚΑ

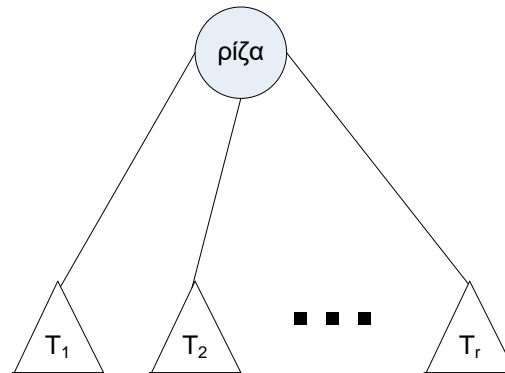
---

- Αν κάθε εσωτερικός κόμβος έχει μέχρι δυο παιδιά τότε το δέντρο είναι **δυναδικό**.
- Αν όλα τα φύλλα του δυναδικού δέντρου είναι στο τελευταίο επίπεδο και όλοι οι κόμβοι στα προηγούμενα επίπεδα έχουν δυο παιδιά, τότε το δέντρο είναι ένα **πλήρες δυναδικό δέντρο**.

# ΑΡΙΘΜΗΣΕΙΣ Ή ΤΡΟΠΟΙ ΕΠΙΣΚΕΨΗΣ ΣΤΟΥΣ ΚΟΜΒΟΥΣ ΔΕΝΤΡΩΝ

## Υποθέσεις:

- Αν το δέντρο είναι κενό θεωρείται αριθμημένο.
- Αν το δέντρο έχει μια κορυφή αυτή αριθμείται πρώτη.
- Θεωρούμε ότι τα δέντρα που εξετάζουμε δεν έχουν κενά υποδέντρα.







# ΑΡΙΘΜΗΣΗ ΠΡΟΔΙΑΤΑΞΗΣ (PREORDER)

---

## **Αναδρομικός Ορισμός:**

Πρώτα αρίθμηση ρίζας και μετά αρίθμηση προδιάταξης των υποδέντρων με τη σειρά  $T_1, \dots, T_r$ .

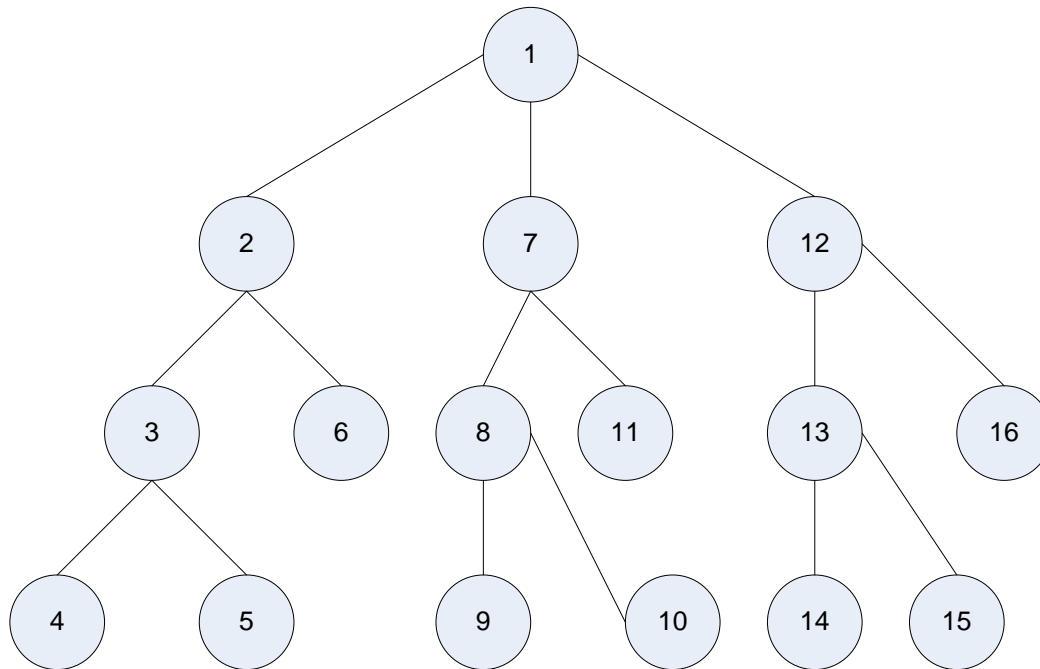
## **Διαισθητικός Ορισμός:**

Αριθμώ κορυφή μόλις τη συναντήσω.



# ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

---



Δρ. Δημήτριος Κ. Κουκόπουλος  
Αναπληρωτής Καθηγητής



# ΑΡΙΘΜΗΣΗ ΜΕΤΑΔΙΑΤΑΞΗΣ (POSTORDER)

---

## **Αναδρομικός Ορισμός:**

Πρώτα αρίθμηση μεταδιάταξης των υποδέντρων με τη σειρά  $T_1, \dots, T_r$  και μετά αρίθμηση ρίζας.

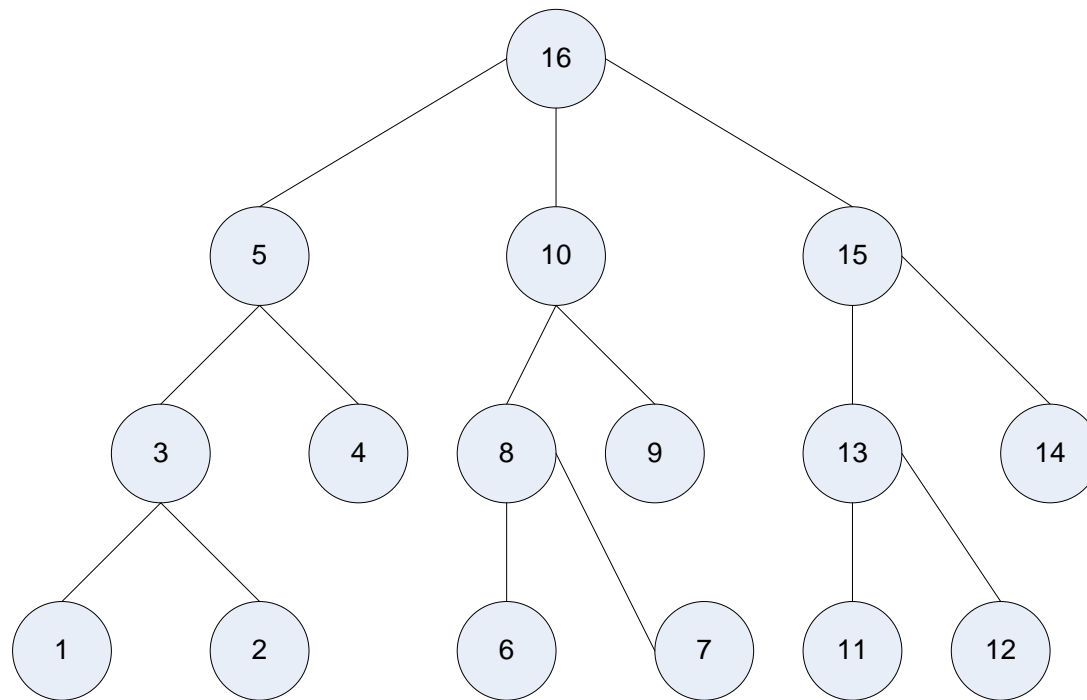
## **Διαισθητικός Ορισμός:**

Αριθμώ κορυφή την τελευταία φορά που τη συναντώ.



# ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

---



Δρ. Δημήτριος Κ. Κουκόπουλος  
Αναπληρωτής Καθηγητής



## ΑΡΙΘΜΗΣΗ ΕΣΩΔΙΑΤΑΞΗΣ (INORDER)

---

### **Αναδρομικός Ορισμός:**

Πρώτα αρίθμηση εσωδιάταξης του  $T_1$  ακολουθούμενη από ρίζα και μετά αρίθμηση εσωδιάταξης των υποδέντρων με τη σειρά  $T_2, \dots, T_r$ .

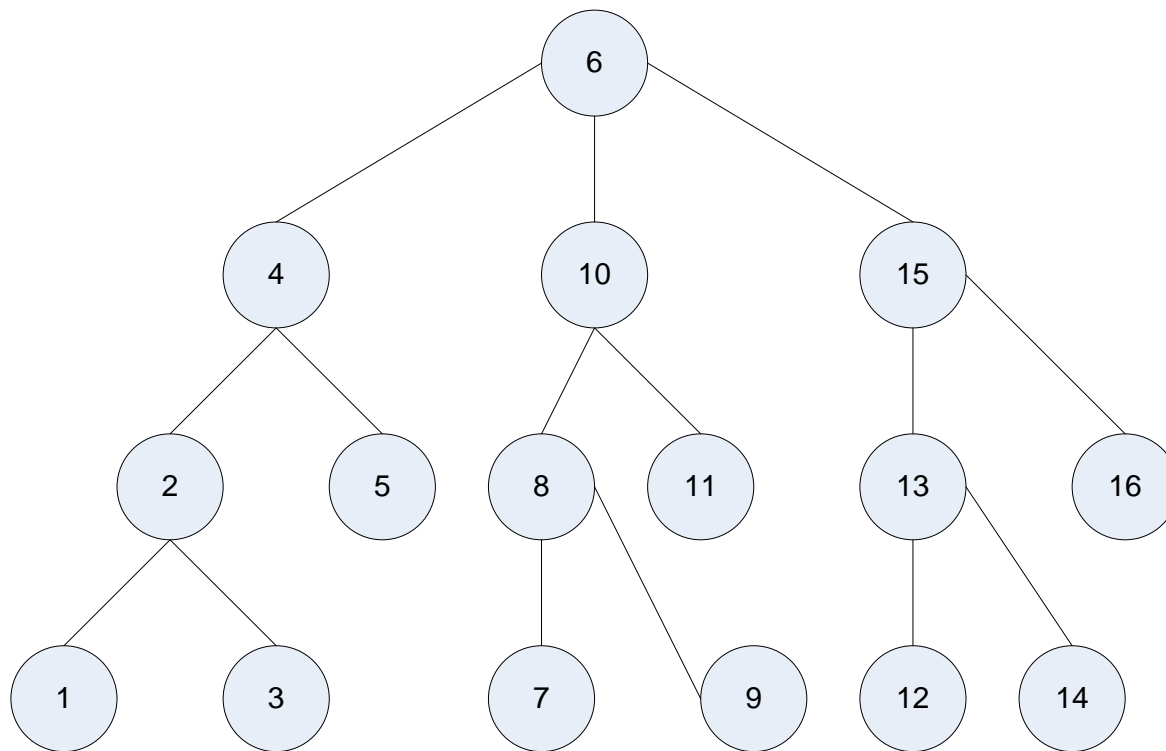
### **Διασθητικός Ορισμός:**

Αριθμώ τα φύλλα όταν τα πρωτοσυναντώ και τις υπόλοιπες κορυφές τη δεύτερη φορά που τις συναντώ.



# ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

---



Δρ. Δημήτριος Κ. Κουκόπουλος  
Αναπληρωτής Καθηγητής



# ΑΝΑΔΡΟΜΙΚΟΣ ΟΡΙΣΜΟΣ ΔΥΑΔΙΚΟΥ ΔΕΝΤΡΟΥ

---

Το δυαδικό δέντρο είναι ένα γράφημα  $G=(V, E)$  που είτε είναι κενό είτε υπάρχει μια ειδική κορυφή που καλείται ρίζα και ισχύει ότι:  
το γράφημα που προκύπτει αν από το  $G$  αφαιρεθούν η ρίζα και οι πλευρές που συντρέχουν σε αυτή μπορεί να χωριστεί σε δυο ξένα μεταξύ τους υπογραφήματα καθένα από τα οποία είναι δυαδικό δέντρο.



# ΑΛΛΕΣ ΔΟΜΕΣ ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗΣ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

---

- Ουρές
- Στοίβες
- ...