ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ

ΤΜΗΜΑ ΙΣΤΟΡΙΑΣ-ΑΡΧΑΙΟΛΟΓΙΑΣ

ΣΧΕΔΙΑΣΗ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΛΓΟΡΙΘΜΩΝ

ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΕΝΟΤΗΤΑ 2

ΘΕΜΑ: ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ-ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΑΛΓΟΡΙΘΜΩΝ

Δρ. Δημήτριος Κ. Κουκόπουλος
Αναπληρωτής Καθηγητής

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟ

- Βέλτιστος Αλγόριθμος
- Ασυμπτωτικοί Συμβολισμοί
- Αναπαράσταση Αλγορίθμων
  - Διάγραμμα Ροής
  - Ψευδοκώδικας
- Παραδείγματα

ΒΕΛΤΙΣΤΟΣ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ

Ορισμός

Βέλτιστος (optimal) είναι ένας αλγόριθμος για τον οποίο δεν υπάρχει άλλος καλύτερος να λύνει το ίδιο πρόβλημα.

Δρ. Δημήτριος Κ. Κουκόπουλος
Αναπληρωτής Καθηγητής

ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΥ ΒΕΛΤΙΣΤΟΤΗΤΑΣ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ

Ερώτημα:

Είναι ο αλγόριθμος **B** βέλτιστος;

Απάντηση:

Έστω ότι ο B ανήκει σε μια κατηγορία αλγορίθμων Q που λύνουν ένα πρόβλημα ($B \in Q$).

Υπόθεση: Έστω ότι υπάρχει ένας αλγόριθμος A που ανήκει στην κατηγορία Q και είναι καλύτερος του B. Δηλαδή,

$$\mathrm{\Pi X \Pi}_A(\mathrm{n}) \le \mathrm{\Pi X \Pi}_B(\mathrm{n})$$

Βήματα: 1. Πρέπει να δείξουμε ένα καλό κάτω φράγμα $\boldsymbol{\varphi}$**(n)**.

$$\phi(\mathrm{n}) \le \mathrm{\Pi X \Pi}_{\mathrm{A}}(\mathrm{n}) \qquad \forall \mathrm{A} \in \mathrm{Q}$$

2. Να δείξω ότι $\mathbf{\Pi X \Pi_B = \boldsymbol{\varphi}(n)}$. Τότε **B** optimal.

ΑΣΥΜΠΤΩΤΙΚΟΙ ΣΥΜΒΟΛΙΣΜΟΙ

Συναρτήσεις του μεγέθους δεδομένων **n**, όταν αυτό αυξάνει απεριόριστα.

Τύποι

- Κεφαλαίο όμικρον – **Ο**
- Κεφαλαίο ωμέγα – **Ω**
- Κεφαλαίο θήτα – **Θ**
- Μικρό θήτα ή ~ – **θ ή ~**

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΟΜΙΚΡΟΝ

Ορισμός:

Γράφουμε $f(n)=O(g(n))$ ή $f(n)\in O(g(\mathrm{n}))$, όταν υπάρχει κάποια θετική σταθερά ***c*** τέτοια ώστε για μεγάλα **n** να ισχύει:

$$|f(n)| \leq c|g(n)|$$

Παρατήρηση:

Ένα πολυώνυμο του **n** είναι Ο(μεγαλύτερη δύναμη του **n**).

Παραδείγματα:

1. Αν $f(n)=\log n$ και $g(n)=n$, τότε, $f(n)=\mathrm{O}(n)$
2. Αν $f(n)=n$ και $g(n)=\mathrm{c}^n$ με $c>1$, τότε, $f(n)=\mathrm{O}(\mathrm{c}^n)$
3. Αν $f(n)=n^k$ και $g(n)=\mathrm{c}^n$ με $c>1$, τότε, $f(n)=\mathrm{O}(\mathrm{c}^n)$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΩΜΕΓΑ

Ορισμός:

Γράφουμε $f(n) = \Omega(g(n))$ ή $f(n) \in \Omega(g(\mathrm{n}))$, όταν υπάρχει κάποια θετική σταθερά ***c*** τέτοια ώστε για μεγάλα **n** να ισχύει:

$$|f(n)| \geq c|g(n)|$$

Παρατήρηση:

Αν $f(n) = \Omega(g(n))$ τότε και $g(n) = O(f(n))$

Παραδείγματα:

1. Αν $f(n)=0{,}001n$ και $g(n)=\log n$. Τότε, $f(n)=\Omega(\log n)$
2. Αν $f(n)=2^n$ και $g(n)=n^{12}$. Τότε, $f(n)=\Omega(n^{12})$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΘΗΤΑ

Ορισμός:

Γράφουμε $f(n) = \Theta(g(n))$ ή $f(n) \in \Theta(g(\mathrm{n}))$, όταν $f(n) = O(g(n))$ και $g(n) = O(f(n))$ ή ισοδύναμα όταν υπάρχουν δυο θετικές σταθερές $\boldsymbol{c_1}$ και $\boldsymbol{c_2}$ τέτοιες ώστε για αρκετά μεγάλα **n** να ισχύει:

$$c_1\left|g(n)\right| \leq \left|f(n)\right| \leq c_2\left|g(n)\right|$$

ή όταν υπάρχουν δυο θετικές σταθερές $\boldsymbol{c_3}$ και $\boldsymbol{c_4}$ τέτοιες ώστε για αρκετά μεγάλα **n** να ισχύει:

$$c_3\left|f(n)\right| \leq \left|g(n)\right| \leq c_4\left|f(n)\right|$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΘΗΤΑ-ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Έστω οι συναρτήσεις $f(n)=8n^3+10$ και $g(n)=10n^2+10n$. Τότε,

- Για κάθε $n \geq 1$ ισχύει $f(n) \leq 1 * g(n)$
- Για κάθε $n \geq 2$ ισχύει $f(n) \geq \frac{1}{5} * g(n)$
- Επομένως, για $n \geq 2$ ισχύει $\frac{1}{5} * g(n) \leq f(n) \leq 1 * g(n)$
  Οπότε, $f(n) = \Theta(g(n))$

Δρ. Δημήτριος Κ. Κουκόπουλος
Αναπληρωτής Καθηγητής

ΜΙΚΡΟ ΘΗΤΑ

Ορισμός:

Γράφουμε $f(n)=\theta(g(n))$ ή $f(n)\in\theta(g(\mathrm{n}))$ ή $f(n)\sim g(n)$, όταν $\lim_{n\to\infty}\frac{f(n)}{g(n)}=1$

ή ισοδύναμα $\lim_{n\to\infty}\frac{g(n)}{f(n)}=1$

Παράδειγμα

Έστω οι συναρτήσεις $f(n)=3n^3+10n^2$ και $g(n)=3n^3$. Τότε $\lim_{n\to\infty}\frac{f(n)}{g(n)}=1$

Επομένως, $f(n)=\theta(g(n))$

ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΑΛΓΟΡΙΘΜΩΝ

Δημοφιλή εργαλεία

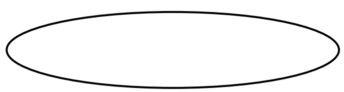
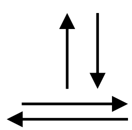
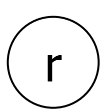
- Διάγραμμα Ροής (flowchart)
- Ψευδοκώδικας (pseudocode)

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΡΟΗΣ

Ορισμός:

Διάγραμμα ροής είναι η σχηματική αναπαράσταση ενός αλγορίθμου, χωρίς περιττές λεπτομέρειες.

Βοηθητικά σύμβολα:

Σύμβολο	**Όνομα**	**Περιγραφή**
	Τερματικό	Δείχνει την αρχή ή το τέλος ενός αλγορίθμου
	Γραμμές ροής	Δείχνουν τη σειρά ενεργειών σε έναν αλγόριθμο
	Συζευκτήρας	Δείχνει ότι ο αλγόριθμος συνεχίζεται στην επόμενη σελίδα

ΚΥΡΙΑ ΣΥΜΒΟΛΑ

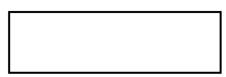
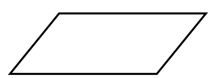
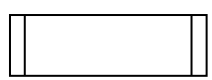
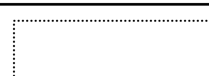
- Αναπαριστούν εντολές αλγορίθμου

- Με αυτά τα σύμβολα αναπαριστώ όλες τις δομές ελέγχου του δομημένου προγραμματισμού:
  - Ακολουθία
  - Απόφαση
  - Επανάληψη
    - While
    - For
    - Do-While

ΔΟΜΗ ΑΚΟΛΟΥΘΙΑΣ

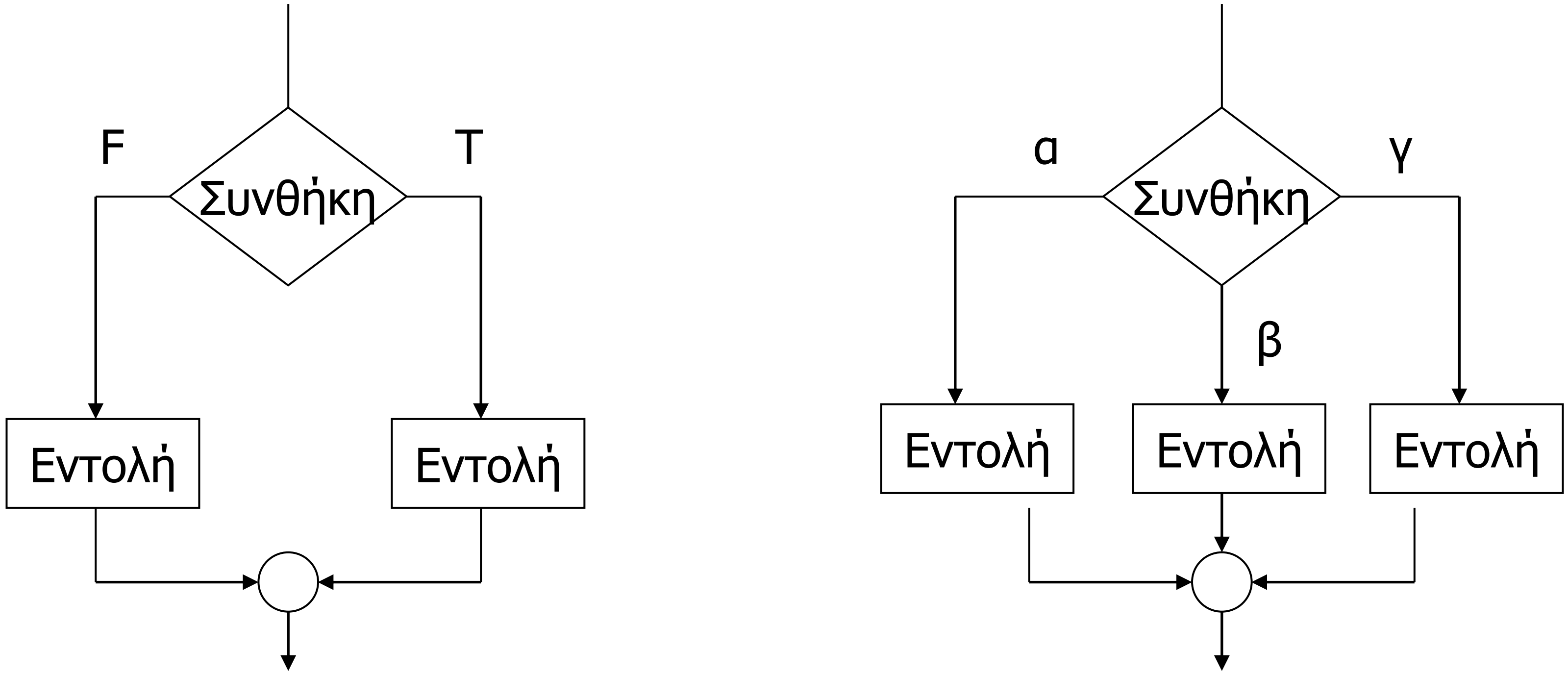
- Αναπαράσταση απλών σειρών ενεργειών που συνεχίζουν σε γραμμική διάταξη.

- Πέντε σύμβολα:

Σύμβολο	**Όνομα**
	Κενό
	Εντολή Ανάθεσης
	Εντολή Ε/Ε
	Κλήση Υπομονάδας
	Σύνθετη εντολή

Δρ. Δημήτριος Κ. Κουκόπουλος
Αναπληρωτής Καθηγητής

ΔΟΜΗ ΑΠΟΦΑΣΗΣ

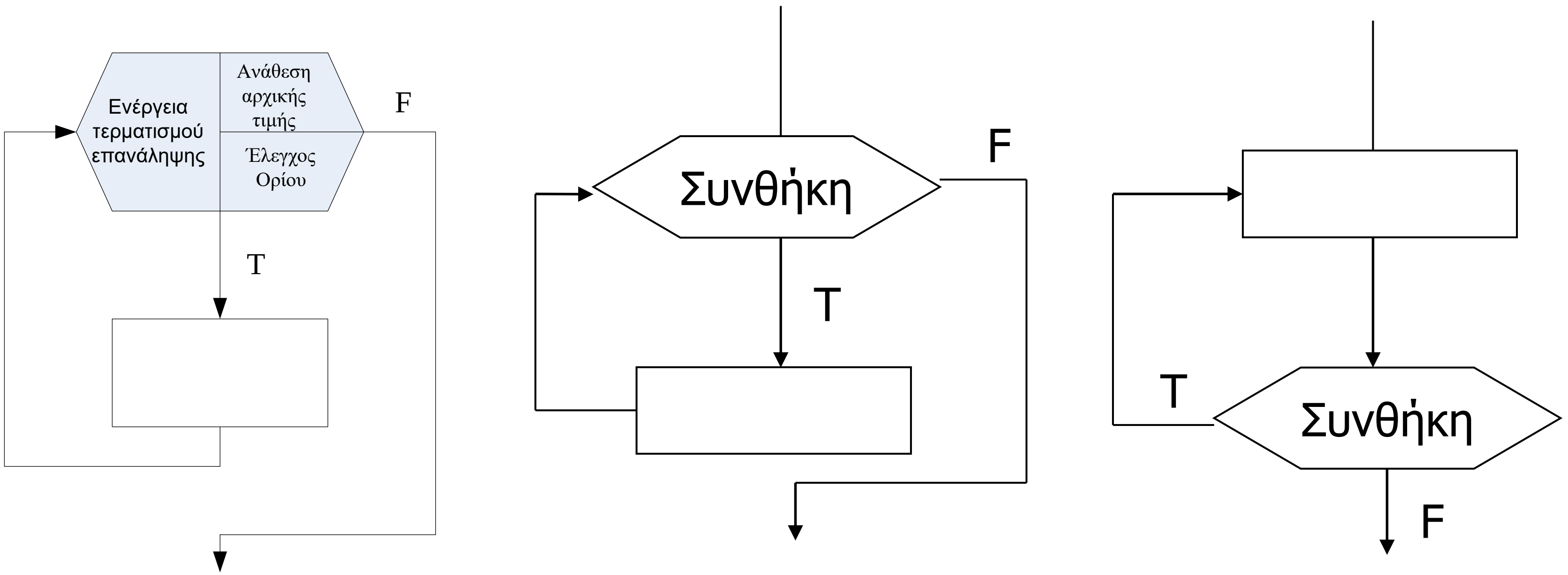


α. Επιλογή δυο κατευθύνσεων

β. Επιλογή πολλών κατευθύνσεων

Δρ. Δημήτριος Κ. Κουκόπουλος
Αναπληρωτής Καθηγητής

ΔΟΜΕΣ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ



α. for

β. while

γ. do-while

Δρ. Δημήτριος Κ. Κουκόπουλος
Αναπληρωτής Καθηγητής

ΨΕΥΔΟΚΩΔΙΚΑΣ

Ορισμός:

Ψευδοκώδικας ονομάζεται η αναπαράσταση ενός αλγορίθμου σε φυσική γλώσσα.

Στοιχεία αλγορίθμου όταν γράφεται σε ψευδοκώδικα:

1. Επικεφαλίδα αλγορίθμου.
2. Σκοπός, συνθήκες και επιστροφή.
3. Αριθμοί εντολών.
4. Δομές ελέγχου ροής εντολών:
   - Ακολουθία
   - Απόφαση
   - Επανάληψη

ΨΕΥΔΟΚΩΔΙΚΑΣ ΔΟΜΩΝ ΕΛΕΓΧΟΥ ΡΟΗΣ

```
Ενέργεια 1
Ενέργεια 2
   …
Ενέργεια ν
```

α. Ακολουθία

```
Αν (συνθήκη)
τότε
    Ενέργεια
    Ενέργεια
    …
Αλλιώς
    Ενέργεια
    Ενέργεια
    …
Τέλος Αν
```

β. Απόφαση

```
Όσο (συνθήκη)
    Ενέργεια
    Ενέργεια
    …
Τέλος Όσο
```

γ. Επανάληψη

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

Πρόβλημα 1:

Γράψτε σε ψευδοκώδικα έναν αλγόριθμο που να υπολογίζει το μέσο όρο δυο αριθμών.

Απάντηση:

Μέσος Όρος Δύο Αριθμών

Είσοδος: Δύο αριθμοί

Έξοδος: Μέσος Όρος

1. Πρόσθεσε τους δυο αριθμούς
2. Διαίρεσε το αποτέλεσμα με το 2
3. Επέστρεψε το αποτέλεσμα του βήματος 2

Τέλος

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

Πρόβλημα 2:

Γράψτε σε ψευδοκώδικα έναν αλγόριθμο που να αντικαθιστά μια αριθμητική βαθμολογία με μια αξιολόγηση «Προάγεται» ή «Απορρίπτεται».

Απάντηση:

```
Αξιολόγηση
Είσοδος: Αριθμός μεταξύ 0 και 10.
Έξοδος: «Προάγεται» ή «Απορρίπτεται»
1. Αν (αριθμός είναι μεγαλύτερος ή ίσος με 5) τότε
        1.1 Όρισε Αξιολόγηση σε «Προάγεται»
        αλλιώς
        1.2 Όρισε Αξιολόγηση σε «Απορρίπτεται»
   Τέλος Αν
2. Επέστρεψε Αξιολόγηση
Τέλος
```

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

Πρόβλημα 3:

Γράψτε σε ψευδοκώδικα έναν αλγόριθμο που να βρίσκει το μέγιστο από ένα σύνολο 1000 θετικών ακεραίων αριθμών.

Απάντηση:

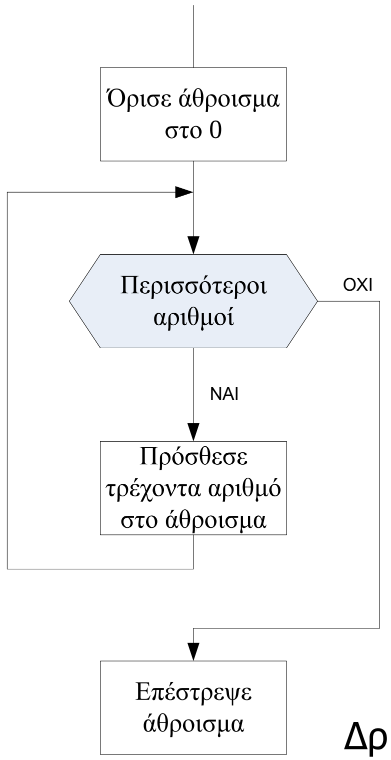
Εύρεση Μέγιστου
Είσοδος: 1000 θετικοί ακέραιοι
Έξοδος: Μέγιστος
1. Όρισε Μέγιστο στο 0.
2. Όρισε Μετρητή στο 0.
3. Όσο (Μετρητής < 1000)
3.1 Αν (ακέραιος > Μέγιστο) τότε
3.1.1 Όρισε Μέγιστο στην τιμή του ακεραίου
Τέλος Αν
3.2 Αύξησε Μετρητή
Τέλος Όσο
4. Επέστρεψε Μέγιστο
Τέλος

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

Πρόβλημα 4:

Γράψτε σε διάγραμμα ροής έναν αλγόριθμο που να βρίσκει το άθροισμα πολλών αριθμών.

Απάντηση:



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

Πρόβλημα 5:

Γράψτε σε διάγραμμα ροής έναν αλγόριθμο που να βρίσκει το γινόμενο πολλών αριθμών.

Απάντηση: