

**Κανόνας 1:** Η παράγωγος μιας σταθερής συνάρτησης είναι ίση με μηδέν.

**Κανόνας 2:**  $f'(x) = \frac{d}{dx}(x^n) = nx^{n-1}$

**Κανόνας 3:** Αν  $g(x) = cf(x)$ , τότε  $g'(x) = cf'(x)$ .

**Κανόνας 4:**  $(f + g)' = f' + g'$

**Κανόνας 5:**  $(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$

**Κανόνας 6:**  $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g(x)^2}$  με  $g(x) \neq 0$

### Παράγωγοι βασικών συναρτήσεων

(1)  $(\sin x)' = \cos x, x \in \mathbb{R}$

(2)  $(\cos x)' = -\sin x, x \in \mathbb{R}$

(3)  $(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x} = \sec^2 x, x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$

(4)  $(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x} = \text{csec}^2 x, x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$

(5)  $(\ln x)' = \frac{1}{x}, x > 0$

(6)  $(a^x)' = a^x \ln a, a > 0, x \in \mathbb{R}$

(7)  $(e^x)' = e^x, x \in \mathbb{R}$

(8)  $(\sin^{-1} x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = -(\cos^{-1} x)', |x| < 1$

(9)  $(\tan^{-1} x)' = \frac{1}{1+x^2} = -(\cot^{-1} x)', x \in \mathbb{R}$

(10)  $(\cot^{-1} x)' = \frac{-1}{1+x^2}, x \in \mathbb{R}$

Υπολογίστε την  $f'(x)$ , αν  $f(x) = \frac{4}{\sqrt{x}}$ .

Παραγωγίστε τη συνάρτηση  $U(x) = (x^2 + 2)^{2004}$ .

Υπολογίστε την παράγωγο της συνάρτησης

$$f(x) = \sin(x^2 + 3x - 1).$$

Υπολογίστε την παράγωγο των συναρτήσεων

α)  $q(x) = e^{x^2}$     β)  $q(x) = e^{2x}$     γ)  $q(x) = e^{\sin x}$     δ)  $q(x) = (x^2 + 1)^7$

ε)  $q(x) = \cos 3x$     στ)  $q(x) = \sin 275x$     ζ)  $q(x) = \ln(e^x)$     η)  $q(x) = \tan(\sin x)$

Ποια είναι η κλίση της εφαπτομένης στην καμπύλη με εξίσωση

$f(x) = (x^2 + 1)(2x^3 - 3x^2 + 1)$  στο σημείο  $(2, 25)$ ; Πόσο γρήγορα μεταβάλλεται η συνάρτηση, όταν  $x = 2$ ;

Βρείτε τα σημεία στο γράφημα της συνάρτησης  $f(x) = (x^2 + 6)(x - 5)$ , όπου η κλίση της εφαπτομένης ισούται με  $-2$ .

(1)

(2)

(3)

(4)

(5)

(6)

(7)

(8)

(9)

(10)

$$\alpha^m \cdot \alpha^n = \alpha^{m+n} \quad \alpha^m \cdot \alpha^m = \alpha^{2m} \quad (\alpha^m)^2 = \alpha^{2m}$$

$$\boxed{(\alpha^m)^n = \alpha^{m \cdot n} = \alpha^{mn}}$$

$$\boxed{\alpha^0 = 1}$$

Με το  $\alpha^{1/m}$  (όπου  $m$  ένας θετικός ακέραιος αριθμός) εννοούμε τη  $m$ -ιοστή ρίζα του  $\alpha$ , που είναι η θετική λύση της εξίσωσης  $x^m = \alpha$ .

Με  $\alpha^{k/m}$  (όπου  $k$  ένας ακέραιος αριθμός και  $m$  ένας θετικός ακέραιος αριθμός) εννοούμε  $(\alpha^{1/m})^k$ .

**Κανόνας 1:** Η παράγωγος μιας σταθερής συνάρτησης είναι ίση με μηδέν.

**Κανόνας 2:**  $f'(x) = \frac{d}{dx}(x^n) = nx^{n-1}$

**Κανόνας 3:** Αν  $g(x) = cf(x)$ , τότε  $g'(x) = cf'(x)$ .

**Κανόνας 4:**  $(f + g)' = f' + g'$

**Κανόνας 5:**  $(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$

**Κανόνας 6:**  $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g(x)^2}$  με  $g(x) \neq 0$

### Παράγωγοι βασικών συναρτήσεων

$(\sin x)' = \cos x, \quad x \in \mathbb{R} \quad (1)$

$(\cos x)' = -\sin x, \quad x \in \mathbb{R} \quad (2)$

$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x} = \sec^2 x, \quad x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}, \quad k \in \mathbb{Z} \quad (3)$

$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x} = \text{csec}^2 x, \quad x \neq k\pi, \quad k \in \mathbb{Z} \quad (4)$

$(\ln x)' = \frac{1}{x}, \quad x > 0 \quad (5)$

$(a^x)' = a^x \ln a, \quad a > 0, \quad x \in \mathbb{R} \quad (6)$

$(e^x)' = e^x, \quad x \in \mathbb{R} \quad (7)$

$(\sin^{-1} x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = -(\cos^{-1} x)', \quad |x| < 1 \quad (8)$

$(\tan^{-1} x)' = \frac{1}{1+x^2} = -(\cot^{-1} x)', \quad x \in \mathbb{R} \quad (9)$

$(\cot^{-1} x)' = \frac{-1}{1+x^2}, \quad x \in \mathbb{R} \quad (10)$

Χρησιμοποιώντας τους κανόνες παραγωγίσιμης, υπολογίστε τις παραγώγους των παρακάτω συναρτήσεων, εκεί όπου ορίζονται:

1.  $y = x + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{5x^5}$

17.  $y = \sqrt{1-x^2}$

2.  $y = 3x - 6\sqrt{x}$

18.  $y = \sqrt{\cos 4x}$

3.  $y = x + \sin x$

19.  $y = \sqrt{2x - \sin 2x}$

4.  $y = x - \tan x$

20.  $y = \sqrt[4]{1 + \cos^2 x}$

5.  $y = \frac{\cos x}{x^2}$

21.  $y = \sin \sqrt{x}$

6.  $y = \frac{x^2}{x^2 + 1}$

22.  $r = \alpha \sqrt{\cos 2\phi}$

7.  $y = \frac{x}{1-4x}$

23.  $r = \sqrt{2\phi + \cos^2\left(2\phi + \frac{\pi}{4}\right)}$

8.  $y = \frac{\tan x}{\sqrt{x}}$

24.  $y = \sqrt[3]{1 + \cos 6x}$

9.  $f(x) = x^2 - \frac{1}{2x^2}$

25.  $y = \frac{1 + \sin 2x}{1 - \sin 2x}$

10.  $y = \left(1 + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^3$

26.  $r = \cos^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2}\right)$

11.  $y = \frac{\cos x}{1 + 2 \sin x}$

27.  $y = (e^{\alpha x} - e^{-\alpha x})^2$

12.  $y = \sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}$

28.  $y = \ln(\sin x + \sqrt{1 + \sin^2 x})$

13.  $y = 6 \cos \frac{x}{3}$

29.  $y = \ln(e^{2x} + \sqrt{e^{4x} + 1})$

14.  $y = (1 - 5x)^4$

30.  $y = x^{\frac{1}{x}}$

15.  $y = \sqrt[3]{(4 + 3x)^2}$

**Υπόδειξη:** Πάρτε το λογάριθμο και των δύο μελών και παραγωγίστε τα στη συνέχεια

16.  $y = \frac{1}{(1-x^2)^5}$

31.  $y = \sqrt{1-x^2} + \sin^{-1} x$