

Άσκηση 2.1

Ένα σύστημα χαρακτηρίζεται από έναν άπειρο αριθμό ισαπεχόντων μη εκφυλισμένων ενεργειακών σταθμών. Οι ενεργειακές στάθμες δηλαδή του συστήματος δίνονται από την σχέση: $E_0=0$, $E_1=\varepsilon$, $E_2=2\varepsilon$, $E_3=3\varepsilon$, ... , όπου ε η διαφορά ενέργειας μεταξύ δύο διαδοχικών σταθμών, ή, σε μαθηματική μορφή, $E_i = i \varepsilon$, για $i = 0, 1, 2, \dots$ Να υπολογισθεί το άθροισμα καταστάσεων Q του συστήματος.

Άσκηση 2.2

Ένα σύνολο σωματιδίων υπακούει στην κατανομή Boltzmann και κάθε σωματίδιο έχει επτά κβαντικές καταστάσεις: Μία κατάσταση από αυτές έχει ενέργεια 0, δύο ενέργεια ε και τέσσερις ενέργεια 2ε . Σε ποια θερμοκρασία το 1/3 των σωματιδίων βρίσκονται στην υψηλότερη ενεργειακή στάθμη;

Άσκηση 2.3

Παρακολουθώντας τις φασματικές γραμμές του ηλιακού φωτός, ένας πειραματιστής μπορεί να βεβαιωθεί ότι λίγα άτομα υδρογόνου κοντά στην επιφάνεια του ήλιου είναι διεγερμένα. Μάλιστα, μπορεί να υπολογισθεί ότι για κάθε ένα περίπου εκατομμύριο ατόμων υδρογόνου στη θεμελιώδη κατάσταση υπάρχει ένα άτομο υδρογόνου στην πρώτη διεγερμένη κατάσταση. Η θεμελιώδης κατάσταση ενός ατόμου υδρογόνου έχει ενέργεια -16.3 eV και είναι πολλαπλότητας δύο, ενώ η πρώτη διεγερμένη κατάσταση έχει ενέργεια -3.4 eV και είναι πολλαπλότητας οκτώ. Χρησιμοποιώντας τις παραπάνω πληροφορίες, ζητούμε να εκτιμήσουμε τη θερμοκρασία κοντά στην επιφάνεια του ήλιου.

Άσκηση 2.4

Ένα φυσικό σύστημα αποτελείται από N ανεξάρτητα και διακριτά σωματίδια σε όγκο V για τα οποία γνωρίζουμε ότι το καθένα μπορεί να υπάρξει είτε στη θεμελιώδη κατάσταση με εκφυλισμό ίσο με τη μονάδα είτε στην πρώτη διεγερμένη με εκφυλισμό ίσο με τρία. Η ενέργεια της διεγερμένης κατάστασης ξεπερνά αυτή της θεμελιώδους κατά ε . Μπορείτε επίσης να θεωρήσετε ότι η ενέργεια της θεμελιώδους μικροκατάστασης είναι μηδέν.

(α) Να εξάγετε την έκφραση για το μοριακό άθροισμα καταστάσεων q του κάθε σωματιδίου στο σύστημα.

(β) Να εξάγετε την έκφραση για το άθροισμα καταστάσεων Q του συστήματος των N σωματιδίων.

(γ) Να εξάγετε την έκφραση για τη συνάρτηση Helmholtz $A(N,V,T)$ και την εσωτερική ενέργεια U του συστήματος.

(δ) Να εξάγετε την έκφραση για την εντροπία S του συστήματος.

(ε) Απαλείφοντας τη θερμοκρασία μεταξύ των δύο εκφράσεων για την εσωτερική ενέργεια U και την εντροπία S του συστήματος, να εκφράσετε την εντροπία συναρτήσει της εσωτερικής ενέργειας. Έχει η αντίστοιχη συνάρτηση ακρότατο? Αν ναι, πόση είναι η θερμοκρασία του συστήματος στο ακρότατο?