



**ΑΝΟΙΚΤΑ** ακαδημαϊκά  
μαθήματα **ΠΠ**



# Εισαγωγή στους Υπολογιστές

Ενότητα #4: Πίνακες στο MATLAB

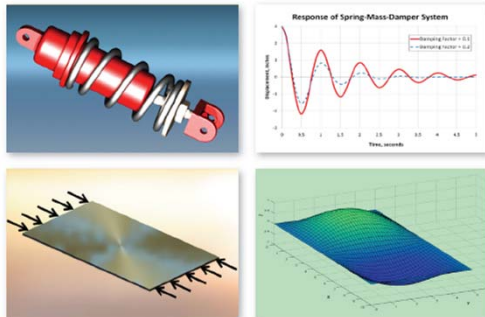
Καθ. Δημήτρης Ματαράς  
Πολυτεχνική Σχολή  
Τμήμα Χημικών Μηχανικών

---

# Πίνακες στο MATLAB

BASIC ENGINEERING SERIES AND TOOLS

ENGINEERING COMPUTATIONS  
AN INTRODUCTION  
USING MATLAB® AND EXCEL®



JOSEPH C. MUSTO • WILLIAM E. HOWARD • RICHARD R. WILLIAMS

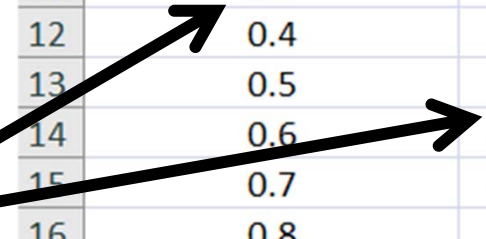
## MATLAB Fundamentals

# Επισκόπηση: Scalars και Arrays

- Σε ένα spreadsheet, we δεν είναι απαραίτητο να δώσουμε όνομα σε κάθε μεταβλητή: η διεύθυνση του (γραμμή/στήλη) ορίζει την τοποθεσία της αποθήκευσης

Storage locations for time and displacement values

	A	B	C
1	Initial displacement $y_0$	3	inches
2	Natural frequency $\omega$	6.28319	rad/sec
3	Damping coefficient $\xi$	0.1	
4			
5	Damped frequency $\omega_D$	6.25169	rad/sec
6			
7	Time t, seconds	y, inches	
8	0	3	
9	0.1	2.45016	
10	0.2	1.08578	
11	0.3	-0.5072	
12	0.4	-1.73	
13	0.5	-2.1875	
14	0.6	-1.8057	
15	0.7	-0.8209	
16	0.8	0.3423	
17	0.9	1.24526	
18	1	1.59461	
19	1.1	1.33032	



# Πίνακες

---

- Στο MATLAB και σε άλλες γλώσσες προγραμματισμού, οι μεταβλητές πρέπει να δηλωθούν και πρέπει να ληφθεί υπόψιν στον κώδικα και η αποθήκευση των αποτελεσμάτων
- Ένας **πίνακας** είναι μια μεταβλητή που έχει πολλαπλές τιμές
- Το όνομα του πίνακα ακολουθείται από ένα **δείκτη ή δείκτες (*index or indices*)**, για πολυδιάστατους πίνακες μέσα σε παρενθέσεις

# Δείκτες πινάκων

- Θεωρούμε το δείκτη σαν μια **διεύθυνση**
- **Σημαντικό:** Οι δείκτες πρέπει να είναι θετικοί ακέραιοι και πρέπει να ξεκινούν από τη μονάδα
- **παράδειγμα:** Για να αποθηκευτούν αυτά τα αποτελέσματα πρέπει να ορίσουμε

$$t(1) = 0, t(2) = 0.1, t(3) = 0.2 \dots$$

$$y(1) = 3, y(2) = 2.45016 \dots$$

Time t, seconds	y, inches
0	3
0.1	2.45016
0.2	1.08578
0.3	-0.5072
0.4	-1.73
0.5	-2.1875
0.6	-1.8057
0.7	-0.8209

# Συνήθη λάθη που γίνονται χρησιμοποιώντας δείκτες στο MATLAB

---

- Χρησιμοποιώντας ως δείκτη το μηδέν:

```
>> t(0) = 0  
??? Subscript indices must either be real positive integers or  
logicals.
```

- Χρησιμοποιώντας δείκτη που δεν είναι ακέραιος: π.χ.  
Θέτοντας  $t(0.1)$  ίσο με μια τιμή επιστρέφει το ίδιο λάθος  
όπως παραπάνω

# Συνήθη λάθη που γίνονται χρησιμοποιώντας δείκτες στο MATLAB

- Χρησιμοποιώντας δείκτες με τιμές άλλες εκτός της μονάδας. Για παράδειγμα, εάν λαμβάνουμε την τιμή μιας θερμοκρασίας κάθε 10 seconds, και θέσουμε σαν  $T(10)$  την πρώτη τιμή, τότε οι πρώτες 9 τιμές του  $T$  θα γενίσουν με μηδενικά:

```
>> T(10) = 100
T =
0      0      0      0      0      0      0      0      0      100
```

(Δεν αναφέρεται λάθος, αλλά αυτό το αποτέλεσμα προφανώς δεν θα είναι το επιθυμητό)

- Όλα αυτά τα λάθη προκύπτουν από τη σύγχυση μεταξύ ανεξάρτητων μεταβλητών και δεικτών. Το να συνδέουμε τους δείκτες σαν διευθύνσεις βοηθάει στην αποφυγή λαθών

# Πίνακες πολλών διαστάσεων

---

- Μια μεταβλητή μπορεί να έχει περισσότερους από ένα δείκτη. Ένας δύο-διαστάσεων πίνακας είναι αντίστοιχος με την αποθήκευση δεδομένων σε ένα spreadsheet. Αντί για αριθμό γραμμής και αριθμό στήλης, ένας δύο-διαστάσεων πίνακας έχει δύο δείκτες.
- Παραδείγματα:  $t(1,5)$   $R(3,3)$   $temp(1,20)$
- **Αποτελεσματικός τρόπος να αποθηκεύσουμε δεδομένα:** εάν και οι δύο δείκτες κυμαίνονται μεταξύ 1-10, τότε ο αριθμός των τιμών που αποθηκεύονται είναι  $10 \times 10 = 100$



# Πίνακες

---

- Πολλές μαθηματικές λειτουργίες μπορούν να πραγματοποιηθούν χρησιμοποιώντας πίνακες- το όνομα MATLAB προέρχεται από τις λέξεις “**Matrix Laboratory**”
- Το μέγεθος ενός πίνακα ορίζεται από τους αριθμούς των γραμμών και των στηλών.

Παράδειγμα: ο 3x2 πίνακας:

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 7 & -5 \\ 6 & 12 \end{bmatrix}$$

# Διανύσματα

---

- **Μονοδιάστατοι πίνακες** αναφέρονται στο MATLAB σαν **διανύσματα** (*vectors*)
- Τα διανύσματα μπορούν να ταξινομηθούν ως **διανύσματα στήλης** (*column vectors*) όταν όλες οι τιμές βρίσκονται σε μια στήλη και ως **διανύσματα γραμμής** όπου όλες οι τιμές είναι σε μια γραμμή
- **Προσοχή:** στην κλασσική μηχανική, ο όρος διάνυσμα έχει διαφορετική έννοια: ένα διάνυσμα είναι μια φυσική ποσότητα που ορίζεται από το μέγεθος και τη διεύθυνση της

# Εισαγωγή πινάκων στο MATLAB

---

- Θεωρούμε τον πίνακα:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 1.6 \\ -2 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

- Η εισαγωγή του πίνακα στο MATLAB γίνεται ως εξής:

or

```
>> A = [3, 5, 1.6; -2, 0, 4]
```

```
>> A = [3 5 1.6; -2 0 4]
```

- **Κόμματα ή κενά διαστήματα** χωρίζουν τα στοιχεία του πίνακα σε μια γραμμή
- **Ερωτηματικά** χωρίζουν τις **στήλες**

# Η συνάρτηση **input( )** στο **MATLAB**

---

Με τη συνάρτηση `input( )` εμφανίζουμε ένα μήνυμα στην οθόνη, το οποίο απευθύνεται στο χρήστη. Στη συνέχεια περιμένει την απάντηση του χρήστη και θέτει την τιμή αυτή στην μεταβλητή.

## Γενική σύνταξη:

**`y=input('Enter a number between 1 and 10')`**

- Εμφανίζει στο χρήστη το μήνυμα:

Enter a number between 1 and 10

- Και στη συνέχεια θέτει την απάντηση στη μεταβλητή `y`

# Πράξεις σε 1-διάσταση

```
>> a=[1 3 6.2]
```

```
a =
```

```
1.0000 3.0000 6.2000
```

```
>> b=[0.7;-3;0]
```

```
b =
```

```
0.7000  
-3.0000  
0
```

```
>> a=2*a
```

```
a =
```

```
2.0000 6.0000 12.4000
```

```
>> a(2)=0.5*a(2)
```

```
a =
```

```
2.0000 3.0000 12.4000
```

# Πράξεις σε 1-διάσταση

---

```
>> a(4)=2*b(1)
```

```
a =
```

```
2.0000 3.0000 12.4000 1.4000
```

```
>> b=[0.7;-3;0]
```

```
b =
```

```
0.7000  
-3.0000  
0
```

```
>> b(7)=3
```

```
b =
```

```
0.7000  
-3.0000  
0  
0  
0  
0  
3.0000
```

```
>> b(5)=2*a(0)
```

```
??? Attempted to access a(0); index must be a  
positive integer or logical.
```

```
>> a(1)=3*b(10)
```

```
??? Attempted to access b(10); index out of  
bounds because numel(b)=7.
```

# Πράξεις σε 2-διαστάσεις

```
>> A=[1 -1 3; 4 -2 -4; 0 -3 0]
```

```
A =
```

```
1 -1 3
4 -2 -4
0 -3 0
```

```
>> A(3,2)
```

```
ans =
```

```
-3
```

Μου δείχνει ποιο  
στοιχείο βρίσκεται  
στη συντεταγμένη  
(3,2)

```
>> A(3,2)=A(1,1)
```

```
A =
```

```
1 -1 3
4 -2 -4
0 1 0
```

Αντικατέστησα  
μόνο το  
συγκεκριμένο  
στοιχείο

```
>> A(:,1)=A(:,2)+A(:,3)
```

```
A =
```

```
2 -1 3
-6 -2 -4
1 1 0
```

Αντικατέστησα την πρώτη  
στήλη με το άθροισμα της  
2<sup>ης</sup> και της 3<sup>ης</sup>

Ο συμβολισμός A(:,2)  
σημαίνει τα στοιχεία όλων  
των γραμμών που  
βρίσκονται στη 2<sup>η</sup> στήλη

# Κατασκευή πινάκων

Κατασκευή πίνακα χρησιμοποιώντας [κατασκευαστή](#)

Για να ορίσουμε μια λίστα στο MATLAB χρησιμοποιούμε τετραγωνικές αγκύλες, [ ]

```
a1=[2, 7, 71, 8, 9]
```

```
a1 =
```

```
2 7 71 8 9
```

```
a2=[3 8; 4 5]
```

```
a2 =
```

```
3 8
```

```
4 5
```

**Αντικατάσταση στοιχείων πίνακα:**

```
a1(3)=11
```

```
a1 =
```

```
2 7 11 8 9
```



## Κατασκευή πίνακα χρησιμοποιώντας τριάδες

**a = a\_initial:a\_step:a\_final**

---

Παραδείγματα (συνήθως χρησιμοποιούνται όταν υπάρχει περιοδικότητα στα στοιχεία του πίνακα)

```
d1=1:2:10
```

```
d1 =
```

```
1 3 5 7 9
```

```
d11=1:9
```

```
d11 =
```

```
1 2 3 4 5 6 7 8 9
```

```
d2=[1:1:5; 2:2:10; 1:.5:3]
```

```
d2 =
```

```
1.0000 2.0000 3.0000 4.0000 5.0000  
2.0000 4.0000 6.0000 8.0000 10.0000  
1.0000 1.5000 2.0000 2.5000 3.0000
```

# Βασικές εντολές πινάκων

πίνακες m×n

```
a1=[2, 7, 71, 8, 9]
```

```
a2=[3 8; 4 5]
```

```
a1 =
```

```
2 7 71 8 9
```

```
a2 =
```

```
3 8
```

```
4 5
```

**Size:** Η εντολή αυτή προσδιορίζει τις διαστάσεις μιας λίστας, δηλαδή προσδιορίζει τις τιμές των στοιχείων m και n που περιγράφουν τη λίστα.

```
size(a1)
```

```
ans =
```

```
size(a1)
```

```
ans =
```

```
1 5
```

```
size(a2)
```

```
ans =
```

```
2 2
```

**Length:** Ως μήκος μιας λίστας ορίζεται η μεγαλύτερη τιμή από τις διαστάσεις της, δηλαδή η μεγαλύτερη τιμή από τα στοιχεία m και n

```
length(a1)
```

```
ans =
```

```
5
```

```
length(a2)
```

```
ans =
```

```
2
```

**Numel:** Προσδιορίζει το συνολικό αριθμό των στοιχείων μιας λίστας

```
numel(a1)
```

```
ans =
```

```
5
```

```
numel(a2)
```

```
ans =
```

```
4
```

**`a = linspace(a1, a2, a3)`** παράγει μια μονοδιάστατη λίστα που το πλήθος των στοιχείων της είναι ίσο με `a3` , και τα οποία είναι ισοκατανεμημένα μεταξύ `a1` και `a2`

```
linspace(1,4,5)
ans =
    1.0000    1.7500    2.5000    3.2500    4.0000
```

**`zeros(m, n)`**: δημιουργεί μια λίστα διαστάσεων  $m \times n$  με όλα της τα στοιχεία ίσα με το μηδέν

```
zeros(2,3)          zeros(3)
ans =               ans =
    0    0    0      0    0    0
    0    0    0      0    0    0
                   0    0    0
```

**`ones(m, n)`**: δημιουργεί μια λίστα διαστάσεων  $m \times n$  με όλα της τα στοιχεία ίσα με τη μονάδα

```
ones(2,3)          ones(3)
ans =              ans =
    1    1    1     1    1    1
    1    1    1     1    1    1
                   1    1    1
```

**`eye(n)`**: δημιουργεί τη μοναδιαία λίστα διαστάσεων  $n \times n$

```
eye(3)
ans =
    1    0    0
    0    1    0
    0    0    1
```

**diag(a)**

c=diag([1,2,3,4])

ans =

```
1 0 0 0
0 2 0 0
0 0 3 0
0 0 0 4
```

---

diag(c)

ans =

```
1
2
3
4
```

**magic(n):** δημιουργεί την τετραγωνική λίστα διαστάσεων  $n \times n$ , η οποία έχει την ιδιότητα ότι το άθροισμα των στοιχείων μιας οποιασδήποτε σειράς, ή στήλης, ή των διαγωνίων της, είναι το ίδιο

magic(4)

ans =

```
16  2  3 13 =34
 5 11 10  8
 9  7  6 12
 4 14 15  1
=34 =34
```

**rand(m, n):** τότε δημιουργεί μια λίστα διαστάσεων  $m \times n$ , με τα στοιχεία της τυχαίους αριθμούς που είναι κατανομημένοι ομοιόμορφα στο διάστημα  $[0, 1]$

rand(2,3)

ans =

```
0.9501 0.6068 0.8913
0.2311 0.4860 0.7621
```

rand(3)

ans =

```
0.4057 0.4103 0.3529
0.9355 0.8936 0.8132
0.9169 0.0579 0.0099
```

# Πράξεις με πίνακες

## Πρόσθεση ή αφαίρεση αριθμού σε λίστα $A+c$ και $A-c$

```
A=[7,7,6; 1,9,4; 5,4,1]
A+2
ans =
    9    9    8
    3   11    6
    7    6    3
```

## Πολλαπλασιασμός ή διαίρεση λίστας με αριθμό $c*A$ , $A/c$ και $c\backslash A$

```
3*A
ans =
    21    21    18
     3    27    12
    15    12     3

A/3
ans =
    2.3333    2.3333    2.0000
    0.3333    3.0000    1.3333
    1.6667    1.3333    0.3333

3\A
ans =
    2.3333    2.3333    2.0000
    0.3333    3.0000    1.3333
    1.6667    1.3333    0.3333
```

## Αθροίσματα και διαφορές με λίστες $A+B$ , και $A-B$

μόνο όταν αυτές έχουν τις ίδιες διαστάσεις!

```
A=[7,7,6; 1,9,4; 5,4,1];
```

```
A+B
ans =
    18    13    11
     8    14    13
    13    10     3

A-B
ans =
    -4     1     1
    -6     4    -5
    -3    -2    -1
```

```
B=[11,6,5; 7,5,9; 8,6,2];
```

---

**Πολλαπλασιασμός (διαίρεση) με λίστες**  $A.*B$  και  $A./B$   $B.\backslash A$

Επειδή οι πράξεις με λίστες εκτελούνται στοιχείο προς στοιχείο, έπεται ότι οι ποσότητες  $A.*B$  και  $B.*A$  είναι ίσες μεταξύ τους, όπως και οι ποσότητες  $A./B$  και  $B.\backslash A$ .

**Δύναμη λίστας**  $A.^n$

```
A.^2  
ans =  
    49    49    36  
     1    81    16  
    25    16     1
```

$A=[7,7,6; 1,9,4; 5,4,1];$   
 $B=[11,6,5; 7,5,9; 8,6,2];$

**Ανάστροφη λίστα**  $A.'$  οι γραμμές γίνονται στήλες και οι στήλες γίνονται γραμμές

```
A=[7,7,6; 1,9,4; 5,4,1] → A.'  
ans =  
     7     1     5  
     7     9     4  
     6     4     1
```

# συναρτήσεις πινάκων

A=[7,7,6; 1,9,4; 5,4,1]

**min(a)** Όταν το a είναι μια δισδιάστατη λίστα, τότε η εντολή min(a) υπολογίζει το ελάχιστο στοιχείο κάθε στήλης ξεχωριστά, και αποδίδει τα αποτελέσματα ως μία μονοδιάστατη λίστα-γραμμή

```
min(A)          min(A(:))
ans =
    1    4    1          1
```

**max(a)** Όταν το a είναι μια δισδιάστατη λίστα, τότε η εντολή min(a) υπολογίζει το μέγιστο στοιχείο κάθε στήλης ξεχωριστά, και αποδίδει τα αποτελέσματα ως μία μονοδιάστατη λίστα-γραμμή

```
max(A)          max(A(:))
ans =
    7    9    6          9
```

**sum(a)** Όταν το a είναι μια δισδιάστατη λίστα, τότε η εντολή sum(a) υπολογίζει το άθροισμα των στοιχείων κάθε στήλης ξεχωριστά, και αποδίδει τα αποτελέσματα ως μία μονοδιάστατη λίστα-γραμμή

```
sum(A)          sum(A(:))
ans =
   13   20   11          44
```

# συναρτήσεις πινάκων

A=[7,7,6; 1,9,4; 5,4,1]

**prod(a)** Όταν το a είναι μια δισδιάστατη λίστα, τότε η εντολή prod(a) υπολογίζει το γινόμενο των στοιχείων κάθε στήλης ξεχωριστά, και αποδίδει τα αποτελέσματα ως μία μονοδιάστατη λίστα-γραμμή

```
prod(A)          prod(A(:))
ans =            ans =
    35    252    24          211680
```

**sort(a)** Όταν το a είναι μια δισδιάστατη λίστα, τότε η εντολή sort(a) ταξινομεί τα στοιχεία κάθε στήλης ξεχωριστά, και αποδίδει τα αποτελέσματα ως μία μονοδιάστατη λίστα-γραμμή

```
sort(A)
ans =
     1     4     1
     5     7     4
     7     9     6
```



# Παραδείγματα:

---

[1] Να υπολογιστεί το ημίτονο των γωνιών από μηδέν μέχρι  $\pi$  ακτίνια, με βήμα  $\pi/4$ .

[2] Δημιουργείστε μια  $3 \times 4$  λίστα , με την εντολή `10*rand(3, 4)`, και υπολογίστε το λογάριθμο των στοιχείων της.

[1] Να υπολογιστεί το ημίτονο των γωνιών από μηδέν μέχρι  $\pi$  ακτίνια, με βήμα  $\pi/4$ .

---

```
sin([0:pi/4:pi])
```

```
ans =
```

```
0 0.7071 1.0000 0.7071 0.0000
```

[2] Δημιουργείστε μια  $3 \times 4$  λίστα , με την εντολή  $10 * \text{rand}(3, 4)$ , και υπολογίστε το λογάριθμο των στοιχείων της,

```
a=10*rand(3,4)
```

```
a =
```

```
3.1269 6.8312 6.1240 0.1635  
0.1286 0.9284 6.0854 1.9007  
3.8397 0.3534 0.1576 5.8692
```

```
log(a)
```

```
ans =
```

```
1.1400 1.9215 1.8122 -1.8106  
-2.0508 -0.0743 1.8059 0.6422  
1.3454 -1.0402 -1.8477 1.7697
```

# Saving a MATLAB session **.mat files**

---

Μπορούμε να σώσουμε στο MATLAB κάποιες από τις μεταβλητές που έχουμε χρησιμοποιήσει χρησιμοποιώντας την εντολή `save` γράφοντας επίσης ένα όνομα `name.mat`

Π.χ. **>> save rectangles**

(σώζουμε όλες τις μεταβλητές που είναι διαθέσιμες στο session) Η έκταση `.mat` μπαίνει by default.

**>> load rectangles**

(φορτώνουμε στη μνήμη όλες τις μεταβλητές που είναι διαθέσιμες στο session με όνομα `rectangles`)

**>> saverectangles x y**

(σώζουμε μόνο τις `x` και `y` από όλες τις μεταβλητές που είναι διαθέσιμες στο session)

# Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Πατρών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



# Σημείωμα Αναφοράς

---

Copyright©2014 Πανεπιστήμιο Πατρών, Τμήμα Χημικών Μηχανικών,  
Καθ. Δημήτρης Ματαράς ([mataras@upatras.gr](mailto:mataras@upatras.gr)), «Εργαστήριο  
Υπολογιστών» «Πίνακες στο MATLAB»

Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:

<https://eclass.upatras.gr/courses/CMNG2112/>

# Σημείωμα Αδειοδότησης

---

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.