ΦΥΣΙΚΟΧΗΜΕΙΑ Ι

Ενότητα 4
Αρχές της Κβαντικής Μηχανικής

Δημήτρης Κονταρίδης

Αναπληρωτής Καθηγητής

Πολυτεχνική Σχολή
Τμήμα Χημικών Μηχανικών

Ενδεικτική βιβλιογραφία

1. ATKINS, ΦΥΣΙΚΟΧΗΜΕΙΑ
   P.W. Atkins, J. De Paula
   (Atkins' Physical Chemistry, 9th Edition, 2010)
   Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης, 2014

2. ΣΤΟΙΧΕΙΩΔΗΣ ΚΒΑΝΤΙΚΗ ΦΥΣΙΚΗ
   Στέφανος Τραχανάς
   Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης, 2012

3. PHYSICAL CHEMISTRY: A Molecular Approach
   D.A. McQuarrie, J.D. Simon
   University Science Books, Sausalito, California, 1997

4. PRINCIPLES OF PHYSICAL CHEMISTRY, 2nd Edition
   H. Kuhn, H.-D. Forsterling, D.H. Waldeck
   John Wiley & Sons, Inc., 2000

Αρχές της Κβαντικής Μηχανικής

Πληροφορίες από την κυματοσυνάρτηση

Η κυματοσυνάρτηση περιέχει όλες τις πληροφορίες που σχετίζονται με τις δυναμικές ιδιότητες του σωματιδίου (π.χ., θέση και ορμή).

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi + V\psi = E\psi \qquad \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

Για σωματίδιο μάζας *m* που κινείται παράλληλα με τον άξονα *x* με μηδενική δυναμική ενέργεια (*V*=0), η εξίσωση γίνεται:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi}{dx^2} = E\psi$$

Οι λύσεις της εξίσωσης είναι της παρακάτω μορφής, όπου *A* και *B* είναι σταθερές.

$$\psi = Ae^{ikx} + Be^{-ikx} \qquad E = \frac{k^2\hbar^2}{2m}$$

Πληροφορίες από την κυματοσυνάρτηση

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi}{dx^2} = E\psi$$

$$\boxed{\psi = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}}$$

$$\boxed{E = \frac{k^2\hbar^2}{2m}}$$

Για να βεβαιωθούμε ότι η ψ είναι λύση της εξίσωσης, απλά αντικαθιστούμε στο αριστερό μέλος και επιβεβαιώνουμε ότι το αποτέλεσμα είναι $E\psi$:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi}{dx^2} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}\left(Ae^{ikx} + Be^{-ikx}\right)$$

$$= -\frac{\hbar^2}{2m}\left[A(ik)^2 e^{ikx} + B(-ik)^2 e^{-ikx}\right]$$

$$= \boxed{\frac{\hbar^2 k^2}{2m}}\boxed{\left(Ae^{ikx} + Be^{-ikx}\right)}$$

$$= E\psi$$

$$\frac{d}{dx}\left(e^{ikx}\right) = ik\left(e^{ikx}\right)$$

$$\frac{d^2}{dx^2}\left(e^{ikx}\right) = (ik)^2\left(e^{ikx}\right)$$

Πυκνότητα πιθανότητας

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi}{dx^2} = E\psi \qquad \psi = Ae^{ikx} + Be^{-ikx} \qquad E = \frac{k^2\hbar^2}{2m}$$

Οι τιμές A και B μπορούν να υπολογιστούν, αλλά προς το παρόν μπορούμε να τις θεωρήσουμε ως αυθαίρετες σταθερές.

Για ευκολία, υποθέτουμε ότι B=0, οπότε η κυματοσυνάρτηση είναι:

$$\psi = Ae^{ikx}$$

Για να βρούμε που είναι το σωματίδιο, πρέπει να υπολογίσουμε την πυκνότητα πιθανότητας:

$$|\psi|^2 = \left(Ae^{ikx}\right)^*\left(Ae^{ikx}\right) = \left(A^*e^{-ikx}\right)\left(Ae^{ikx}\right) = |\mathrm{A}|^2$$

Παρατηρούμε ότι η πυκνότητα πιθανότητας δεν εξαρτάται από το x και, επομένως, η πιθανότητα εύρεσης του σωματιδίου είναι η ίδια σε κάθε θέση.

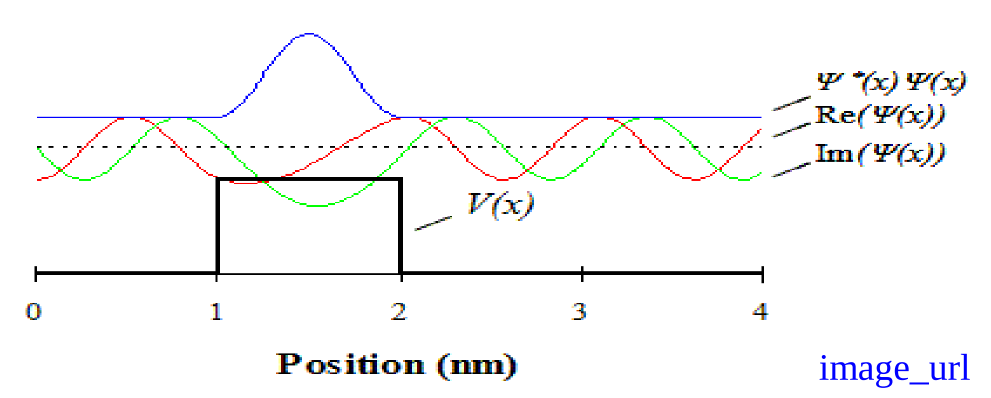
Άρα, δε μπορούμε να προβλέψουμε τη θέση του σωματιδίου.

Παρόμοιο αποτέλεσμα λαμβάνεται για A=0, οπότε $|\psi|^2 = |B|^2$.

Πυκνότητα πιθανότητας

Το τετράγωνο μιας κυματοσυνάρτησης που αντιστοιχεί σε καθορισμένη γραμμική ορμή είναι μια σταθερά.

Επομένως, αντιστοιχεί σε ομοιόμορφη πιθανότητα εύρεσης του σωματιδίου σε κάποια θέση.



$$|\psi|^2 = \left(Ae^{ikx}\right)^* \left(Ae^{ikx}\right) = \left(A^* e^{-ikx}\right)\left(Ae^{ikx}\right) = |\mathrm{A}|^2$$

Παρατηρούμε ότι η πυκνότητα πιθανότητας δεν εξαρτάται από το x και, επομένως, η πιθανότητα εύρεσης του σωματιδίου είναι η ίδια σε κάθε θέση.

Άρα, δε μπορούμε να προβλέψουμε τη θέση του σωματιδίου.

Παρόμοιο αποτέλεσμα λαμβάνεται για A=0, οπότε $|\psi|^2 = |B|^2$.

Πυκνότητα πιθανότητας

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi}{dx^2}=E\psi \qquad \psi = Ae^{ikx}+Be^{-ikx} \qquad E=\frac{k^2\hbar^2}{2m}$$

Ας υποθέσουμε τώρα ότι *A=B*. Τότε:

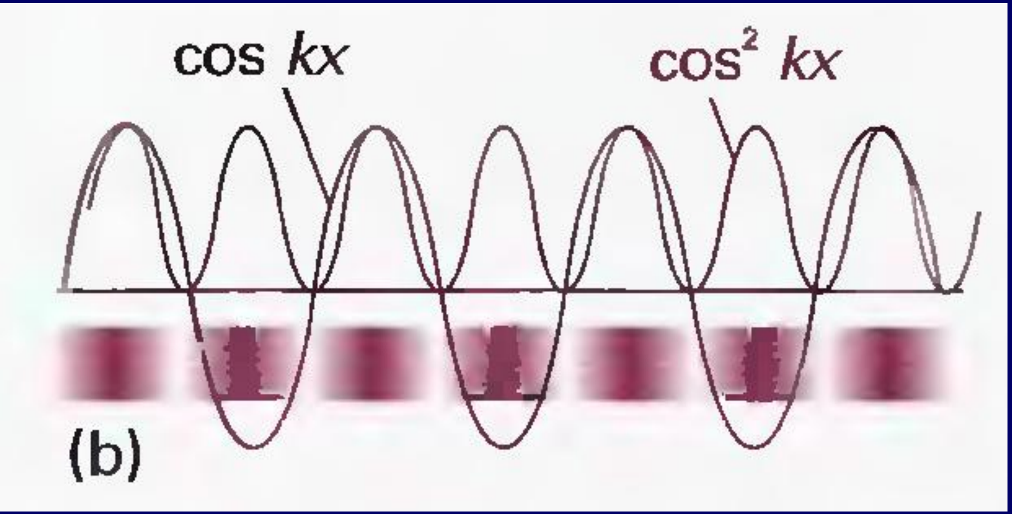
$$\psi = A\left(e^{ikx}+e^{-ikx}\right)\Rightarrow \psi = 2A\cos kx$$

Γνωρίζουμε ότι

$$\cos x = \frac{e^{ix}+e^{-ix}}{2}$$

Η πυκνότητα πιθανότητας είναι:

$$|\psi|^2=\left(2A\cos kx\right)^*\left(2A\cos kx\right)\Rightarrow |\psi|^2=4|A|^2\cos^2 kx$$



Η πυκνότητα πιθανότητας κυμαίνεται μεταξύ 0 και 4IAI^2.

Η τιμή 0 λαμβάνεται στα σημεία όπου η κυματοσυνάρτηση περνά από το μηδέν.

Τελεστές, ιδιοτιμές και ιδιοσυναρτήσεις

Η εξίσωση Schrödinger στη γενική της μορφή γράφεται ως: $H\psi = E\psi$

Για μία διάσταση:

$$\boxed{H = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2} + V(x)}$$

Η ποσότητα H είναι ένας τελεστής, ένα σύμβολο για την εκτέλεση ορισμένων μαθηματικών πράξεων στη συνάρτηση ψ.

Άλλα παραδείγματα τελεστών είναι τα ακόλουθα:

$$\sqrt{} \qquad \frac{\partial}{\partial x} \qquad A\left(\frac{d^2}{dx^2}\right) + B\left(\frac{d}{dx}\right) + C \qquad \int_a^b \ldots dx$$

Ο τελεστής H παίζει σημαντικό ρόλο στην Κβαντομηχανική, και ονομάζεται Χαμιλτονιανός Τελεστής.

Ο χαμιλτονιανός τελεστής είναι ο τελεστής που αντιστοιχεί στην ολική ενέργεια του συστήματος (κινητική + δυναμική).

Τελεστές, ιδιοτιμές και ιδιοσυναρτήσεις

Η εξίσωση Schrödinger είναι μια εξίσωση ιδιοτιμής, δηλαδή μια εξίσωση της μορφής:

$$H\psi = E\psi$$

(Τελεστής)(συνάρτηση) = (σταθερός παράγοντας) x (ίδια συνάρτηση)

Η εξίσωση ιδιοτιμής έχει τη γενική μορφή:

$$\Omega\psi = \omega\psi$$

Ο παράγοντας ω ονομάζεται ιδιοτιμή του τελεστή Ω.

Η ιδιοτιμή της παραπάνω εξίσωσης Schrodinger είναι η ενέργεια.

Η συνάρτηση ψ ονομάζεται ιδιοσυνάρτηση του τελεστή Ω και είναι διαφορετική για κάθε ιδιοτιμή.

Η ιδιοσυνάρτηση της παραπάνω εξίσωσης αντιστοιχεί στην ενέργεια E.

Επομένως, για να επιλυθεί η εξίσωση Schrödinger πρέπει "*να βρεθούν οι ιδιοτιμές και οι ιδιοσυναρτήσεις του χαμιλτονιανού τελεστή του συστήματος*".

Οι κυματοσυναρτήσεις είναι οι ιδιοσυναρτήσεις του χαμιλτονιανού τελεστή, και οι αντίστοιχες ιδιοτιμές είναι οι επιτρεπτές ενέργειες.

Τελεστές, ιδιοτιμές και ιδιοσυναρτήσεις

$$H\psi = E\psi \qquad H = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2} + V(x)$$ (Για μία διάσταση)

Η ενέργεια στην παραπάνω εξίσωση είναι ένα παρατηρήσιμο μέγεθος της Κλασικής Φυσικής, η μέτρηση του οποίου δίνει μια τιμή.

Η σημαντικότητα των εξισώσεων ιδιοτιμής έγκειται στο γεγονός ότι το πρότυπο

(τελεστής ενέργειας) ψ = (ενέργεια) × ψ

μπορεί να επαναληφθεί για άλλα παρατηρήσιμα μεγέθη ή μετρήσιμες ποσότητες του συστήματος όπως η ορμή, η ηλεκτρική διπολική ροπή, κ.λ.

Γενική εξίσωση: [Τελεστής που αντιστοιχεί σε παρατηρήσιμο μέγεθος] ψ = [Τιμή παρατηρήσιμου μεγέθους] x ψ

Οι τελεστές της θέσης και της ορμής ενός σωματιδίου σε μια διάσταση, x, είναι:

$$x = x\times \qquad \text{και} \qquad p_x = \frac{\hbar}{i}\frac{d}{dx}$$

Τελεστές, ιδιοτιμές και ιδιοσυναρτήσεις

Οι τελεστές θέσης και ορμής μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την κατασκευή άλλων τελεστών.

$$x = x \times \qquad p_x = \frac{\hbar}{i}\frac{d}{dx}$$

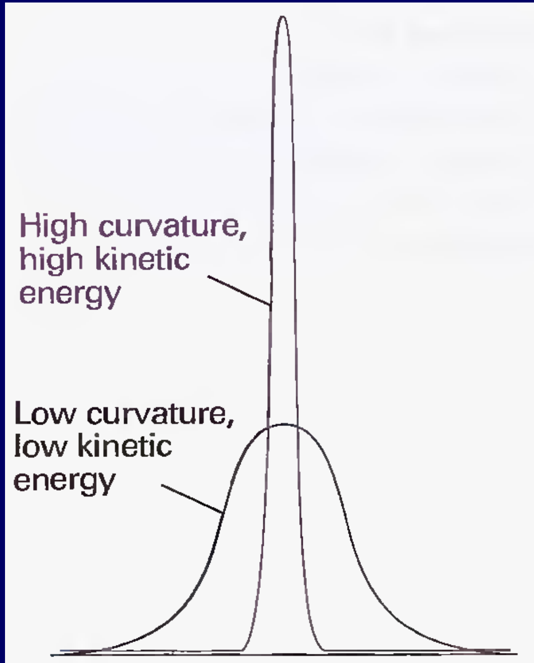
Για παράδειγμα, ας υποθέσουμε πως θέλουμε να βρούμε τον τελεστή για δυναμική ενέργεια της μορφής $V=1/2kx^2$, όπου k είναι σταθερά, για την κινητική ενέργεια, $E_K= p_x^2/2m$, και για την ολική ενέργεια.

$$V = \frac{1}{2}kx^2 \times$$

Άρα, η κινητική ενέργεια σχετίζεται με την καμπυλότητα της κυματοσυνάρτησης.

$$E_K = \frac{1}{2m}\left(\frac{\hbar}{i}\frac{d}{dx}\right)\left(\frac{\hbar}{i}\frac{d}{dx}\right) = -\frac{\hbar^2}{2m}\boxed{\frac{d^2}{dx^2}}$$

$$H = E_K + V = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2} + V$$



Ερμητιανοί τελεστές

Όλοι οι τελεστές της Κβαντικής Μηχανικής που αντιστοιχούν σε παρατηρήσιμα μεγέθη έχουν μια πολύ σημαντική μαθηματική ιδιότητα: είναι «ερμητιανοί».

Ερμητιανός τελεστής είναι εκείνος για τον οποίο είναι αληθής η ακόλουθη σχέση:

$$\int \psi_i^* \Omega \psi_j d\tau = \left[\int \psi_j^* \Omega \psi_i d\tau \right]^*$$

Οι ερμητιανοί τελεστές χαρακτηρίζονται από δύο πολύ σημαντικές ιδιότητες:

(α) Οι ιδιοτιμές τους είναι πραγματικοί αριθμοί

Όλα τα παρατηρήσιμα μεγέθη έχουν πραγματικές τιμές και, επομένως, σε όλα τα παρατηρήσιμα μεγέθη αντιστοιχούν ερμητιανοί τελεστές.

(β) οι ιδιοσυναρτήσεις τους είναι ορθογώνιες (ορθοκανονικές).

Δύο κυματοσυναρτήσεις ψ_i και ψ_j είναι ορθογώνιες όταν το ολοκλήρωμά του γινομένου τους σε όλο το χώρο είναι μηδέν.

$$\int \psi_i \psi_j d\tau = 0 \quad \text{για} \quad i \neq j$$

Ερμητιανοί τελεστές – Ορθογωνικότητα

Για παράδειγμα, ο χαμιλτονιανός τελεστής είναι ερμητιανός, γιατί αντιστοιχεί σε ένα παρατηρήσιμο μέγεθος, την ενέργεια.

Επομένως, αν η ψ_1 αντιστοιχεί σε μια ενέργεια και η ψ_2 σε μια διαφορετική ενέργεια, τότε ξέρουμε αμέσως ότι οι δύο κυματοσυναρτήσεις είναι **ορθοκανονικές** και το ολοκλήρωμα του γινομένου τους στο χώρο είναι μηδέν.

(α) Οι ιδιοτιμές τους είναι **πραγματικοί** αριθμοί

Όλα τα παρατηρήσιμα μεγέθη έχουν πραγματικές τιμές και, επομένως, σε όλα τα παρατηρήσιμα μεγέθη αντιστοιχούν ερμητιανοί τελεστές.

(β) οι ιδιοσυναρτήσεις τους είναι **ορθογώνιες** (**ορθοκανονικές**).

Δύο κυματοσυναρτήσεις ψ_i και ψ_j είναι **ορθογώνιες** όταν το ολοκλήρωμά του γινομένου τους σε όλο το χώρο είναι μηδέν.

$$\int \psi_i \psi_j d\tau = 0 \quad \text{για} \quad i \neq j$$

Υπέρθεση και αναμενόμενες τιμές

Έστω η ακόλουθη κυματοσυνάρτηση, όπου $A=B$.

Ποια είναι η **ορμή** του σωματιδίου που περιγράφει;

$$\psi = Ae^{ikx} + Be^{-ikx} = A\left(e^{ikx} + e^{-ikx}\right) \quad \Rightarrow \psi = 2A\cos kx$$

Εάν χρησιμοποιήσουμε την τεχνική των τελεστών για μια διάσταση, βρίσκουμε

$$p_x = \frac{\hbar}{i}\frac{d}{dx}$$

$$p_x\psi = \frac{\hbar}{i}\frac{d}{dx}\left(2A\cos kx\right) = \frac{2\hbar}{i}A\frac{d\left(\cos kx\right)}{dx} = -\frac{2k\hbar}{i}A\sin kx$$

Αυτή **δεν είναι μια εξίσωση ιδιοτιμής**, επειδή η συνάρτηση στο δεξιό μέλος της εξίσωσης είναι διαφορετική από την αρχική.

Όταν η κυματοσυνάρτηση ενός σωματιδίου **δεν είναι** ιδιοσυνάρτηση ενός τελεστή, το φυσικό μέγεθος στο οποίο αντιστοιχεί **δεν έχει** καθορισμένη τιμή.

Υπέρθεση

Στο παράδειγμα αυτό, η ορμή δεν είναι εντελώς απροσδιόριστη, επειδή η συνημιτονοειδής συνάρτηση είναι μια γραμμική υπέρθεση των e^{ikx} και e^{-ikx}.

$$\psi = Ae^{ikx} + Be^{-ikx} = A\left(e^{ikx} + e^{-ikx}\right) \quad \Rightarrow \psi = 2A\cos kx$$

Όπως είδαμε παραπάνω, καθεμιά από αυτές τις συναρτήσεις αντιστοιχεί σε κατάσταση καθορισμένης ορμής.

Λέμε τότε ότι η ολική κυματοσυνάρτηση είναι υπέρθεση περισσοτέρων από μιας κυματοσυναρτήσεις:

$$\psi = \boxed{\psi_{\rightarrow}} + \boxed{\psi_{\leftarrow}}$$

Σωματίδιο με γραμμική ορμή $+k\hbar$

Σωματίδιο με γραμμική ορμή $-k\hbar$

Όταν η κυματοσυνάρτηση ενός σωματιδίου δεν είναι ιδιοσυνάρτηση ενός τελεστή, το φυσικό μέγεθος στο οποίο αντιστοιχεί δεν έχει καθορισμένη τιμή.

Υπέρθεση

Αν η ορμή του σωματιδίου μετρηθεί επανειλημμένα μέσω μιας μακράς σειράς παρατηρήσεων, τότε το μέτρο της θα βρεθεί ότι είναι $k\hbar$ σε όλες τις μετρήσεις.

$$\psi = Ae^{ikx} + Be^{-ikx} = A\left(e^{ikx} + e^{-ikx}\right) \Rightarrow \psi = 2A\cos kx$$

Όμως, επειδή οι δύο συνιστώσες κυματοσυναρτήσεις συμμετέχουν εξίσου στην υπέρθεση, οι μισές μετρήσεις θα δείξουν ότι το σωματίδιο κινείται προς τα δεξιά και οι μισές ότι κινείται προς τα αριστερά.

$$\psi = \boxed{\psi_{\rightarrow}} + \boxed{\psi_{\leftarrow}}$$

Σωματίδιο με γραμμική ορμή **$+k\hbar$**

Σωματίδιο με γραμμική ορμή **$-k\hbar$**

Η ίδια ερμηνεία εφαρμόζεται σε οποιαδήποτε κυματοσυνάρτηση γράφεται ως μια γραμμική υπέρθεση ιδιοσυναρτήσεων ενός τελεστή.

Υπέρθεση

Έστω ότι η κυματοσυνάρτηση μπορεί να γραφτεί σα γραμμικός συνδυασμός πολλών διαφορετικών ιδιοσυναρτήσεων της ορμής:

$$\psi = c_1\psi_1 + c_2\psi_2 + \ldots = \sum_k c_k\psi_k$$

Τότε, σύμφωνα με την κβαντική μηχανική:

1. Όταν μετριέται η ορμή, σε κάθε παρατήρηση θα βρίσκεται μια από τις ιδιοτιμές που αντιστοιχούν στις ψ_k, οι οποίες συμμετέχουν στην υπέρθεση.
2. Η πιθανότητα να μετρηθεί μια συγκεκριμένη ιδιοτιμή σε μια σειρά παρατηρήσεων είναι ανάλογη με το τετράγωνο του μέτρου του συντελεστή της στην υπέρθεση, $|c_k|^2$.

   Από τη συνθήκη κανονικοποίησης της ολικής κυματοσυνάρτησης προκύπτει ότι:

$$\sum_k |c_k|^2 = 1$$

3. Η μέση τιμή για μεγάλο αριθμό παρατηρήσεων δίνεται από την αναμενόμενη τιμή, $\langle \Omega \rangle$, του τελεστή Ω που αντιστοιχεί στο παρατηρήσιμο μέγεθος που μας ενδιαφέρει.

Η αναμενόμενη τιμή

Η **αναμενόμενη τιμή** ενός τελεστή ορίζεται ως:

$$\langle \Omega \rangle = \int \psi^* \Omega \psi d\tau$$

Ο τύπος αυτός ισχύει μόνο για **κανονικοποιημένες κυματοσυναρτήσεις**.

Εάν η ψ είναι μια ιδιοσυνάρτηση του Ω με ιδιοτιμή ω, τότε

$$\langle \Omega \rangle = \int \psi^* \Omega \psi d\tau = \int \psi^* \omega \psi d\tau = \omega \int \psi^* \psi d\tau = \omega$$

Εάν η ψ δεν είναι ιδιοσυνάρτηση του τελεστή που μας ενδιαφέρει, τότε

$$\langle \Omega \rangle = |c_1|^2 \omega_1 + |c_2|^2 \omega_2 + \ldots$$

Η αρχή της απροσδιοριστίας

Είδαμε πως ένα σωματίδιο με κυματοσυνάρτηση $\psi = Ae^{ikx}$ έχει καθορισμένη γραμμική ορμή και κινείται προς τα δεξιά ($p_x = +k\hbar$).

Είδαμε επίσης σε προηγούμενη ενότητα ότι η θέση του σωματιδίου που περιγράφεται από αυτή την κυματοσυνάρτηση είναι εντελώς απροσδιόριστη.

Με άλλα λόγια, αν η ορμή του σωματιδίου είναι επακριβώς γνωστή, είναι αδύνατο να προσδιοριστεί η θέση του.

Η πρόταση αυτή είναι το μισό μιας ειδικής περίπτωσης της Αρχής της Απροσδιοριστίας του Heisenberg, σύμφωνα με την οποία:

Είναι αδύνατο να προσδιοριστούν ταυτόχρονα και με αυθαίρετη ακρίβεια η ορμή και η θέση ενός σωματιδίου.

Η ποσοτική έκφραση της αρχής αυτής είναι η ακόλουθη:

$$\Delta p \Delta q \geq \frac{1}{2}\hbar$$

Δp είναι η αβεβαιότητα στην ορμή

Δq είναι η αβεβαιότητα στη θέση.

Μεταθέτης τελεστών

Ως μεταθέτης [*A*,*B*] δύο τελεστών *A* και *B* ορίζεται η διαφορά:

$$\left[A,B\right]=AB-BA$$

Ο μεταθέτης είναι μια βασική ποσότητα στην κβαντομηχανική διότι ο μηδενισμός του ή όχι καθορίζει αν τα αντίστοιχα μεγέθη είναι συμβιβαστά ([*A*,*B*]=0) ή ασυμβίβαστα ([*A*,*B*]≠0).

- **Δύο κβαντομηχανικά μεγέθη *A* και *B*** ***μπορούν να μετρηθούν ταυτόχρονα με απόλυτη ακρίβεια*** **μόνο αν είναι συμβιβαστά.**
- **Αντίθετα, αν οι τελεστές των δύο μεγεθών δε μετατίθενται,** ***τα δύο μεγέθη είναι αδύνατον να μετρηθούν ταυτόχρονα με απόλυτη ακρίβεια*****.**

Γενικευμένη σχέση αβεβαιότητας: ***"Το γινόμενο των αβεβαιοτήτων δύο ασυμβίβαστων φυσικών μεγεθών δε μπορεί να γίνει ποτέ μικρότερο από το ήμισυ της απόλυτης μέσης τιμής του μεταθέτη τους"***

$$\Delta A\cdot\Delta B\geq\frac{1}{2}\left|\left\langle\left[A,B\right]\right\rangle\right|$$

Σύνοψη

Κυματοσυνάρτηση, ψ, είναι μια μαθηματική συνάρτηση, η οποία παριστάνει το υπό εξέταση σύστημα και περιέχει κάθε σχετική πληροφορία για το σύστημα.

Το βασικό αντικείμενο της Κβαντικής Μηχανικής είναι η εύρεση των κυματοσυναρτήσεων και η άντληση πληροφοριών από αυτές.

Ο Born υπέδειξε ότι το τετράγωνο του μέτρου της κυματοσυνάρτησης, $|\psi|^2=\psi^*\psi$, είναι η **πυκνότητα της πιθανότητας** να βρεθεί ένα σωματίδιο σε ορισμένη θέση, σε δοθέντα χρόνο.

Για να έχει φυσική σημασία η πυκνότητα πιθανότητας, η κυματοσυνάρτηση πρέπει να είναι συνεχής, μονότιμη και ορισμένη.

Το ολοκλήρωμα της πυκνότητας πιθανότητας στο χώρο πρέπει να ισούται με τη μονάδα, οπότε η κυματοσυνάρτηση λέγεται **κανονικοποιημένη**.

Παρατηρήσιμα μεγέθη είναι τα γνωστά μεγέθη της κλασικής Φυσικής, όπως η θέση, ο χρόνος, η ορμή, κ.λ., η μέτρηση των οποίων δίνει μια τιμή.

Είναι αδύνατο να προσδιοριστούν ταυτόχρονα, και με αυθαίρετη ακρίβεια δύο **ασυμβίβαστα** μεγέθη, π.χ., η ορμή και η θέση ενός σωματιδίου.

Αναφορές

Σε όσες εικόνες δεν αναφέρεται η προέλευσή τους προέρχονται από το βιβλίο

ATKINS, ΦΥΣΙΚΟΧΗΜΕΙΑ

P.W. Atkins, J. De Paula

(Atkins' Physical Chemistry, 9th Edition, 2010)

Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης, 2014

Τέλος
Ενότητας

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Σημείωμα Ιστορικού εκδόσεων έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση 1.0.0.

Σημείωμα αναφοράς

Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:

https://eclass.upatras.gr/courses/CMNG2172/

Σημείωμα αδειοδότησης