ΚΕΦ.8 ΜΗΧΑΝΙΣΜΟΙ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ ΜΑΖΑΣ
ΚΕΦ.9 ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ STREETER-PHELPS ΡΥΠΑΝΣΗ ΠΟΤΑΜΩΝ ΚΑΙ ΛΙΜΝΩΝ

Λυμένες Ασκήσεις (ΜΠ322-12)

Άσκηση 8.1

Έστω μια σταθερή πηγή εκπομπής ρύπου στη Σαντορίνη. Τι θα συμβεί αν πνέει βόρειος άνεμος ταχύτητας u_0=18 km/h; Έστω ότι η απόσταση Σαντορίνης – Ηρακλείου είναι 240 km. Πότε θα ανιχνευθεί ο ρύπος στο Ηράκλειο;

Αν υποθέσουμε ότι ταυτόχρονα ο ρύπος ανιχνεύεται στα Χανιά τα οποία απέχουν 120 km από το Ηράκλειο, ποια είναι η τιμή του συντελεστή διασποράς, Ε;

Η απάντηση είναι διττή: Ο ρύπος θα συμπαρασυρθεί (συμμεταφερθεί) από τον άνεμο προς το Νότο. (Ο Βοριάς ή Τραμουντάνα είναι άνεμος που πνέει από Βορρά προς Νότο). Το φαινόμενο αυτό μεταφοράς του ρύπου ονομάζεται συμμεταφορά (convection). Η συμμεταφορά οφείλεται στη ροή του ρευστού (στη συγκεκριμένη περίπτωση αέρα), δηλαδή πρόκειται για ένα μακροσκοπικό φαινόμενο (μακροσκοπική κίνηση) που εκφράζεται συνήθως με μια μέση ταχύτητα u. Οπότε σύμφωνα με τη γεωγραφία της Ελλάδας ο ρύπος θα περάσει κι από το Ηράκλειο.

Παράλληλα θα έχουμε και διασκορπισμό του ρύπου λόγω ύπαρξης ρευμάτων στον ατμοσφαιρικό αέρα, άρα θα έχουμε και διασπορά του ρύπου. Εφόσον έχουμε και διασπορά ο ρύπος μπορεί να περάσει κι από τα Χανιά.

Για τον υπολογισμό του χρόνου, θεωρούμε τον μηχανισμό της συμμεταφοράς. Εφόσον ο ρύπος κινείται με την ταχύτητα του ανέμου, u_0=18 km/h, τότε θα φτάσει στο Ηράκλειο σε χρόνο:

$$u_0 \cdot t_0 = s \Rightarrow t_0 = \frac{s}{u_0} \Rightarrow t_0 = \frac{240\text{km}}{18\,\frac{\text{km}}{\text{h}}\,\frac{\text{h}}{3600\text{s}}} \Rightarrow t_0 = 48000\ \text{s}$$

Αν υποθέσουμε ότι ταυτόχρονα ο ρύπος ανιχνεύεται στα Χανιά τα οποία απέχουν 120 km από το Ηράκλειο, ποια είναι η τιμή του συντελεστή διασποράς, Ε;

Εφόσον ο ρύπος ανιχνεύεται ταυτόχρονα στα Χανιά αυτό συνεπάγεται ότι το πάχος διείσδυσης B_P του μετώπου διασποράς του ρύπου είναι ίσο με την απόσταση Ηρακλείου Χανίων, δηλ. B_P=120 km.

Το πάχος διείσδυσης δίνεται από τον τύπο: $B_P = 4\sqrt{E \cdot t_0}$ οπότε ο συντελεστής διασποράς είναι:

$$E = \frac{B_P^2}{16 \cdot t_0} \Rightarrow E = \frac{120^2\ \text{km}^2}{16 \cdot 48000\text{s}} \left| \frac{10^6 \text{m}^2}{\text{km}^2} \right. \Rightarrow E = 18750\ \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

ή $E = \frac{120^2\ km^2}{16 \cdot 48000s} \left| \frac{3600\ s}{h} \right. \Rightarrow E = 67{,}5\frac{km^2}{h}$

Άσκηση 8.2

Η ταχύτητα του ποταμού Νείλου, w, σε απόσταση x=1400 m από τις πηγές του είναι 20 cm/s και η υψομετρική διαφορά στην απόσταση αυτή είναι 1200-400= 800 m. Να υπολογιστεί η σταθερά k του Darcy .

Εάν οι πηγές του Νείλου μολυνθούν με ρυπαντικό φορτίο L_0=10,0 mg/L κι η αρχική έλλειψη οξυγόνου είναι D_0=0 mg/L να ευρεθούν τα L και D στην απόσταση x όταν οι σταθερές k_d και k_a είναι 0,6 ανά ημέρα και 2,0 ανά ημέρα, αντίστοιχα. Ο συντελεστής E είναι 10^{-2} m^2/s

---

Η σταθερά k του Darcy υπολογίζεται από την εξίσωση: $u = K\frac{\Delta h}{\Delta x}$

Για Δh=800m, Δx=(1400-0)m=1400m και u=20cm/s=0.2m/s προκύπτει ότι:

$$K = u\frac{\Delta x}{\Delta h} = 0{,}2\frac{m}{s}\frac{1400m}{800m} \Rightarrow K = 0{,}35m/s$$

Δίνονται επίσης: L_o=10mg/l, D_o=0mg/l, k_d=0,6/day, k_a=2,0/day και E=$10^{-2}m^2/s$

Η τελική συγκέντρωση του ρυπαντικού φορτίου L δίνεται από τη σχέση:

$$L = L_O \cdot \exp(-k_d x/\bar{u})$$

Για λόγους ομοιογένειας των διαστάσεων πρέπει να μετατραπούν οι συντελεστές k_d, k_a από 1/day σε 1/s, ήτοι

$$k_d = 0{,}6\frac{}{day}\frac{1day}{24h}\frac{1h}{3600s} \Rightarrow k_d = 6{,}94 \cdot 10^{-6}/s$$ και

$$k_a = 2\frac{}{day}\frac{1day}{24h}\frac{1h}{3600s} \Rightarrow k_a = 23{,}15 \cdot 10^{-6}/s$$

και η ταχύτητα σε m/s

$$\bar{u} = 20\frac{cm}{s}\frac{1m}{100cm} \Rightarrow \bar{u} = 0{,}2m/s$$

Οπότε:

$$L = L_O \cdot \exp(-k_d x/\bar{u}) = 10\frac{mg}{l}\exp(-6{,}94 \cdot 10^{-6} \cdot 1400/0{,}2) \Rightarrow L = 9{,}53mg/l$$

Το έλλειμμα διαλυμένου οξυγόνου D δίνεται από τη σχέση:

$D = D_0 \cdot \exp(-k_a x/\bar{u}) + \frac{k_d L_o}{k_a - k_d}(\exp(-k_d x/\bar{u}) - \exp(-k_a x/\bar{u}))$ επειδή όμως D_o=0mg/l η εξίσωση γίνεται:

$D = \frac{k_d L_o}{k_a - k_d}(\exp(-k_d x/\bar{u}) - \exp(-k_a x/\bar{u}))$ και με αντικατάσταση υπολογίζεται:

$$D = \frac{6{,}94 \cdot 10^{-6} \cdot 10}{23{,}15 \cdot 10^{-6} - 6{,}94 \cdot 10^{-6}}\left(\exp(-6{,}94 \cdot 10^{-6} \cdot 1400/0{,}2) - \exp(-23{,}15 \cdot 10^{-6} \cdot 1400/0{,}2)\right) \Rightarrow$$
$$D = 4{,}28(\exp(-0{,}048\,58) - \exp(-0{,}16205)) \Rightarrow D = 0{,}44 mg/l$$

Άσκηση 8.3

Ποταμός πηγάζει από υψομετρικό σημείο 180 m και διανύοντας απόσταση 40 km εκβάλλει σε θάλασσα. Υποθέτουμε ότι η κλίση του ποταμού παραμένει σταθερή κατά τη διάρκεια της διαδρομής του και η τιμή της υδραυλικής αγωγιμότητας είναι K=200 m/s. Να υπολογιστεί η μέση ταχύτητα u του ποταμού.

Σε σημείο στον ποταμό πού απέχει 15 km από τις εκβολές του προκύπτει ρύπος έτσι ώστε η τιμή του L_O να είναι 15 mg/L. Οι σταθερές επαναερίωσης και διάσπασης είναι 2 day^{-1} και 0,6 day^{-1} αντιστοίχως. Επίσης δίδεται D_O=0. Εφαρμόζοντας την εξίσωση των Streeter Phelps για την κρίσιμη απόσταση να απαντήσετε στο ερώτημα εάν το σημείο αυτό της κρίσιμης απόστασης ευρίσκεται πριν από τις εκβολές ή όχι.

Η μέση ταχύτητα του ποταμού υπολογίζεται από το νόμο του Darcy:

Δίνονται Δh=-180m, Δx=40 km και K=200m/s οπότε προκύπτει μέση ταχύτητα:

$$u = -K\frac{\Delta h}{\Delta x} \Rightarrow u = -200\frac{m}{s}\frac{(-180m)}{40000m} \Rightarrow \mathbf{u=0.9m/s}$$

Για τον υπολογισμό της κρίσιμης απόστασης δίνονται: L_O = 15mg/l, D_O=0mg/l, k_a=2day^{-1} και k_d=0,6day^{-1}.

Η κρίσιμη απόσταση υπολογίζεται από τη σχέση:

$$x_c = \frac{u}{k_a - k_d}\ln\frac{k_a}{k_d}\left(1 - \frac{k_a - k_d}{k_d}\frac{D_O}{L_O}\right)$$

Εφόσον D_O=0mg/l η παραπάνω εξίσωση απλοποιείται σε:

$$x_c = \frac{u}{k_a - k_d}\ln\frac{k_a}{k_d} \Rightarrow x_c = \frac{0{,}9m}{2 - 0{,}6}\frac{day}{s}\frac{3600s}{h}\frac{24h}{day}\ln\frac{2}{0{,}6} = \frac{77760}{1{,}4}\ln 3{,}33 = 55542{,}85 * 1{,}204$$
$$\Rightarrow x_c = 66874m$$

Μια και η κρίσιμη απόσταση είναι **x_c=67km>15km** με βάση τους υπολογισμούς, το σημείο αυτό βρίσκεται **μετά** τις εκβολές του ποταμού!

Άσκηση 8.4

Έστω ποτάμι που ρέει με μέση ταχύτητα w=0,3 m/s. Σε σημείο που ορίζουμε ως «σημείο 0» κάποιος αφήνει τα απόβλητα του εργοστασίου του και η ολική συγκέντρωση ρύπων είναι L_0=10 ppm. Αν η σταθερά ρυθμού αποξυγόνωσης k_d είναι 0,6 day^{-1} και η σταθερά ρυθμού επαναερίωσης k_a=2 day^{-1} να υπολογιστεί η κρίσιμη απόσταση και το κρίσιμο έλλειμμα οξυγόνου.

Παραδοχές:

- ✓ Μόνιμη κατάσταση
- ✓ Η διασπορά είναι αμελητέα
- ✓ Η συγκέντρωση του ελλείμματος οξυγόνου στο «σημείο 0», δηλ στο x=0 είναι D_0=0

Η κρίσιμη απόσταση υπολογίζεται από την εξίσωση

$$x_{cr} = \frac{w}{k_a - k_d} \ln\left(\frac{k_a}{k_d}\right) = \frac{0{,}3\,\frac{m}{s}}{(2-0{,}6)\frac{1}{day}} \frac{86400s}{day} \ln\left(\frac{2}{0{,}6}\right) \Rightarrow x_{cr} = 22291\,m$$

Η κρίσιμη συγκέντρωση ελλείμματος οξυγόνου υπολογίζεται από την εξίσωση:

$$D_{cr} = \frac{k_d L_0}{k_a} \exp\left(-\frac{k_d}{w} x_{cr}\right) = \frac{0{,}6}{2} 10\,ppm\, \exp\left(-\frac{0{,}6\,\frac{1}{day}}{0{,}3\,\frac{m}{s}} \frac{day}{86400s} 22291m\right) = 1{,}79\,ppm$$