

**Μεταφορά Μάζας**

**Ενότητα: Φροντιστήριο Ενοτήτων** (Φροντιστήριο 5)

Καθηγητής Μαντζαβίνος Διονύσιος

Τμήμα Χημικών Μηχανικών



|  |  |
| --- | --- |
| **Περιεχόμενα** | **Σελ.** |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
| Σκοπός ενότητας | 3 |
| Άσκηση 1 | 3 |
| Άσκηση 2 | 9 |

**Φροντιστήριο 1**

***ΣΚΟΠΟΣ ΕΝΟΤΗΤΑΣ***

Σκοπός της παρούσας ενότητας είναι η εξοικείωση για την επίλυση ασκήσεων με διάχυση μιας ένωσης σε ηρεμούν νερό καθώς και ασκήσεις όπου λαμβάνει χώρα αντίδραση.

**Άσκηση 1**

Σφαιρική δεξαμενή με λεπτό πορώδες τοίχωμα και ακτίνα , περιέχει βενζοϊκό οξύ και είναι βυθισμένη σε δεξαμενή νερού που ηρεμεί. Το βενζοϊκό οξύ διαρρέει προς την εξωτερική επιφάνεια της δεξαμενής μέσω του πορώδους τοιχώματος και στην συνέχεια διαχέεται στο περιβάλλον νερό το οποίο αρχικά δεν περιείχε καθόλου βενζοϊκό οξύ. Η συγκέντρωση βενζοϊκού οξέος στην επιφάνεια της σφαίρας είναι σταθερή και ίση με . Η δεξαμενή είναι συνδεδεμένη με κεντρικό σύστημα διανομής για να αναπληρώνεται διαρκώς η χαμένη ποσότητα οξέος. Θεωρείστε ότι οι διαστάσεις της δεξαμενής νερού είναι πάρα πολύ μεγάλες σε σχέση με αυτές της σφαίρας. Η θερμοκρασία του νερού είναι σταθερή και ίση με . Ο συντελεστής διάχυσης του βενζοϊκού οξέος στο νερό σε αυτή την θερμοκρασία είναι .

1. Καταστρώστε την διαφορική εξίσωση που διέπει την μεταβατική διάχυση του βενζοϊκού οξέος στο νερό.
2. Λύστε τη διαφορική εξίσωση με τις κατάλληλες συνοριακές συνθήκες. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε τον μετασχηματισμό:



Υπόδειξη: Γιαα την επίλυση της διαφορικής εξίσωσης, εφόσον χρειαστεί, μπορείτε να χρησιμοποιήσετε και τον ακόλουθο μετασχηματισμό ομοιότητας:



Νερό, 

R

βενζοϊκό οξύ

Λύση

Δεδομένα

Σφαιρική δεξαμενή με λεπτό πορώδες τοίχωμα

 (ακτίνα δεξαμενής)



Το νερό που περιβάλλει τη σφαίρα, αρχικά δεν περιέχει καθόλου βενζοϊκό οξύ

Συμβολίζουμε: Βενζοϊκό οξύ , νερό



 (συγκέντρωση βενζοϊκού οξέος στη θέση )

Στη θέση αυτή , το γραμμομοριακό κλάσμα του Α θα είναι:



Περιγραφή Διεργασίας: Το βενζοϊκό οξύ (Α) διαρρέει διαμέσου του πορώδους τοιχώματος της σφαιρικής δεξαμενής και στη συνέχεια διαχέεται προς το ηρεμούν νερό που περιβάλλει τη δεξαμενή. Το νερό, αρχικά, δεν περιείχε καθόλου βενζοϊκού οξύ. Θα μελετήσουμε τη διάχυση του Α προς το Β στον υγρό όγκο που περιβάλλει τη σφαίρα.

a)

B

Α

R





Παραδοχές

1) Θεωρούμε συμμετρία κατά τις γωνιακές συνιστώσες 

2) Το βενζοϊκό (Α) δεν αντιδρά με το νερό (Β)

3) Το νερό ηρεμεί: 

4) Η μέγιστη τιμή του γραμμομοριακού κλάσματος είναι 

5) 

Ισοζύγιο Γραμμομορίων του Α στον στοιχειώδη όγκου ελέγχου





 

Από τον Νόμο Fick, προσδιορίζουμε τη γραμμομοριακή παροχή:

 

Από Παραδοχή 5, λαμβάνοντας υπόψη ότι η θερμοκρασία παραμένει σταθερή μπορούμε χωρίς σημαντικό σφάλμα να θεωρ'ησουμε τον συντελεστή διάχυσης σταθερό. Επιπλέον



Προκύπτει

 

Αντικαθιστώντας

 



b) Θεωρούμε τον μετασχηματισμό:

 

Επομένως θα ισχύει:







Χρησιμοποιώντας τον παραπάνω μετασχηματισμό με τις αντίστοιχες παραγώγους έχουμε:

 



Η επίλυση της Μ.Δ.Ε. μπορεί να γίνει με διάφορους τρόπους όπως π.χ. με χρήση του μετασχηματισμού Laplace ή κάποιου άλλου μετασχηματισμού. Θα χρησιμοποιήσουμε τον ακόλουθο μετασχηματισμό ομοιότητας:

 

Για την νέα ανεξάρτητη μεταβλητή, n, ισχύει:



Ενώ για τις μερικές παραγώγους Φ, F έχουμε:



Οπότε η εξίσωση [6] μετασχηματίζεται σε

 



Συνεπώς η Δ.Ε. που πρέπει να λυθεί είναι:

 



Θεωρούμε

 

Η σχέση [7] γράφεται

 

Από την [9] όμως:

 

Εφαρμόζοντας τις συνοριακές συνθήκες



Τελικά

 

Μέσω της σχέσης [7] που ορίσαμε τον μετασχηματισμό ομοιότητας

 

Μέσω της σχέσης [5], η κατανομή συγκέντρωσης βενζοϊκού οξέος γύρω από τη σφαιρική δεξαμενή, θα είναι:

 

όπου erfc(n) είναι η συμπληρωματική συνάρτηση σφάλματος και ορίζεται ως erfc(n)=1-erf(n).

**Άσκηση 2**

Μία σταγόνα υγρό Β, με μοριακό βάρος, ΜΒ=60 και πυκνότητα ρΒ=0,89 g/cm3, έχει διάμετρο d=100mm , και αιωρείται μέσα σε αέριο μίγμα που περιέχει 5% αέριο Α (ΜΑ=15) και 95% αδρανές αέριο I. To A διαλύεται στο Β και αντιδρά με αυτό με ρυθμό ανάλογο της τοπικής συγκέντρωσης (Α) στη σταγόνα. Η διαλυτότητα του Α και Β δίνεται από τον νόμο του Henry. Θεωρώντας ότι η διεργασία εξελίσσεται σε οιονεί-μόνιμη κατάσταση, καταστρώστε μια τελική έκφραση για τον ρυθμό καταναλώσεως γραμμομορίων του Α [WA↔g-mol/sec] στη σταγόνα.

Το σύστημα αερίου σταγόνας βρίσκεται σε σταθερή θερμοκρασία, Τ=300Κ και ολική πίεση, P=1atm. Για τις συνθήκες της διεργασίας, δίδονται τα ακόλουθα στοιχεία:



B

A,I

*Σχήμα 1*

Λύση

Αιωρούμενη σταγόνα Β

Ηρεμούν αέριο μίγμα Α, Ι

T, P : const

Αριθμητικά δεδομένα

 (Μοριακό βάρος A)

 (Μοριακό βάρος B)

 (διάμετρος σταγόνας)



 (θερμοκρασία αέρα)

 (τάση ατμών ναφθαλίνης)

 (σταθερά Henry)

 (Σταθερά ρυθμού της αντίδρασης του Α με το Β)

Θέλουμε να προσδιορίσουμε τον ρυθμό με τον οποίο καταναλώνονται  μέσα στη σταγόνα. Θα προσδιορίσουμε αρχικά τη γραμμομοριακή παροχή του Α στη σταγόνα.

Χρησιμοποιούμε σφαιρικές συντεταγμένες.

Παραδοχές

1) Οιονεί - μόνιμη κατάσταση

2) Θεωρούμε συμμετρία ως προς τις γωνιακές διευθύνσεις θ, φ.

3) 

4) 

5) Διάχυση σε υγρό: 

6) Θερμοδυναμική ισορροπία στη διεπιφάνεια αερίου - υγρπύ

Για 

Ισοζύγιο γραμμομορίων Α



Α

B





R

Στοιχειώδης όγκος: 

Αφού το Α εισέρχεται στη σφαίρα Α, οι φορές είναι αρνητικές, όπως φαίνεται στο σχήμα.

Ισοζύγιο Γραμμομορίων Α στο όγκο ελέγχου





 

Από τον Νόμο Fick, προσδιορίζουμε τη γραμμομοριακή παροχή:

  

Αντικαθιστώντας

 



Θεωρούμε τον μετασχηματισμό

 

Άρα



και



Άρα η [3] μέσω του μετασχηματισμού [4] γράφεται:

 



Σύμφωνα με τη δεύτερη συνθήκη



Όμως



Τελικά





Άρα

  

Οπότε



όπου



Άρα



Ο ρυθμός με τον οποίο καταναλώνονται g-moles A μέσα στη σταγόνα, θα ισούται με τον ρυθμό με τον οποίο εισέρχονται g-moles A στη σταγόνα, εφόσον θεωρούμε οιονεί μόνιμη κατάσταση.

Άρα





**Σημειώματα**

**Σημείωμα Ιστορικού ΕκδόσεωνΈργου**

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση 1.0.0

**Σημείωμα Αναφοράς**

Copyright Πανεπιστήμιο Πατρών, Καθηγητής Μαντζαβίνος Διονύσιος «Μεταφορά Μάζας, Φροντιστήριο Ενοτήτων (Φροντιστήριο 4)». Έκδοση: 1.0. Πάτρα 2015. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: https://eclass.upatras.gr/courses/CMNG2169/

**Σημείωμα Αδειοδότησης**

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».

[](file:///C:\Users\pantelis\Downloads\%5b1%5d%20http:\creativecommons.org\licenses\by-nc-sa\4.0\)

[1] http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

* που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
* που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
* που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

**Χρηματοδότηση**

* Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στo πλαίσιo του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
* Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
* Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

