

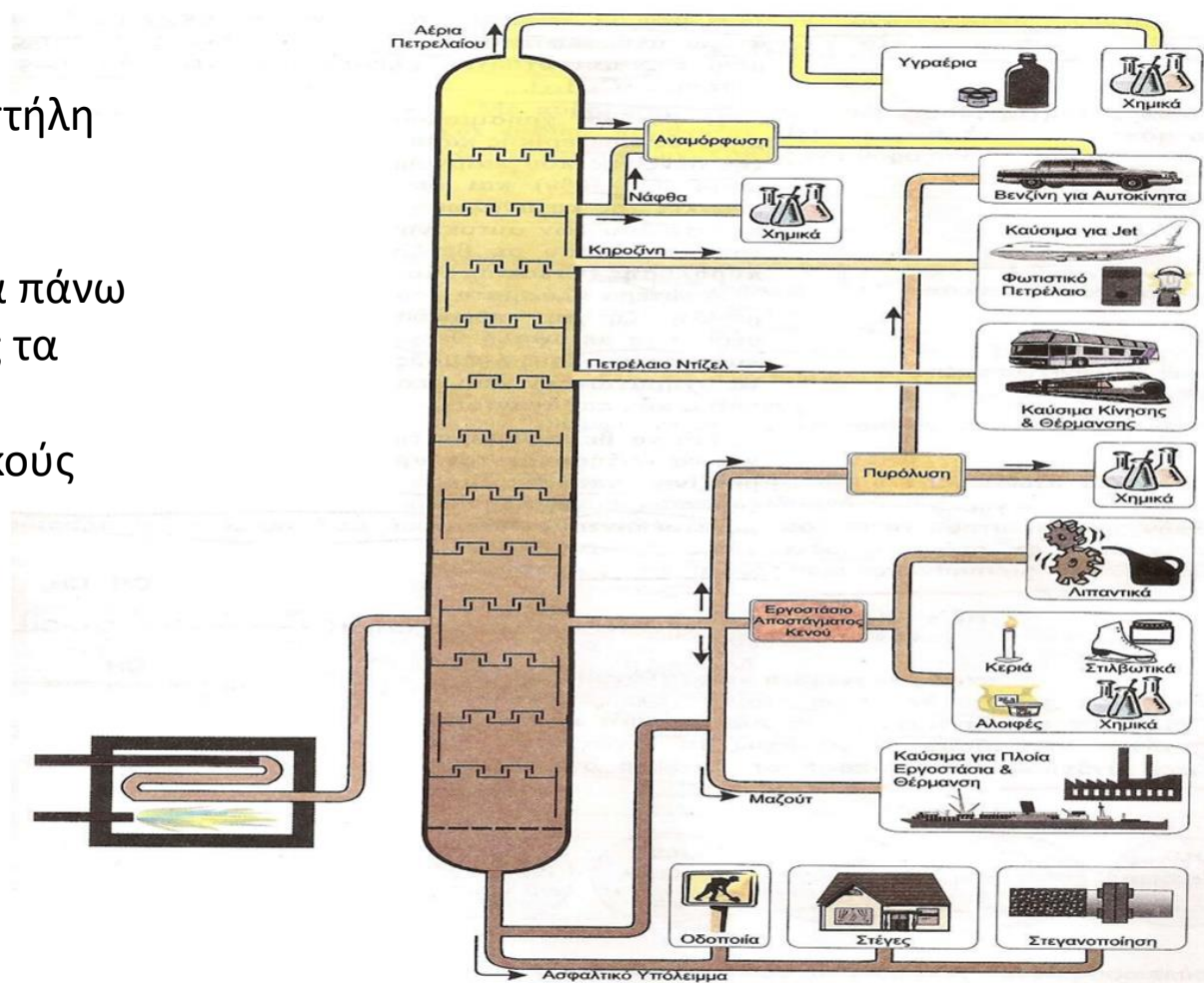
Κλασματική Απόσταση
(οριακές περιπτώσεις-
πραγματικός αριθμός βαθμίδων)

Φροντιστήριο 4

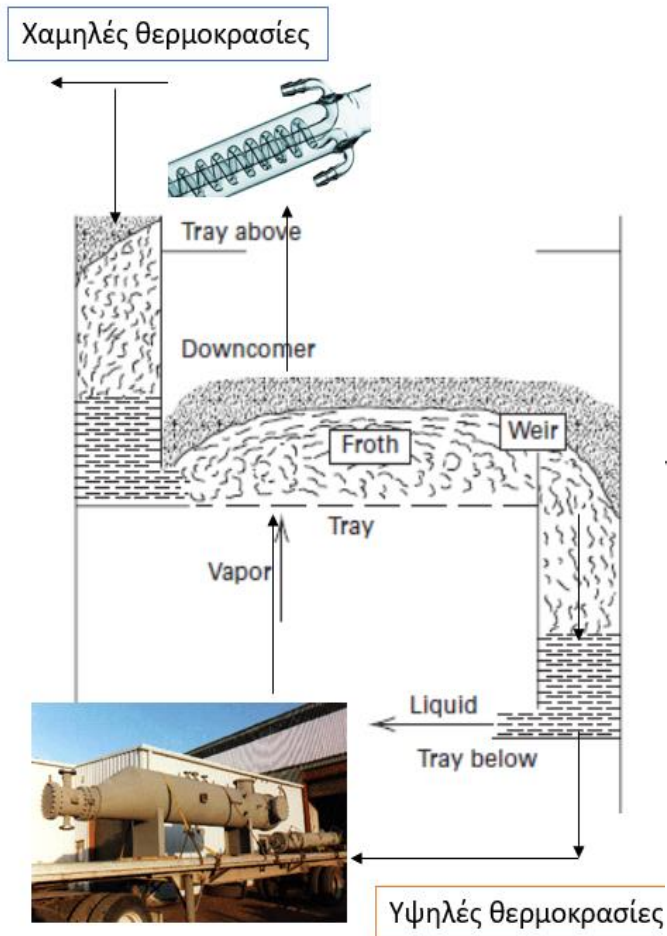
Σύντομη επανάληψη

Θέμα συζήτησης: Κλασματική Απόσταξη (Οριακές περιπτώσεις- Συντελεστής Murphree)

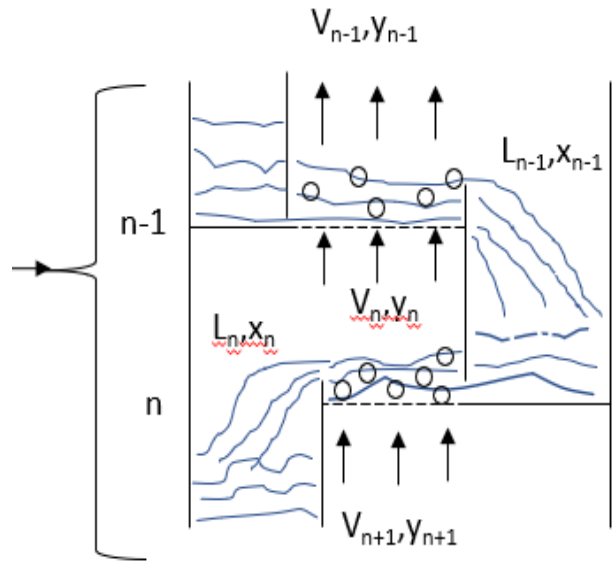
- Είναι η διεργασία διαχωρισμού μίγματος σε στήλη επαφής ατμών-υγρού
- Οι ατμοί ρέουν κατ' αντιστροφή προς το υγρό
- Η κατεύθυνση του ατμού-υγρού είναι προς τα πάνω
- Η συγκέντρωση των πτητικών αυξάνεται προς τα πάνω
- Η επαφή ατμών-υγρού επιτυγχάνεται με ειδικούς δίσκους (στάδια ή βαθμίδες)



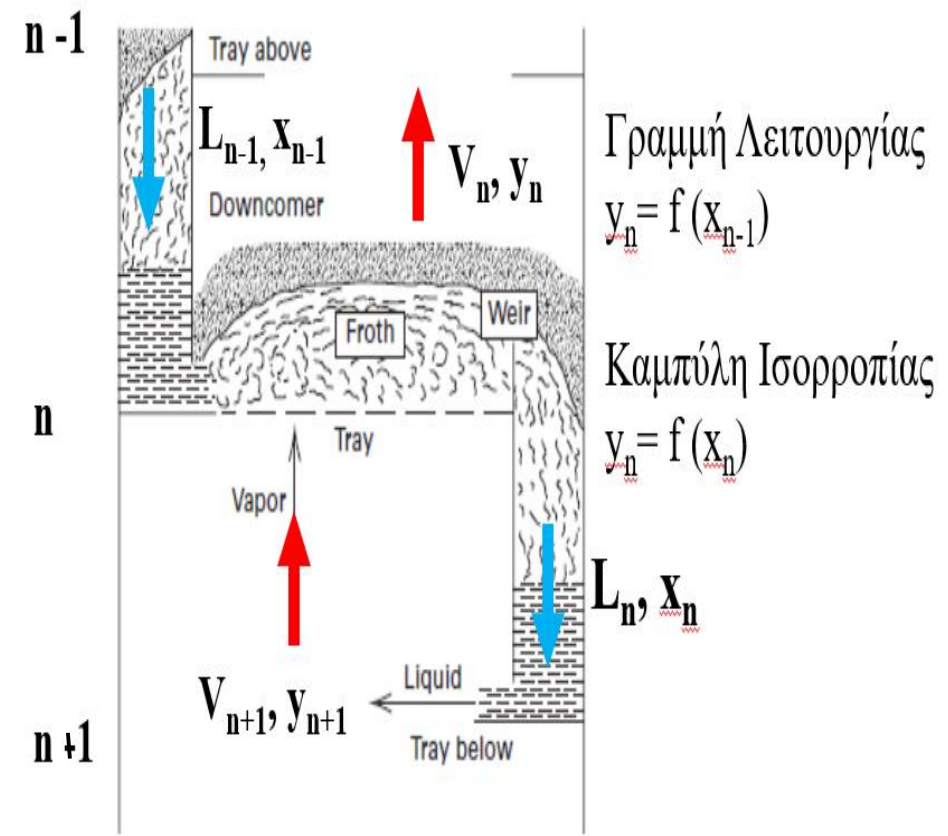
Κλασματική Απόσταξη (Βαθμίδες Απόσταξης)



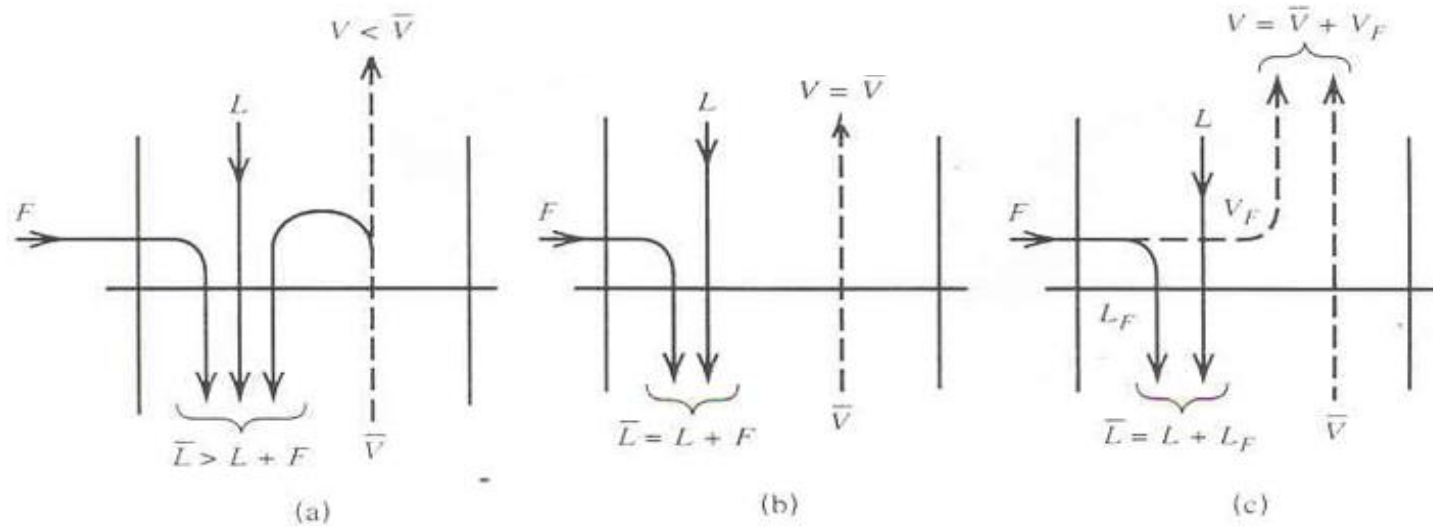
Δίσκος ισορροπίας ή βαθμίδα



$V_n, y_n \leftrightarrow L_n, x_n$: ροές σε ισορροπία
 $V_n, y_n \leftrightarrow L_{n-1}, x_{n-1}$: ροές "πλησίον αλληλ"



Είδη τροφοδοσίας



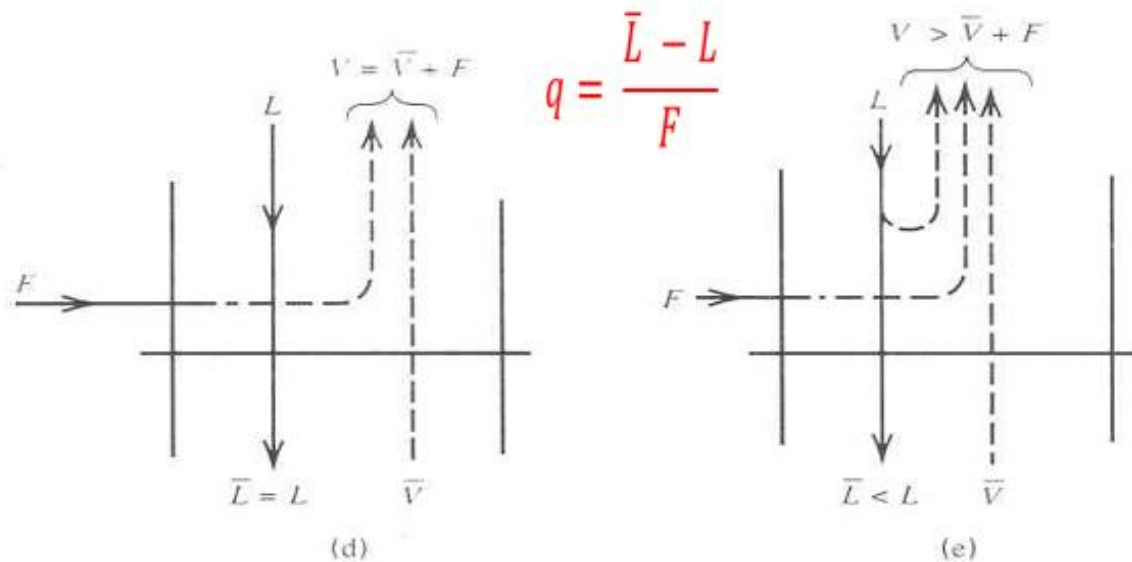
A) υπόψυκτο υγρό

B) κορεσμένο υγρό

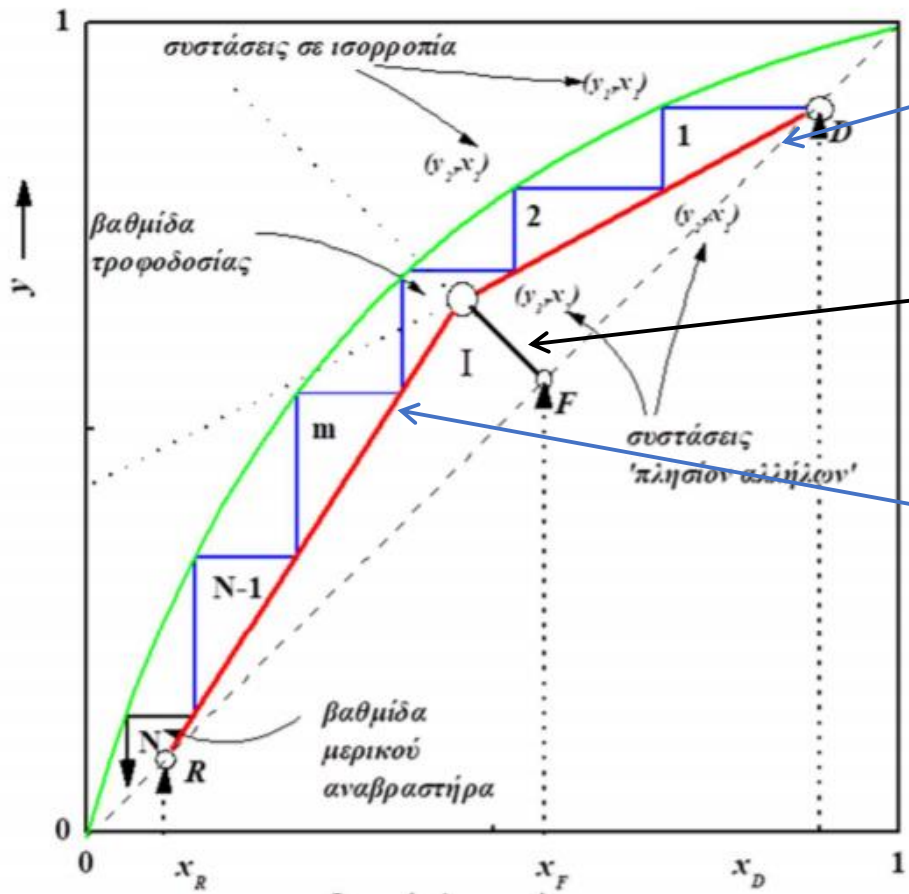
C) σε ισορροπία ατμός-υγρό

D) Κορεσμένος ατμός

E) υπέρθερμος ατμός



Σχεδιασμός Αποστακτική Στήλης (McCabe-Thiele)



$$y_n = \frac{R_D}{R_D + 1} x_{n-1} + \frac{x_D}{R_D + 1}$$

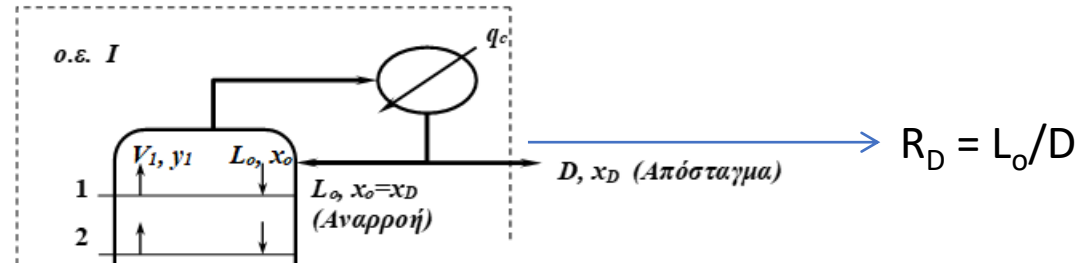
Γραμμή εμπλουτισμού

$$y = -\frac{q}{1-q} x + \frac{x_F}{1-q}$$

Γραμμή τροφοδοσίας (q-line)

$$y_m = \frac{\bar{L}}{\bar{L}-R} x_{m-1} - \frac{R}{\bar{L}-R} x_R$$

Γραμμή εξάντλησης

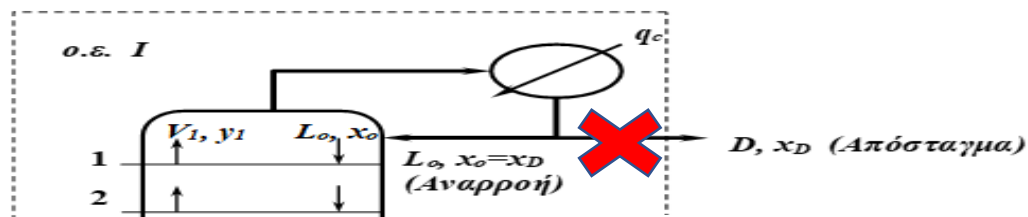


Οριακή Περίπτωση- Ολική Αναρροή

Η ροή του αποστάγματος μηδενίζεται, η αναρροή μεγιστοποιείται.

$$D \rightarrow 0, L_o \rightarrow V_1,$$

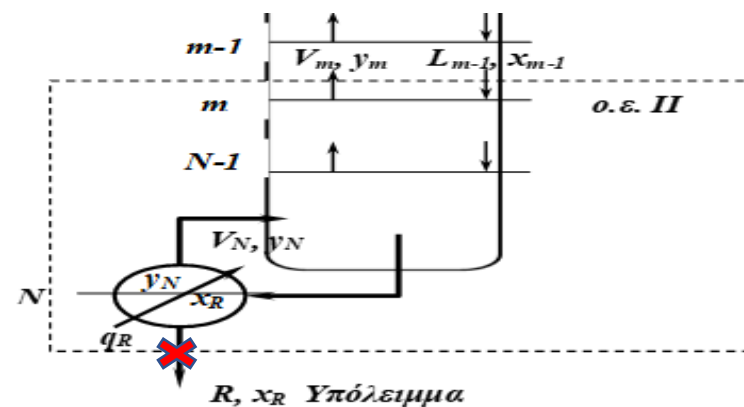
$$R_D = L_o/D \text{ και } R_D \rightarrow \text{άπειρο}$$



$$y_n = \frac{L_{n-1}}{V_n} x_{n-1} + \frac{D}{V_n} x_D \rightarrow y_n = \frac{L_{n-1}}{L_{n-1} + D} x_{n-1} + \frac{D}{L_{n-1} + D} x_D \rightarrow y_n = \frac{R_D}{R_D + 1} x_{n-1} + \frac{x_D}{R_D + 1} \xrightarrow{\frac{x_D}{R_D + 1} = 0}$$

$$\rightarrow y_n = x_{n-1}$$

$$y_m = \frac{L_{m-1}}{L_{m-1} - R} x_{m-1} - \frac{R}{L_{m-1} - R} x_R \xrightarrow{\frac{R}{L_{m-1} - R} = 0} y_m = x_{m-1}$$



Οριακή Περίπτωση- Ολική Αναρροή

Από ορισμό σχετικής πτητικότητας:

$$a_{AB} = \frac{y_A / x_A}{y_B / x_B} = \frac{y_A x_B}{y_B x_A} = \frac{y_A (1 - x_A)}{(1 - y_A) x_A} \Rightarrow \frac{y_A}{1 - y_A} = a_{AB} \frac{x_A}{1 - x_A}, \text{όμως δείξαμε ότι } y_n = x_{n-1} :$$

$$\frac{y_n}{1 - y_n} = a_{AB} \frac{x_n}{1 - x_n}, \quad \frac{x_{n-1}}{1 - x_{n-1}} = a_{AB} \frac{x_n}{1 - x_n}$$

$$(n=1): \frac{x_D}{1 - x_D} = a_{AB} \frac{x_1}{1 - x_1}$$

$$(n=2): \frac{x_1}{1 - x_1} = a_{AB} \frac{x_2}{1 - x_2}$$

:

:

:

$$(n=n): \frac{x_{n-1}}{1 - x_{n-1}} = a_{AB} \frac{x_n}{1 - x_n}$$

$$\left. \begin{array}{l} (n=1): \frac{x_D}{1 - x_D} = a_{AB} \frac{x_1}{1 - x_1} \\ (n=2): \frac{x_1}{1 - x_1} = a_{AB} \frac{x_2}{1 - x_2} \\ : \\ : \\ : \\ (n=n): \frac{x_{n-1}}{1 - x_{n-1}} = a_{AB} \frac{x_n}{1 - x_n} \end{array} \right\} \xrightarrow{+} \frac{x_D}{1 - x_D} = (a_{AB})^n \frac{x_n}{1 - x_n} \rightarrow N \equiv N_{\min} = \frac{\log [x_D (1 - x_R) / x_R (1 - x_D)]}{\log a_{AB}} - 1$$

Εξίσωση Fenske

Οριακή Περίπτωση- Ολική Αναρροή

Εξισώσεις Underwood ($R_{D, \min}$)

$$\frac{\alpha x_F}{a - \theta} + \frac{1 - x_F}{1 - \theta} = 1 - q, \quad \rightarrow \text{υπολ. } \theta$$

$$R_{D, \min} + 1 = \frac{\alpha x_D}{a - \theta} + \frac{1 - x_D}{1 - \theta} \quad \rightarrow \text{υπολ. } R_{D, \min}$$

$$\sum \frac{a_i x_{F,i}}{a_i - \varphi} = 1 - q, \quad \rightarrow \text{υπολ. } \varphi$$

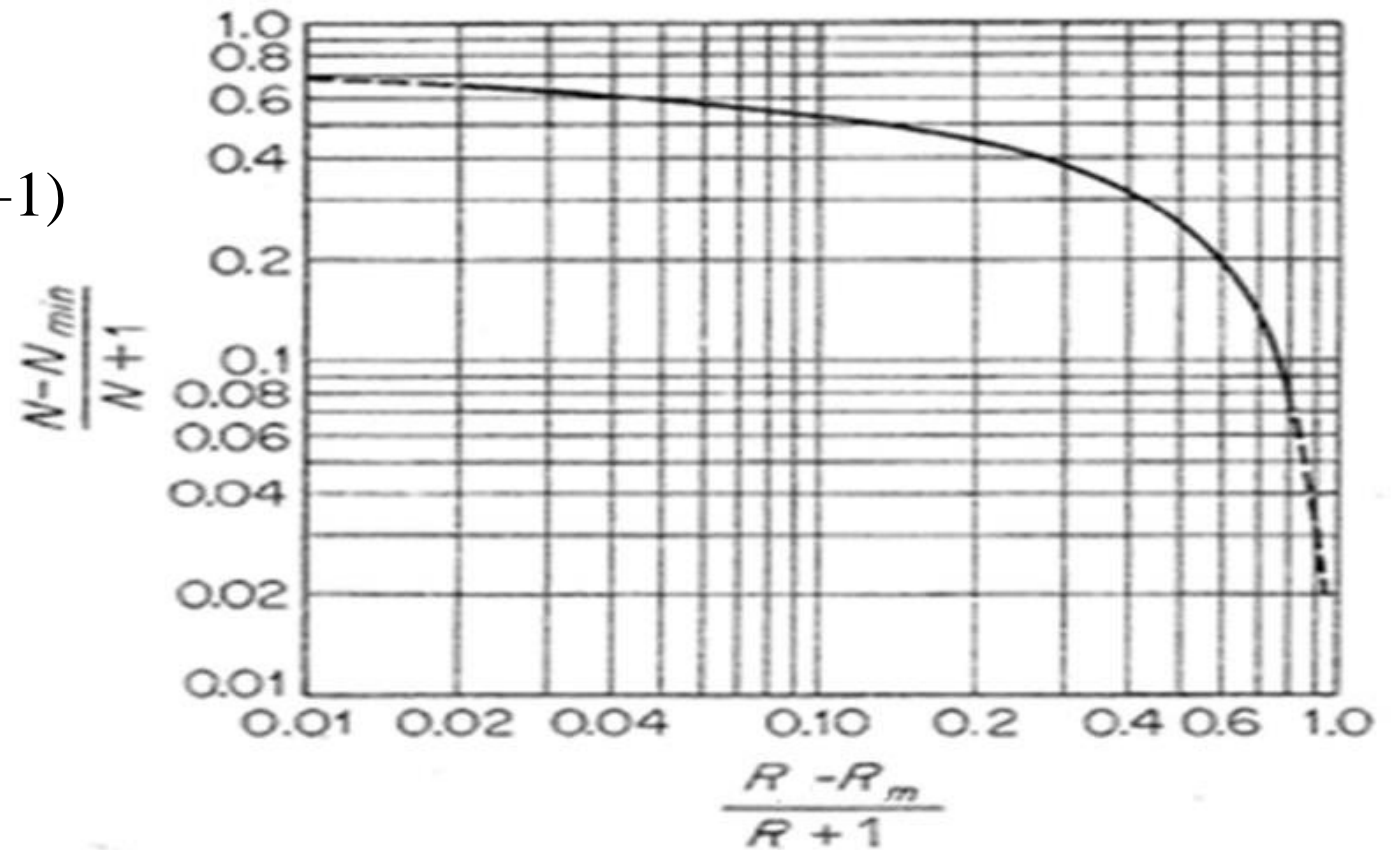
$$R_{D, \min} + 1 = \sum \frac{a_i x_{D,i}}{a_i - \varphi}, \quad \rightarrow \text{υπολ. } R_{D, \min}$$

Για να υπολογιστεί κατά προσέγγιση η σχετική πτητικότητα του μίγματος σε όλο το μήκος της στήλης:

$\alpha_{ij} = \frac{1}{2} (\alpha_D + \alpha_R)$ ή $\alpha_{ij} = (\alpha_D \alpha_R)^{1/2}$ ή $\alpha_{ij} = (\alpha_D \alpha_F \alpha_R)^{1/3}$ για μεγάλες θερμοκρασιακές διαφορές

Οριακή Περίπτωση – Ολική Αναρροή (Διαγράμματα Gilliland)

Διαγράμματα Gilliland (N)
 $(N - N_{min}) / (N - 1)$ vs. $(R_D - R_{D,min}) / (R_D + 1)$



Αριθμός Πραγματικών Βαθμίδων (Βαθμός απόδοσης Murphree)

Συνολικός βαθμός απόδοσης: $\eta_o = \frac{N_{\theta\epsilon\omega\rho.}}{N_{\pi\rho.}}$ ($\sim 0.5-0.8$)

Βαθμός απόδοσης Murphree: $\eta_M = \frac{y_n - y_{n+1}}{y_n^* - y_{n+1}}$,

με y_n : πραγματική σύσταση ατμών σε πτητικό της βαθμίδας n

y_{n+1} : σύσταση ατμών σε πτητικό που φτάνουν στην βαθμίδα n

y_n^* : σύσταση ατμών σε πτητικό αν έρχονταν σε ισορροπία με το υγρό

και $y_n^* > y_n$.

Προκύπτει: $y_n = \eta_M (y_n^* - y_{n+1}) + y_{n+1}$

Θερμικά φορτία Αναβραστήρα και Συμπυκνωτή

• $q_{αναβ.} = \lambda_{αναβ} \bar{V}$, με $\lambda_{αναβ}$ την λανθάνουσα θερμότητα εξάτμισης μίγματος.

$$\lambda_{αναβ} = x_R \lambda_A + (1 - x_R) \lambda_B$$

$\dot{m}_{steam} = \lambda_{αναβ} \bar{V} / \lambda_{steam}$, λ_{steam} η λανθάνουσα θερμότητα ατμού

$$\bar{V} = V - (1 - q)F$$

• $q_{συμπ.} = -\lambda_{συμπ} V$, με $\lambda_{συμπ}$ την λανθάνουσα θερμότητα συμπύκνωσης μίγματος.

$$\lambda_{συμπ} = x_D \lambda_A + (1 - x_D) \lambda_B$$

$m_c = \frac{\lambda_{συμπ} V}{c_{p,v}(T_2 - T_1)}$, λ_{steam} η λανθάνουσα θερμότητα ατμού

$$V = L_o + D = (R_D + 1)D$$

Παράδειγμα 1

Διάλυμα CCl_4 (B) και CS_2 (A) με περιεκτικότητα 50% κ.β πρόκειται να αποσταχθεί σε στήλη συνεχούς λειτουργίας με πίεση 1 atm και με ρυθμό τροφοδοσίας 4000 kg/h. Το απόσταγμα θα έχει σύσταση 95% κ.β CS_2 και το υπόλειμμα 0.5% κ.β CS_2 . Η τροφοδοσία εξατμίζεται σε ποσοστό 30% κατά mole πριν την είσοδο στη στήλη. Χρησιμοποιείται ολικός συμπυκνωτής και η επαναροή είναι στο σημείο βρασμού. Ζητούνται:

- A) Οι γραμμομοριακές παροχές των προϊόντων D και R.
- B) Ο ελάχιστος λόγος αναροής.
- C) Ο ελάχιστος αριθμός θεωρητικών βαθμίδων γραφικά και με Fenske.
- D) Ο αριθμός θεωρητικών βαθμίδων για λόγο αναροής ίσο με το διπλάσιο του ελάχιστου $R_D = 2 R_{D,\min}$ και η θέση τροφοδοσίας.

Δίνεται σε $P=1$ atm για το CS_2 ,

T (°C)	76.7	74.9	73.1	70.3	68.6	63.8	59.3	55.3	52.3	50.4	48.5	46.3
x	0	0.0296	0.0615	0.1106	0.1435	0.2587	0.3908	0.5318	0.665	0.7574	0.8604	1
y	0	0.0823	0.1555	0.2660	0.3325	0.4950	0.6340	0.7470	0.822	0.8780	0.932	1

A) Γνωρίζοντας τα μοριακά βάρη των συστατικών A και B, υπολογίζουμε τα γραμμομοριακά κλάσματα x_{FA} , x_{DA} και x_{RA} .

$$MB_A = 76 \text{ g/mol και } MB_B = 154 \text{ g/mol}$$

Από την εκφώνηση, στην τροφοδοσία F έχουμε:

$$50\% \text{ κ.β A και } 50\% \text{ κ.β. B} \longrightarrow x_{FA} = \frac{50/76}{\frac{50}{76} + \frac{50}{154}} = 0.67$$

Από την εκφώνηση, στο απόσταγμα D έχουμε:

$$95\% \text{ κ.β A και } 5\% \text{ κ.β B} \longrightarrow x_{DA} = \frac{95/76}{\frac{95}{76} + \frac{5}{154}} = 0.975$$

Από την εκφώνηση, στο υπόλειμμα R έχουμε:

$$0.5\% \text{ κ.β A και } 99.5\% \text{ κ.β B} \longrightarrow x_{RA} = \frac{0.5/76}{\frac{0.5}{76} + \frac{99.5}{154}} = 0.01$$

Υπολογίζουμε το μέσο μοριακό βάρος MB σε F, D και R:

$$MB_F = MB_A x_{FA} + (1 - x_{FA}) MB_B = 101.79 \frac{kg}{kmol}$$

$$MB_D = MB_A x_{DA} + (1 - x_{DA}) MB_B = 77.97 \frac{kg}{kmol}$$

$$MB_R = MB_A x_{RA} + (1 - x_{RA}) MB_B = 153.17 \frac{kg}{kmol}$$

Και μετατρέπουμε την τροφοδοσία σε kmol/h:

$$F = 4000 \frac{kg}{h} = \frac{39.269 kmol}{h}$$

Από ισοζύγια μάζας:

$$F = D + R \longrightarrow D + R = 39.269 \quad (1)$$

$$F x_{FA} = D x_{DA} + R x_{RA} \longrightarrow 39.269 \times 0.67 = D(0.975) + R(0.01) \quad (2)$$

Προκύπτουν από τις (1), (2) τα $D=12.434 \text{ kmol/h}$, $R=26.862 \text{ kmol/h}$.

B) Η τροφοδοσία εξατμίζεται κατά 30% πριν την είσοδο στην στήλη.

$$q = 1 - 0.3 = 0.7$$

1) q line: $y = -\frac{q}{1-q}x + \frac{x_F}{1-q}$ με $x_F = x_{FA} = 0.67$,

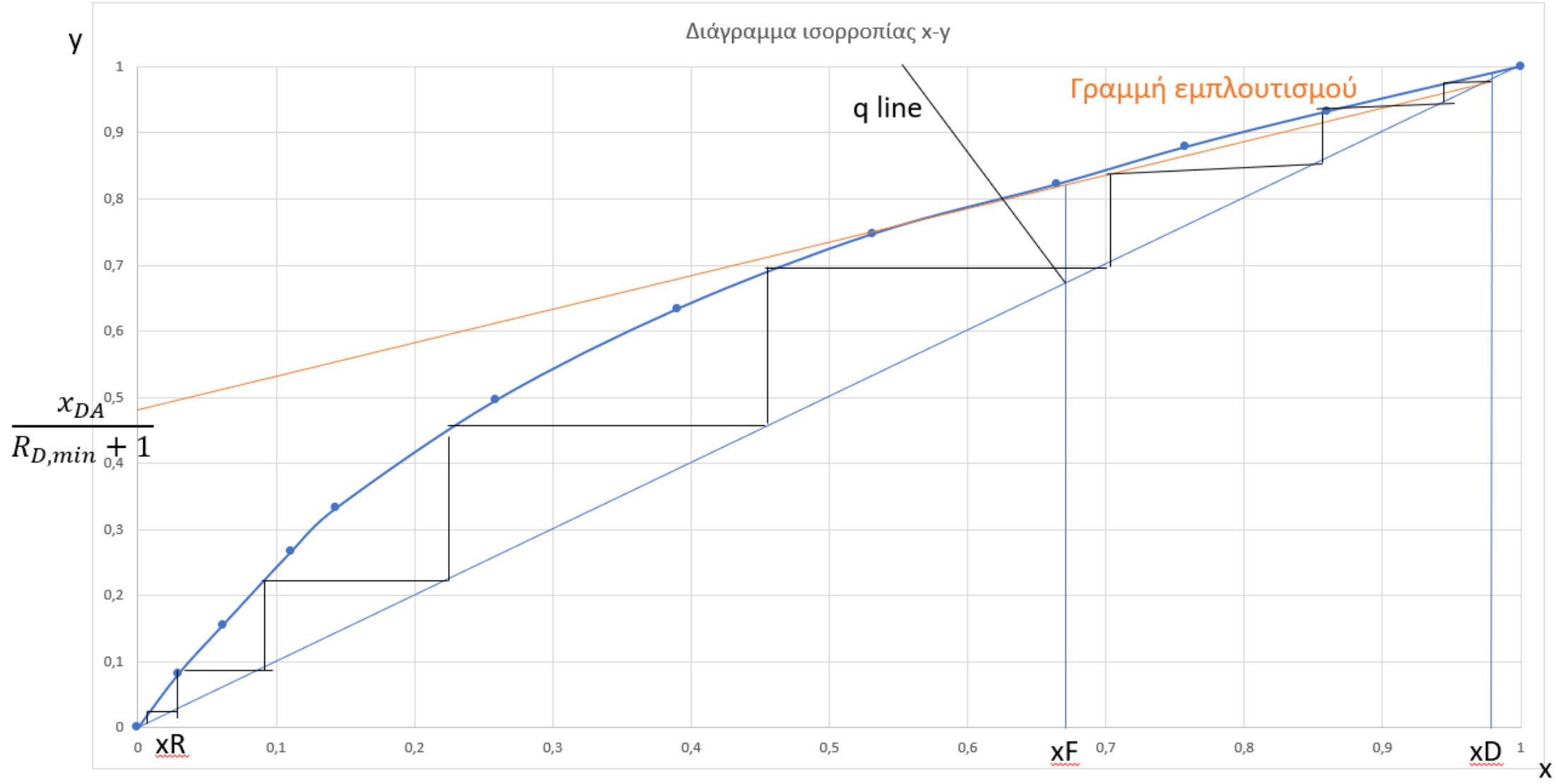
$y = -2.33x + 2.33$ η οποία διέρχεται από το $(x_F, x_F) = (0.67, 0.67)$

2) Φέρνουμε την γραμμή εμπλουτισμού από το σημείο $(x_D, x_D) = (0.975, 0.975)$ η οποία διέρχεται από το σημείο τομής της καμπύλης ισορροπίας με την q line. Η αποτέμνουσά της είναι 0.483.

3) $0.483 = \frac{x_{DA}}{R_{D,min} + 1} \quad (4) \rightarrow \underline{R_{D,min}} = 1.018$ (η αποτέμνουσα

φαίνεται και στο διάγραμμα x-y.

Διάγραμμα ισορροπίας x-y

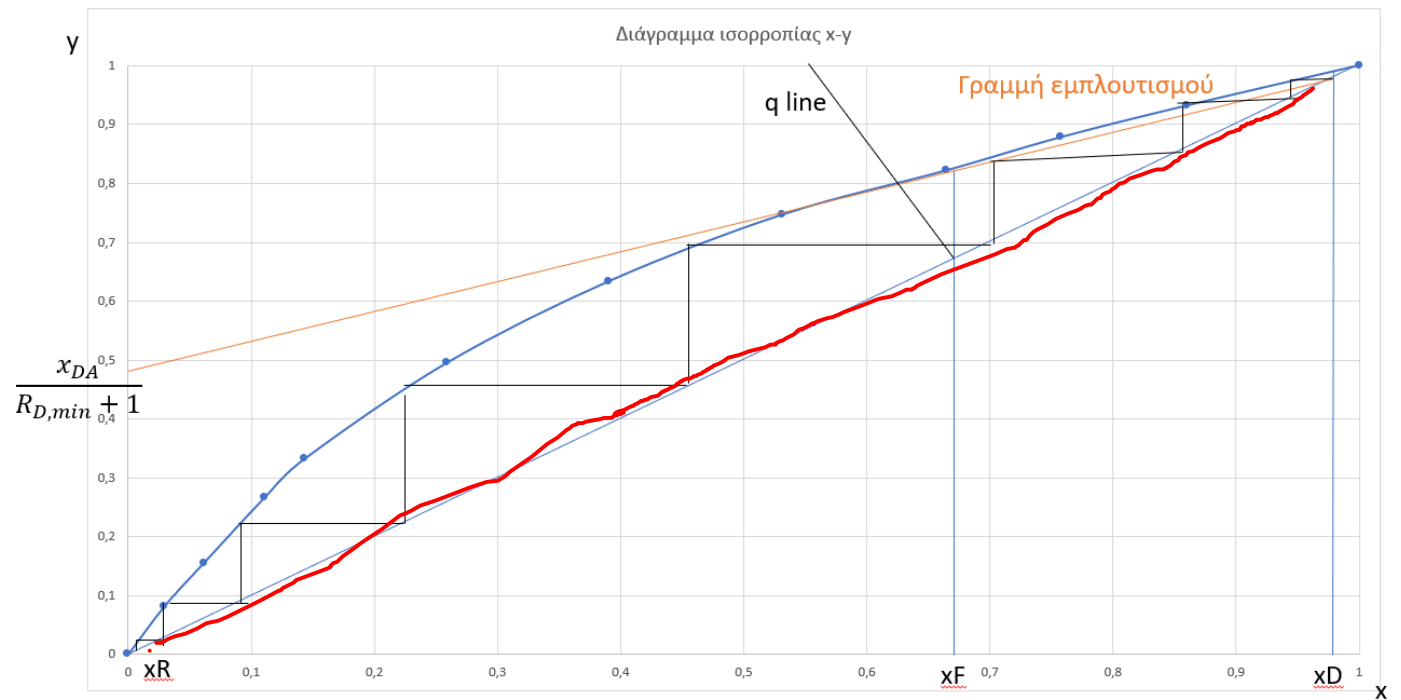


Γ) Επίλυση γραφικά:

Ο ελάχιστος αριθμός βαθμίδων αντιστοιχεί σε $R_D \rightarrow \infty$.

Η γραμμή εμπλουτισμού συμπίπτει με την διαγώνιο του διαγράμματος.

Αποτέμνουσα $\frac{x_{DA}}{R_D+1} = 0$. $N_{min} = 7 + 1$ μερικός αναβραστήρας.



Fenske-Underwood μέθοδος:

$$N_{min} = \frac{\log\left(\frac{x_D(1-x_R)}{x_R(1-x_D)}\right)}{\log(a_{AB})} - 1 \quad (5), \text{ με } a_{AB} \text{ μεταξύ των } a_D \text{ και } a_R.$$

Η σχετική πτητικότητα είναι: $a_{AB} = \frac{y_A/x_A}{y_B/x_B}$

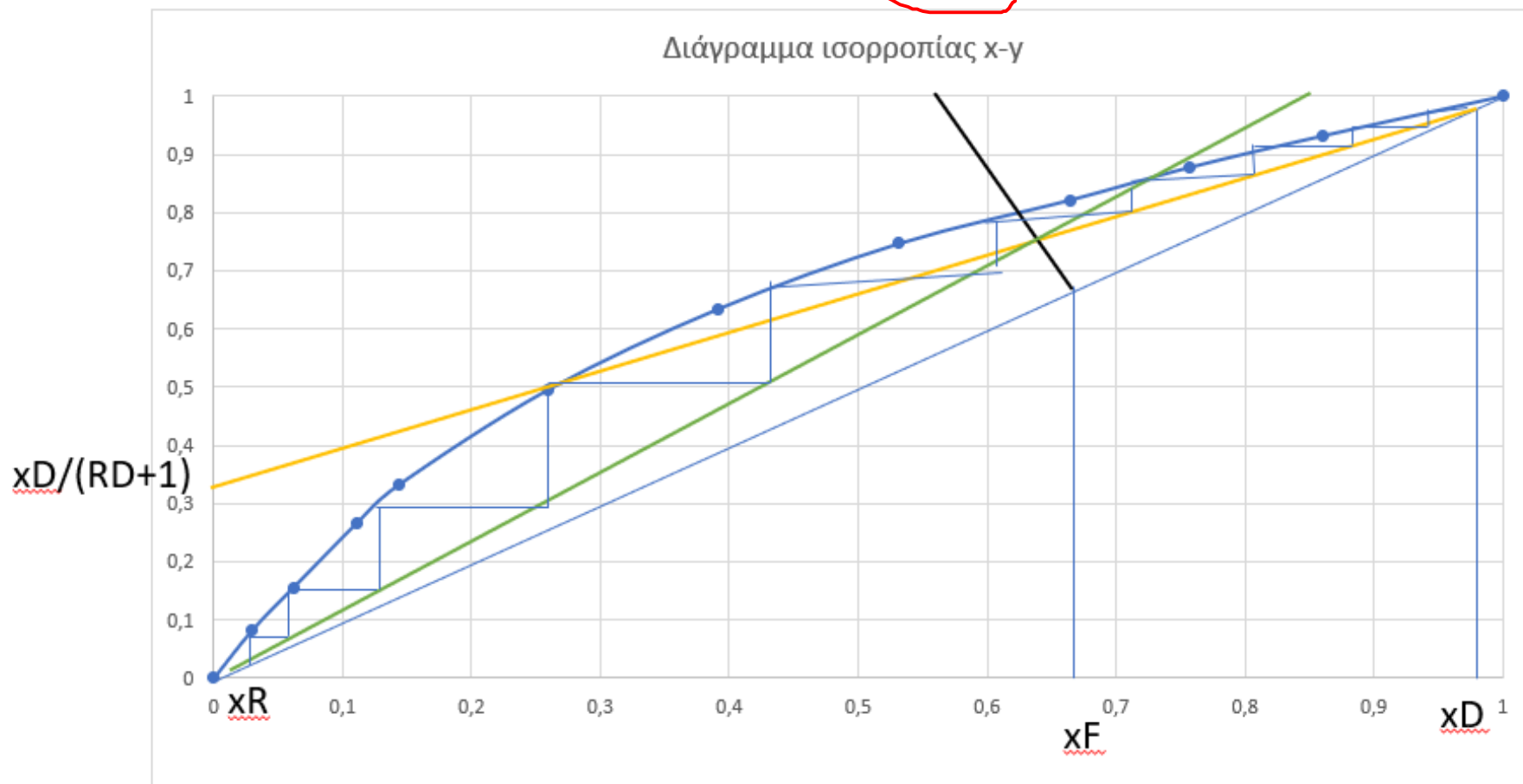
$$\left. \begin{aligned} a_D &= \frac{y_{AD}/x_{AD}}{y_{BD}/x_{BD}} = 2.11 \\ a_R &= \frac{y_{AR}/x_{AR}}{y_{BR}/x_{BR}} = 3.38 \end{aligned} \right\} a_{AB} = \sqrt{a_D a_R} = 2.67$$

Από την (5): $N_{min} = 8.4093 - 1 = 7.4 \approx 7$ βαθμίδες.

$$\Delta) R_D = 2 R_{D,\min} \quad \left. \vphantom{R_D} \right\} R_D = 2.036$$

$$R_{D,\min} = \underline{1.018}$$

Η αποτέμνουσα προκύπτει $\frac{x_D}{R_D+1} = 0.321$.



$N = 10 = 9 + 1$ αναβραστήρας

Η τροφοδοσία στην 5^η βαθμίδα

Παράδειγμα 2

Μίγμα 35 mol% βενζολίου (A) και 65 mol% τολουενίου (B) αποστάζεται σε στήλη συνεχούς λειτουργίας με πίεση 1 atm και τροφοδοσία 50 kmol/h για την παραλαβή προϊόντος κορυφής 90 mol % σε βενζόλιο και πυθμένα 80 mol % σε τολουένιο. Η σχετική πτητικότητα του δυαδικού μίγματος είναι ίση με 3. Θεωρούμε επίσης ότι το μίγμα εισέρχεται με τη μορφή κορεσμένου ατμού.

Ζητούνται: 1) Διάγραμμα ισορροπίας του ιδανικού μίγματος.

2) Οι παροχές προϊόντων D και R.

3) Ο ελάχιστος λόγος αναρροής.

4) Ο ελάχιστος αριθμός θεωρητικών βαθμίδων γραφικά και με μέθοδο Fenske.

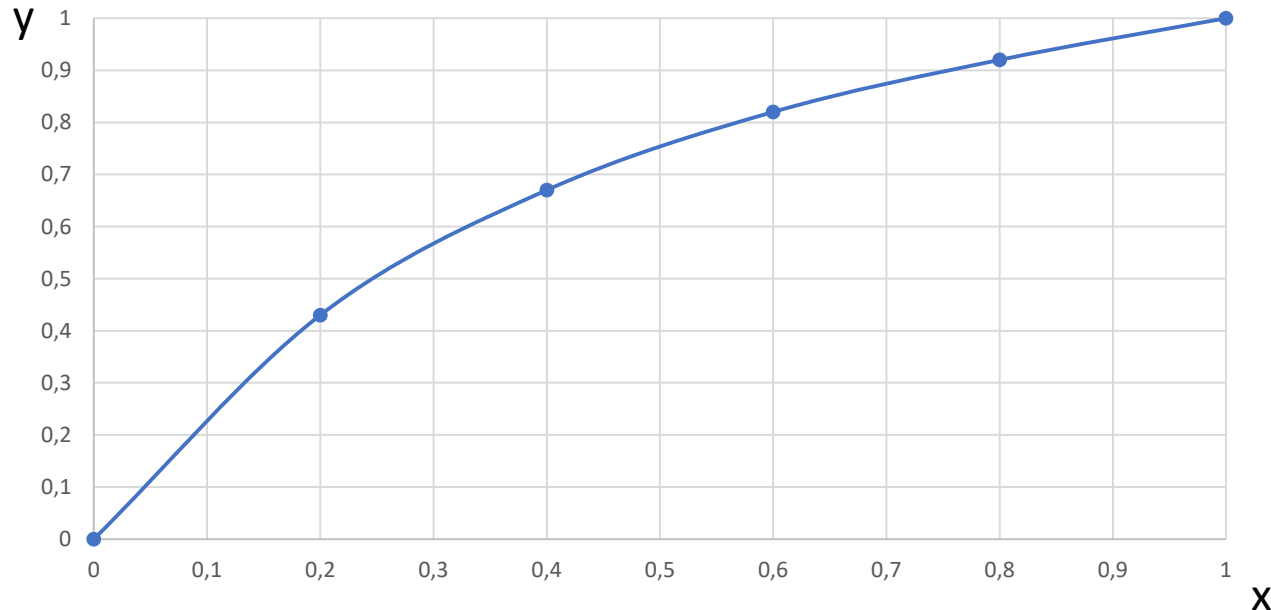
5) Ο αριθμός θεωρητικών βαθμίδων για $R_D = 1.5 R_{D,\min}$ και η θέση τροφοδοσίας.

1) Η σχέση μεταξύ x και y στην ισορροπία που προκύπτει μέσω της σχετικής πτητικότητας είναι:

$$y_A = \frac{a_{AB}x_A}{1+(a_{AB}-1)x_A} \quad (1) \text{ και αντικαθιστώντας } a_{AB}=3,$$

x_A	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1
y_A	0	0.43	0.67	0.82	0.92	1

Διάγραμμα ισορροπίας x - y



2) Από την εκφώνηση έχουμε $F = 50 \text{ kmol/h}$, $x_{FA} = 0.35$, $x_{FB} = 0.65$

$$x_{DA} = 0.9, x_{DB} = 0.1$$

$$x_{RB} = 0.8, x_{RA} = 0.2$$

Ισοζύγιο μάζας: $F = D + R$ (1) $\rightarrow 50 = D + R \rightarrow D = 50 - R$

Ισοζύγιο μάζας για το πτητικό: $F x_{FA} = D x_{DA} + R x_{RA}$ (2) \rightarrow

$$\rightarrow 50 \times 0.35 = D \times 0.90 + R \times 0.20 \rightarrow$$

$$\rightarrow 17.5 = 0.90(50 - R) + 0.20R \rightarrow$$

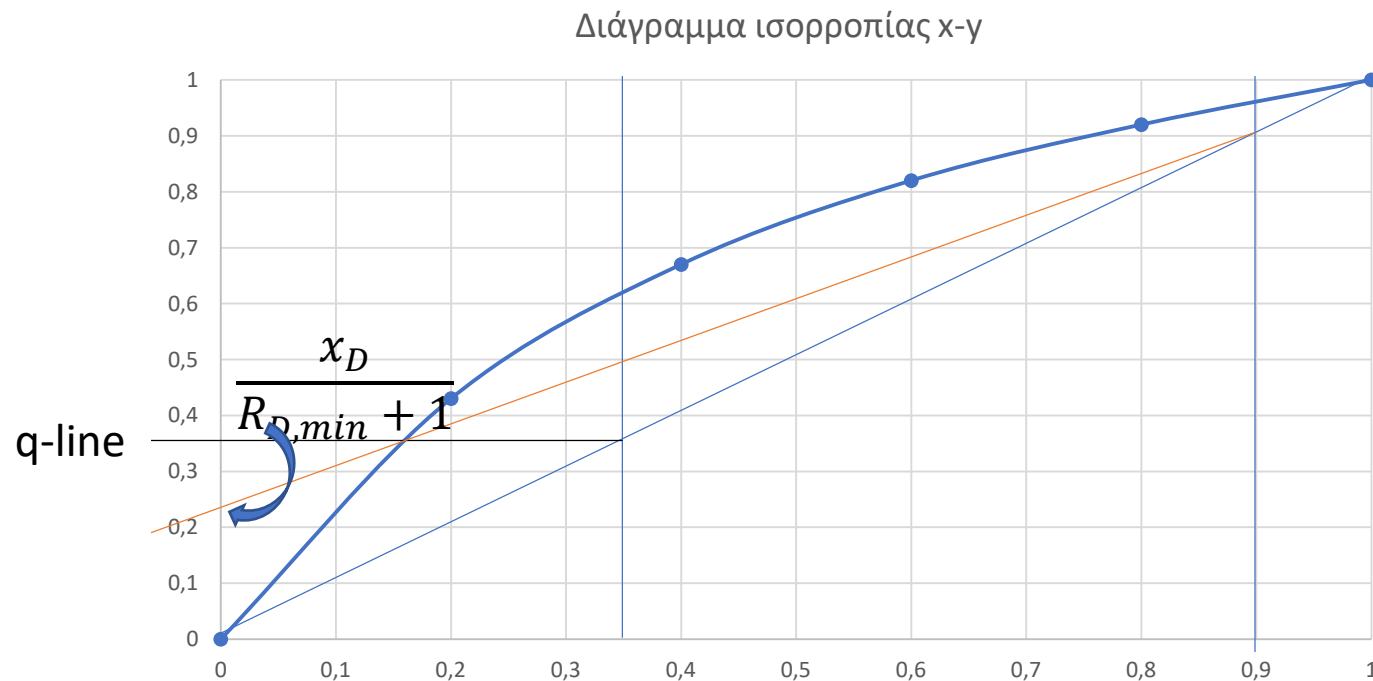
$$\rightarrow R = 39.29 \text{ kmol/h}$$

Και από την (1): $D = 10.71 \text{ kmol/h}$.

3) Το μίγμα εισέρχεται με την μορφή κορεσμένου ατμού ($q=0$) και περνά από το $(x_{FA}, x_{FA}) = (0.35, 0.35)$. Η γραμμή εμπλουτισμού ξεκινά από το $(x_{DA}, x_{DA}) = (0.90, 0.90)$ και διέρχεται από το σημείο τομής της q line με την καμπύλη ισορροπίας.

Από το διάγραμμα προκύπτει η αποτέμνουσα $\frac{x_D}{R_{D,min}+1} = 0.230 \rightarrow$

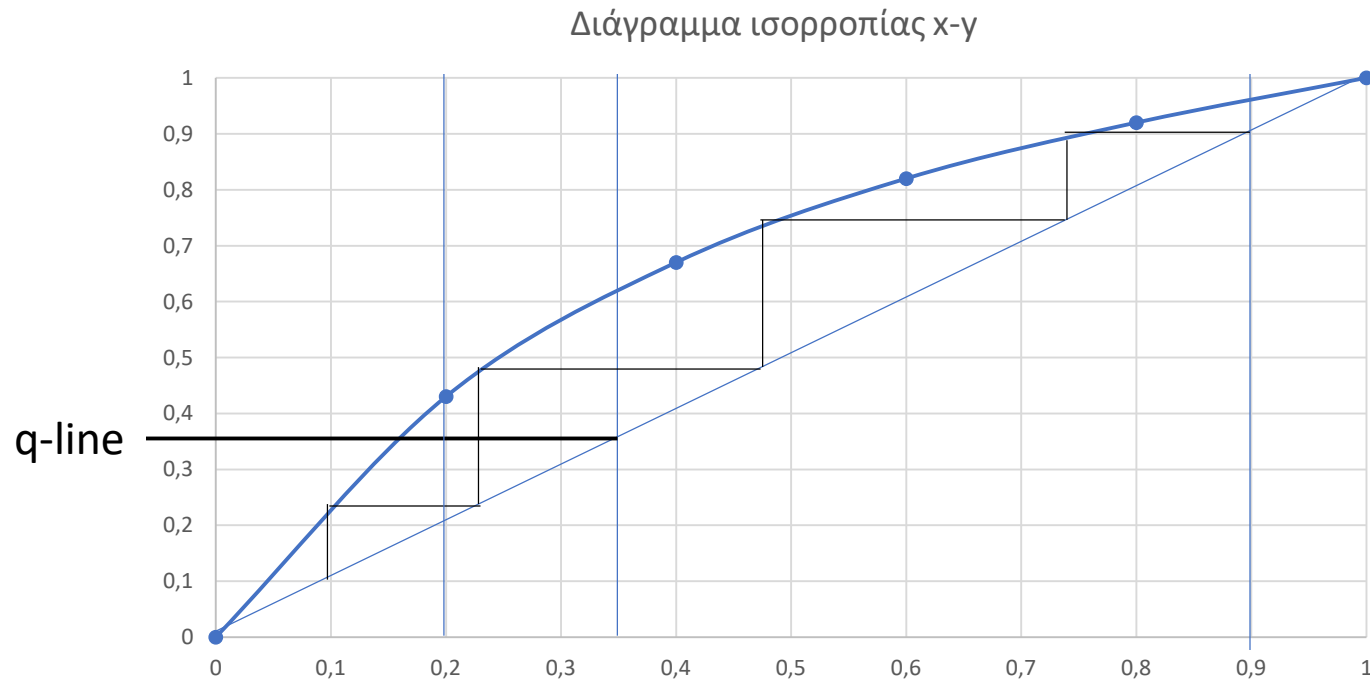
$$\rightarrow R_{D,min} = 2.913$$



4) α) γραφική λύση:

Ο ελάχιστος αριθμός βαθμίδων αντιστοιχεί στον άπειρο λόγο αναρροής $R_{D,\min} \rightarrow \infty$.

Η γραμμή εμπλουτισμού και η γραμμή εξάντλησης συμπίπτουν με την $x=y$. $N_{\min} = 3 + 1$ αναβραστήρας.



β) Μέθοδος Fenske:

$$N_{min} = \frac{\log\left(\frac{x_D(1-x_R)}{x_R(1-x_D)}\right)}{\log(a_{AB})} - 1 \quad (2), \text{ με } a_{AB} \text{ μεταξύ των } a_D \text{ και } a_R.$$

Η σχετική πτητικότητα είναι: $a_{AB} = \frac{y_A/x_A}{y_B/x_B}$

$$a_D = \frac{y_{AD}/x_{AD}}{y_{BD}/x_{BD}} = 2.665$$

$$a_R = \frac{y_{AR}/x_{AR}}{y_{BR}/x_{BR}} = 3.018$$

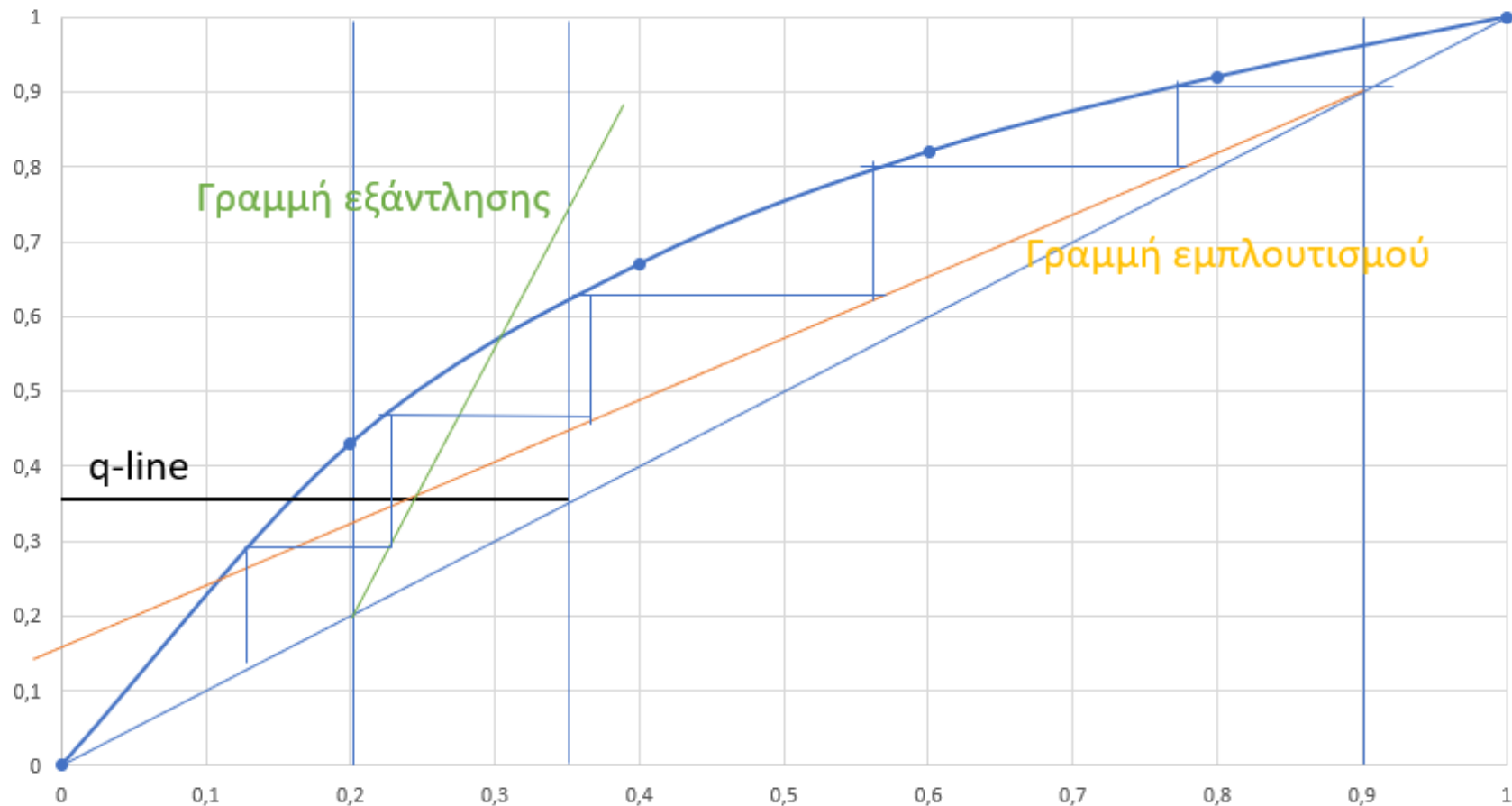
$$a_{AB} = \sqrt{a_D a_R} = 2.836$$

Από την σχέση (2): $N_{min} = 2$.

$$5) \quad \left. \begin{array}{l} R_D = 1.5 R_{D,\min} \\ R_{D,\min} = 2.913 \end{array} \right\} R_D = 4.369$$

Η αποτέμνουσα βρίσκεται $\frac{x_D}{R_D+1} = 0.168$.

Διάγραμμα ισοροπίας x-y



$N = 5 = 4 + 1$ αναβραστήρας

Παράδειγμα 3

Με βάση το προηγούμενο παράδειγμα να υπολογίσετε τον αριθμό των πραγματικών δίσκων αν ο βαθμός απόδοσης Murphree $\eta_M = 75\%$.

$$y_n = \eta_M (y_n^* - y_{n+1}) + y_{n+1}$$

$$y_1^* = x_D = 0.900 \longrightarrow y_2 = 0.770 \Rightarrow y_1(\text{ψευδοϊσορροπίας}) = 0.8625$$

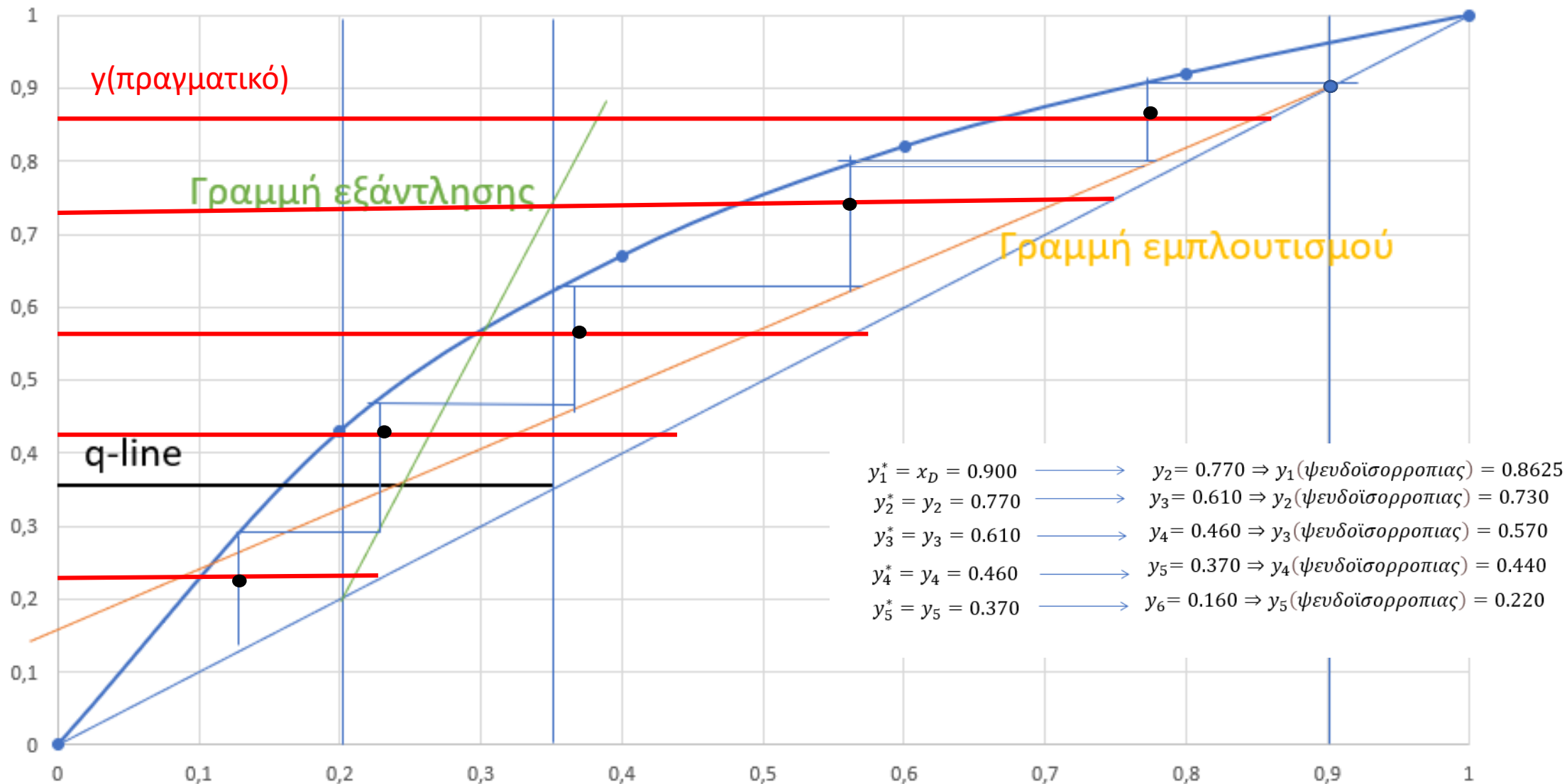
$$y_2^* = y_2 = 0.770 \longrightarrow y_3 = 0.610 \Rightarrow y_2(\text{ψευδοϊσορροπίας}) = 0.730$$

$$y_3^* = y_3 = 0.610 \longrightarrow y_4 = 0.460 \Rightarrow y_3(\text{ψευδοϊσορροπίας}) = 0.570$$

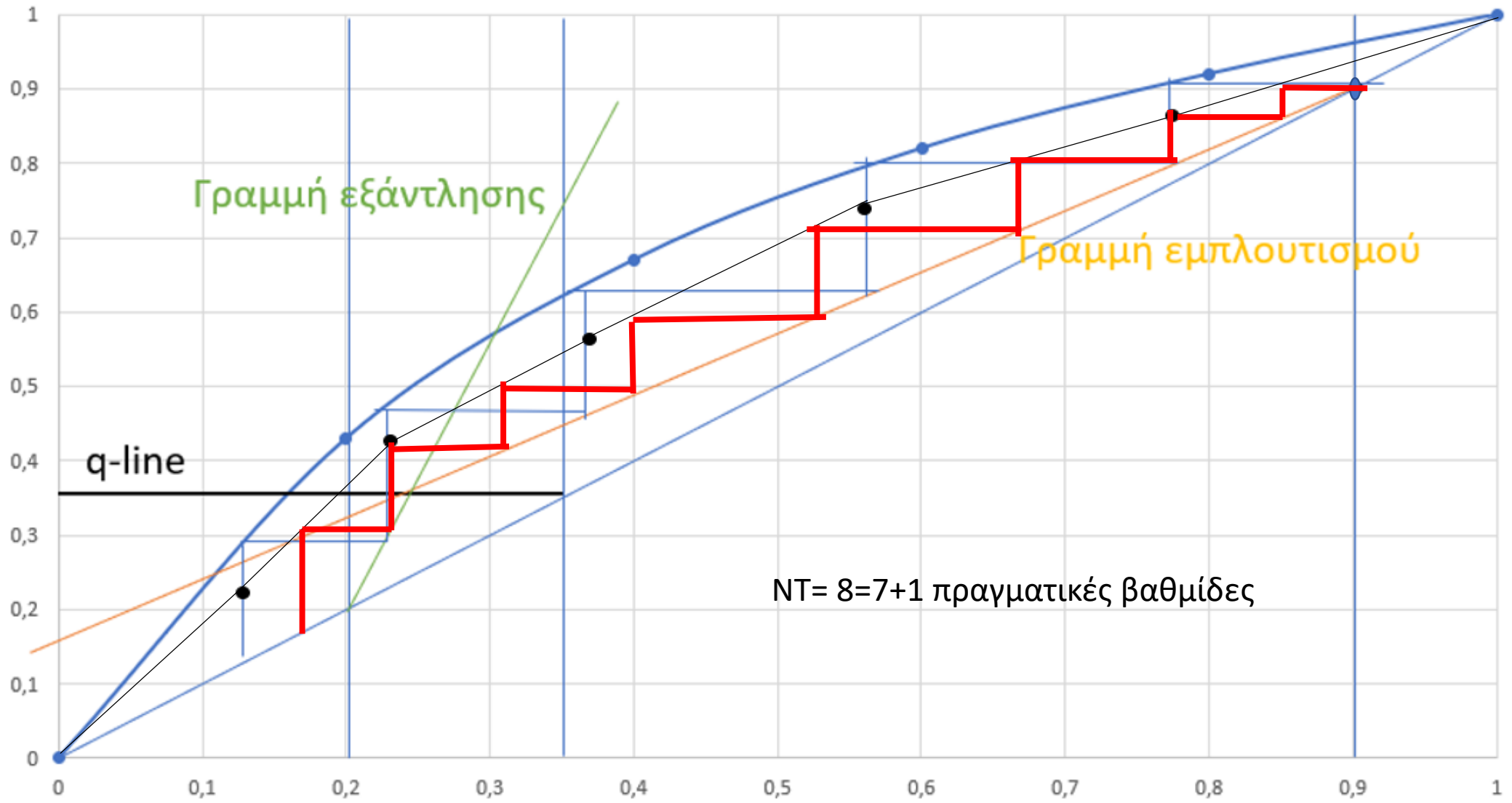
$$y_4^* = y_4 = 0.460 \longrightarrow y_5 = 0.370 \Rightarrow y_4(\text{ψευδοϊσορροπίας}) = 0.440$$

$$y_5^* = y_5 = 0.370 \longrightarrow y_6 = 0.160 \Rightarrow y_5(\text{ψευδοϊσορροπίας}) = 0.220$$

Διάγραμμα ισορροπίας x-y



Διάγραμμα ισορροπίας x-y



Παράδειγμα 4

Στο παράδειγμα 1 του φροντ. 3 υπολογίστε τώρα τον αριθμό των πραγματικών δίσκων αν ο βαθμός απόδοσης Murphree (η_M) κάθε δίσκου είναι 75%.

Η αποδοτικότητα Murphree ορίζεται από την σχέση:

$$\eta_M = \frac{y_n - y_{n+1}}{y_n^* - y_{n-1}}, \text{ όπου}$$

y_n → πραγματικό μοριακό κλάσμα του ατμού που αφήνει τη βαθμίδα n

y_{n+1} → πραγματικό μοριακό κλάσμα του ατμού που προσέρχεται στη βαθμίδα n

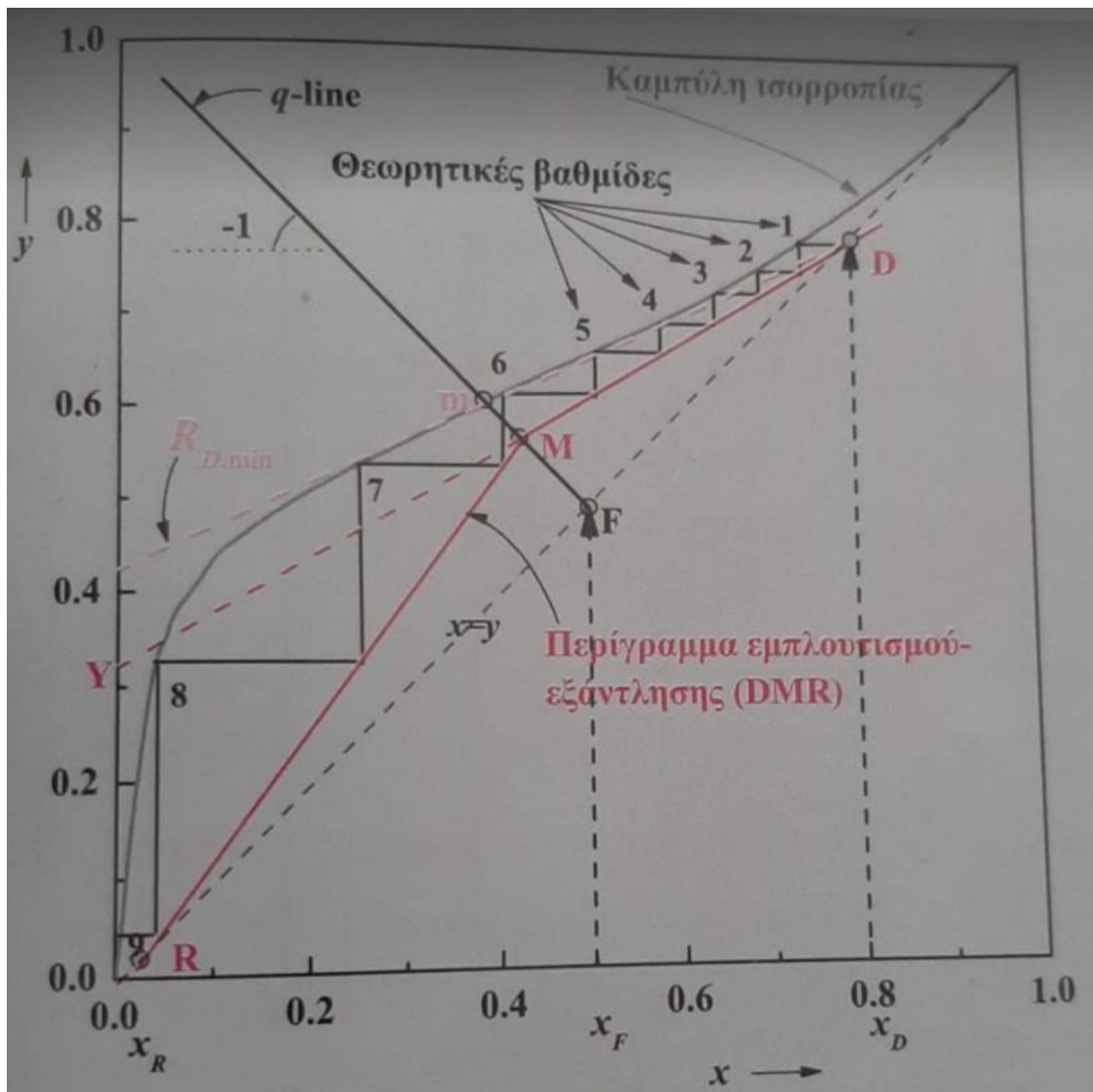
y_n^* → μοριακό κλάσμα του ατμού που θα ήταν σε ισορροπία με το υγρό που αφήνει τη βαθμίδα n (αν $\eta_M=100\%$)

Από την εξίσωση: $y_n = y_{n+1} + \eta_M(y_n^* - y_{n+1})$

Προκύπτουν για:

$y_1^* = x_D = 0.800$	\longrightarrow	$y_2 = 0.77 \Rightarrow y_1(\text{ψευδοϊσορροπιας}) = 0.793$
$y_2^* = y_2 = 0.770$	\longrightarrow	$y_3 = 0.74 \Rightarrow y_2(\text{ψευδοϊσορροπιας}) = 0.763$
$y_3^* = y_3 = 0.740$	\longrightarrow	$y_4 = 0.708 \Rightarrow y_3(\text{ψευδοϊσορροπιας}) = 0.732$
$y_4^* = y_4 = 0.708$	\longrightarrow	$y_5 = 0.675 \Rightarrow y_4(\text{ψευδοϊσορροπιας}) = 0.700$
$y_5^* = y_5 = 0.675$	\longrightarrow	$y_6 = 0.638 \Rightarrow y_5(\text{ψευδοϊσορροπιας}) = 0.666$
$y_6^* = y_6 = 0.638$	\longrightarrow	$y_7 = 0.595 \Rightarrow y_6(\text{ψευδοϊσορροπιας}) = 0.627$
$y_7^* = y_7 = 0.595$	\longrightarrow	$y_8 = 0.495 \Rightarrow y_7(\text{ψευδοϊσορροπιας}) = 0.570$
$y_8^* = y_8 = 0.495$	\longrightarrow	$y_9 = 0.240 \Rightarrow y_8(\text{ψευδοϊσορροπιας}) = 0.431$
$y_9^* = y_9 = 0.240$	\longrightarrow	$y_{10} = 0.02 \Rightarrow y_9(\text{ψευδοϊσορροπιας}) = 0.185$

Διάγραμμα ισορροπίας αιθανόλης-νερού από προηγούμενο παράδειγμα (McCabe Thiele) (φροντ.3)



Διάγραμμα ισορροπίας αιθανόλης-νερού και καμπύλη ψευδοϊσορροπίας $\eta_M=0.75$.

