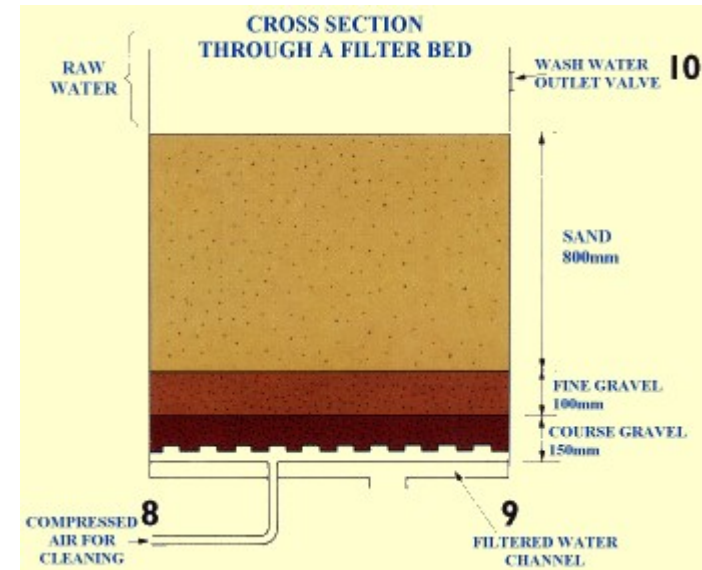


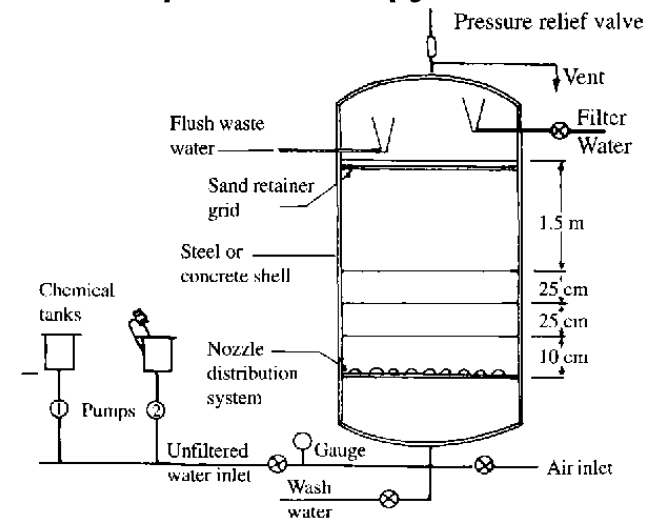
Στερεές (μόνιμες) και Ρευστοποιημένες Κλίνες

Φίλτρο Βαρύτητας

- Μια **στερεή κλίνη** (fixed or packed bed) είναι μια κλίνη με πληρωτικό υλικό σωματίδια (π.χ. κόκκοι άμμου, ανθρακίτη, γρανάδια άμμος, ενεργοί άνθρακες, silica gel, $\text{SiO}_2\text{-Al}_2\text{O}_3$ $\gamma\text{-Al}_2\text{O}_3$) διαφόρων κοκκομετριών και βρίσκει εφαρμογές στην **διήθηση νερού**, στην προσρόφηση, στις καταλυτικές αντιδράσεις και γενικά σε διεργασίες διαχωρισμού σωματιδίων, μεταφοράς μάζας και θερμότητας.

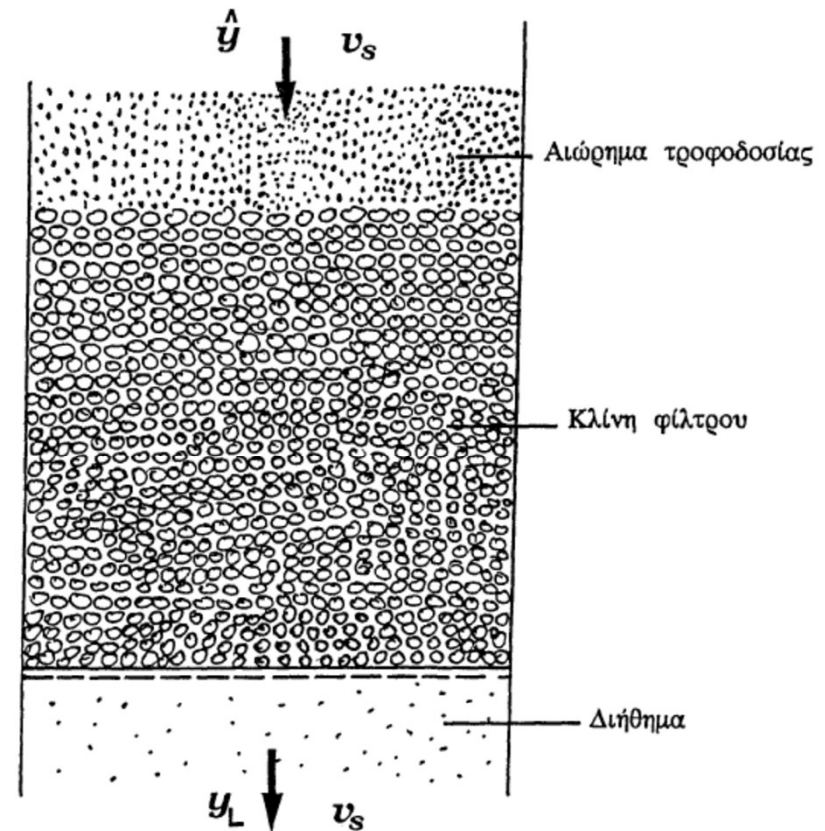


Φίλτρο Πίεσης

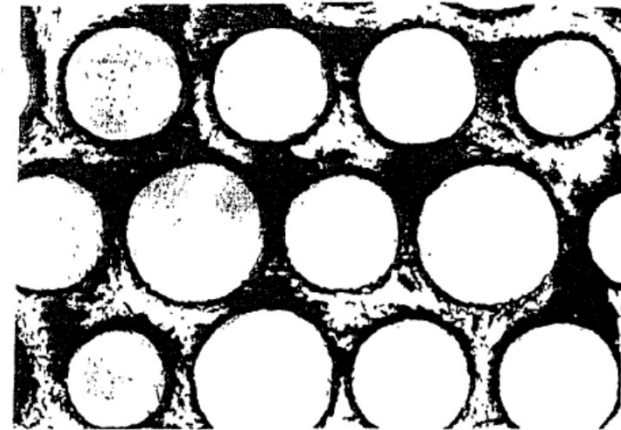
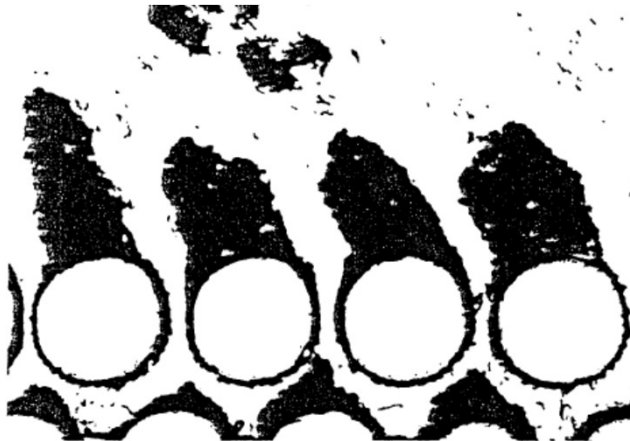
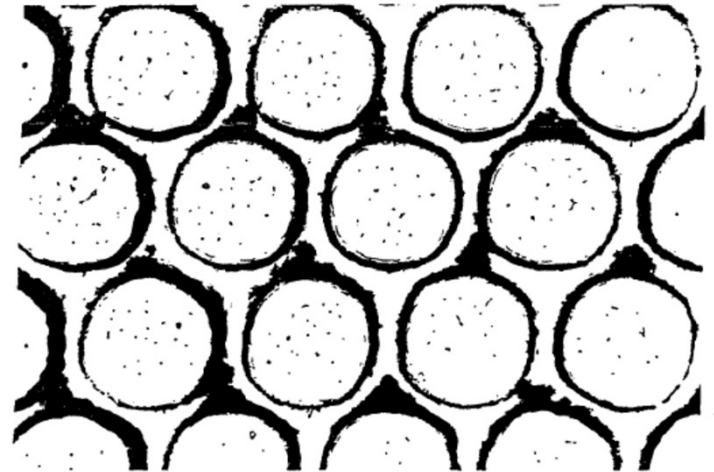
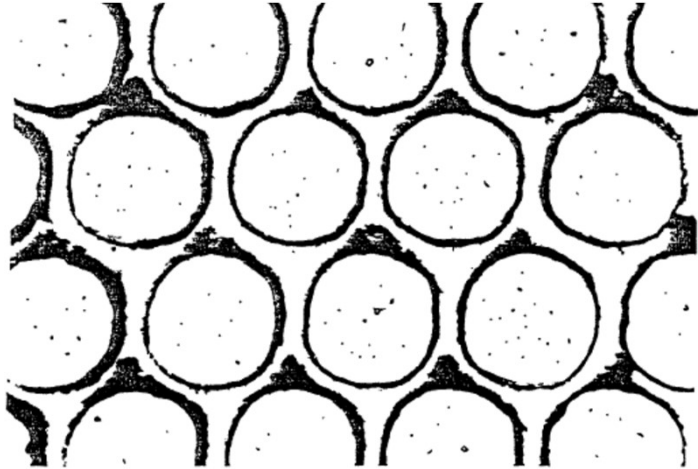


Στερεές Κλίνες

- Διεργασίες διαχωρισμού μιγμάτων στερεών και υγρών, π.χ. νερό ποταμιού, λίμνης, γεωτρήσεων που περιέχουν αιωρούμενα στερεά ή/και μικροβιακό φορτίου
- Διεργασίες Διαχωρισμού με φραγμό (κλίνη ή φίλτρο άμμου)



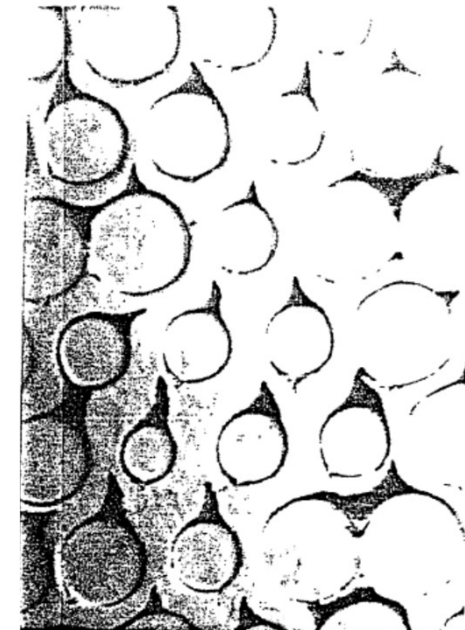
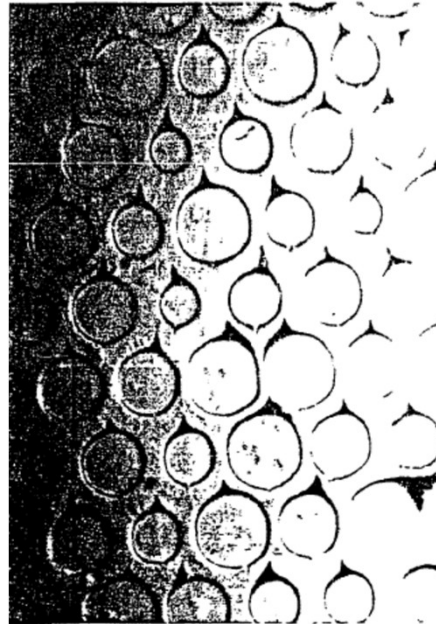
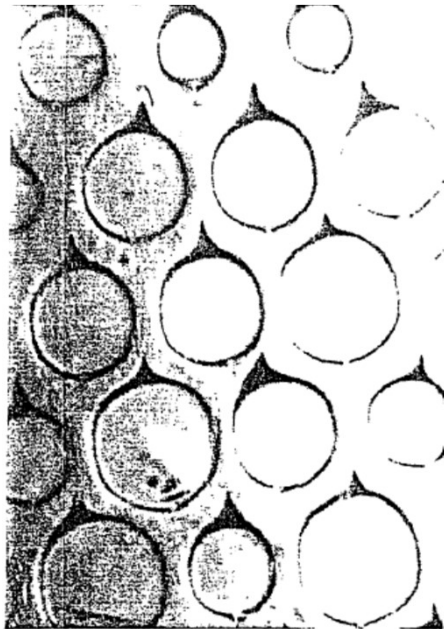
Στερεές Κλίνες



Σχεδιασμός Στερεών κλινών

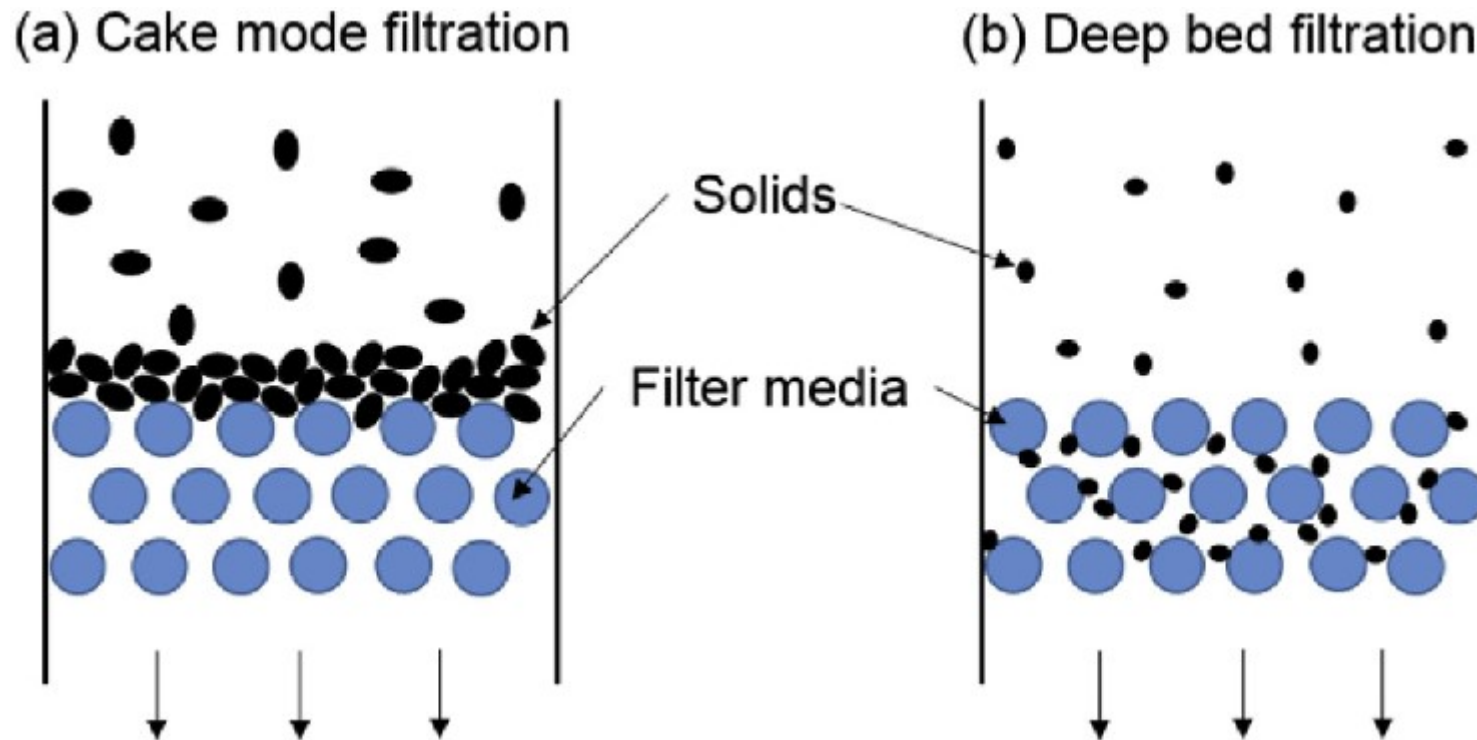
- **Διαστάσεις κλίνης:** Ύψος, διάμετρος, υλικό τοιχωμάτων
- **Πληρωτικό Υλικό:** Είδος υλικού, κατανομή μεγέθους κόκκων, μέση διάμετρος, πορώδες, ειδική επιφάνεια, διαπερατότητα, συντελεστής τριβής
- **Λειτουργικές Παράμετροι:** Πτώση πίεσης
Παροχή, ταχύτητα
- **Πλύση του φίλτρου:** συχνότητα πλύσης, ταχύτητα πλύσης (ανωρροή, νερό και αέρας,)

Σχεδιασμός Στερεών κλινών



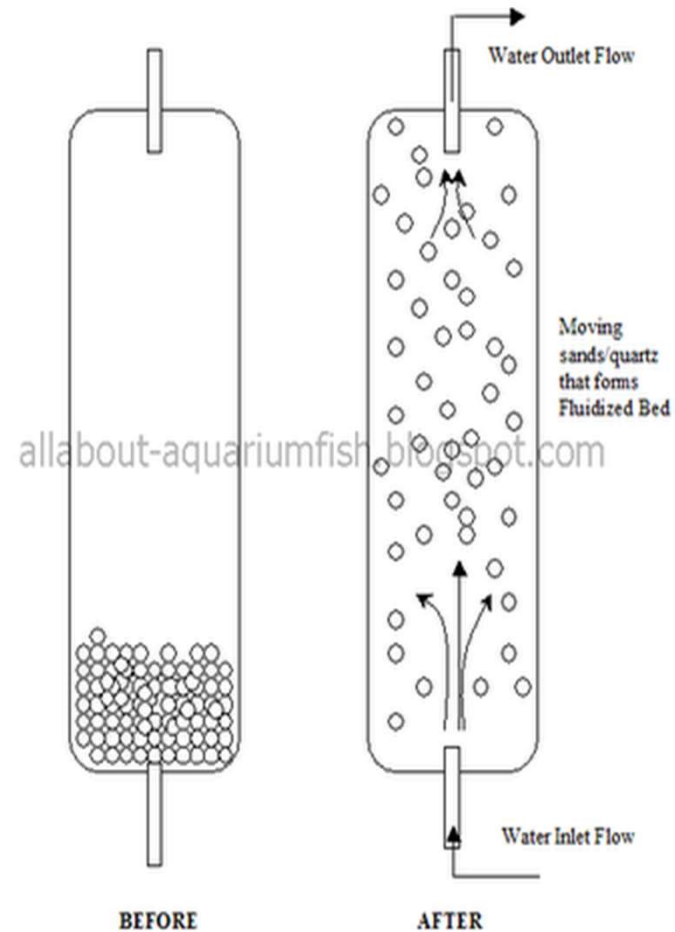
Deep bed filtration or cake filtration

Deep bed filtration or cake filtration



Ρευστοποιημένες Κλίνες

- Η στερεή κλίνη μπορεί κάτω από ορισμένες συνθήκες να **ρευστοποιηθεί**, εάν το επιτρέπει ο σχεδιασμός του χώρου μέσα στον οποίο βρίσκονται τα σωματίδια, το μέγεθος και η μορφολογία των σωματιδίων και οι λειτουργικές παράμετροι - **ανωρροή**



Σχεδιασμός Ρευστοποιημένων Κλινών

Παράμετροι σχεδιασμού

Διαστάσεις κλίνης: Ύψος, διάμετρος, υλικό τοιχωμάτων

Πληρωτικό Υλικό: Είδος υλικού, κατανομή μεγέθους κόκκων, μέση διάμετρος, πορώδες, ειδική επιφάνεια, διαπερατότητα, συντελεστής τριβής

Λειτουργικές Παράμετροι: Πτώση πίεσης, Παροχή, ταχύτητα λειτουργίας, ταχύτητα έναρξης ρευστοποίησης, ταχύτητα παράσυρσης, πορώδες έναρξης ρευστοποίησης, πορώδες ρευστοποιημένης κλίνης,

Επιλογή Υλικού ρευστοποίησης: ρευστό?- υγρό ή αέριο

Ρευστοποιημένες Κλίνες

- Ως ρευστοποιημένη κλίνη εννοούμε **μια κλίνη σωματιδίων τα οποία κινούνται τυχαία και ασταμάτητα μέσα στην κλίνη** με την βοήθεια μιας ρευστής φάσης.
- Οι ρευστοποιημένες κλίνες χρησιμοποιούνται πολύ στις χημικές βιομηχανίες (ανάμιξη, θέρμανση ή ξήρανση σωματιδίων), στις χημικές διεργασίες (καταλυτικές, χημικές αντιδράσεις όπως η διάσπαση υψηλών κλασμάτων πετρελαίου για την παρασκευή χαμηλότερων) και στην μεταλλουργία (**φρύξη**, εναλλαγή θερμότητας).
- Τα πληρωτικά υλικά μπορεί να έχουν σχήμα σφαιρικό, κυλινδρικό, ή διάφορα άλλα σχήματα που έχουν βρεθεί ότι επιτυγχάνουν καλή επαφή στερεού και ρευστού.

Ρευστοποιημένες Κλίνες

Πλεονεκτήματα ρευστοποιημένων κλινών (σε σχέση με τις στερεές)

- i. Ισοθερμοκρασιακές συνθήκες λειτουργίας
- ii. Μικρότερη πτώση πίεσης
- iii. Μεγάλοι συντελεστές μεταφοράς και θερμότητας
- iv. Επιτρέπεται η συνεχής ανάκτηση-αναγέννηση- ανακύκλωση της στερεής φάσης δίχως την διακοπή της λειτουργίας της διαδικασίας

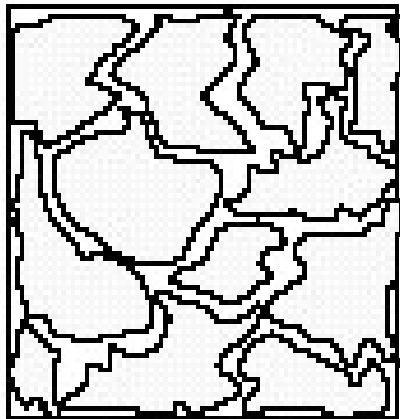
Μειονέκτημα:

- Δύσκολος ο σχεδιασμός και η κλιμάκωση μεγέθους των ρευστοποιημένων κλινών

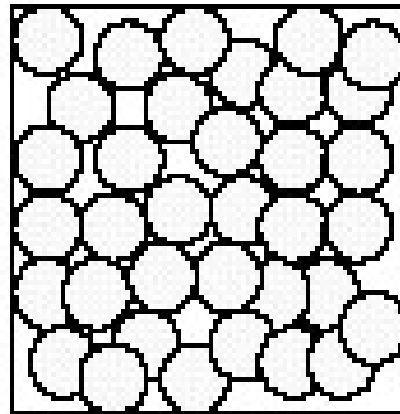
Στερεές (μόνιμες) Κλίνες

Θεωρία για στερεές κλίνες

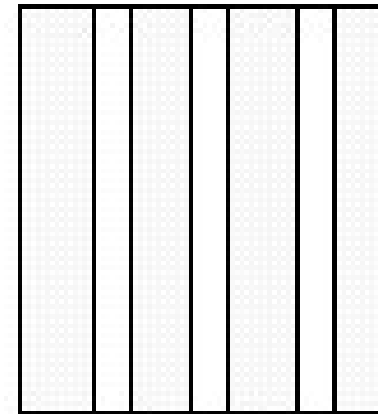
- Η σταθερή κλίνη θεωρείται ως ένα σύνολο αγωγών με περίεργη διατομή
- Η κλίνη αποτελείται από κόκκους βυθισμένα στο ρευστό και η πτώση πίεσης υπολογίζεται αθροίζοντας τις αντιστάσεις στην ροή



porous solid



granular bed



idealized model

Στερεές (μόνιμες) Κλίνες

Ορισμοί

Πορώδες, ε : Ο λόγος του κενού όγκου των πόρων προς τον συνολικό όγκο του πορώδους υλικού

$$\varepsilon = (\text{όγκος κενού χώρου}) / (\text{όγκος κενού χώρου} + \text{όγκος στερεών})$$

$$\varepsilon = V_{\text{pores}} / V_{\text{total}} = 1 - (m_{\text{solids}} / \rho_{\text{solids}}) / V_{\text{total}}$$

$$(1 - \varepsilon) = (\text{όγκος στερεών}) / (\text{όγκος κενού χώρου} + \text{όγκος στερεών})$$

Ειδική επιφάνεια, α_v : Επιφάνεια επαφής/ μονάδα όγκου των στερεών

$$\alpha = \text{συνολική επιφάνεια} / (\text{όγκος κενού χώρου} + \text{όγκος στερεών})$$

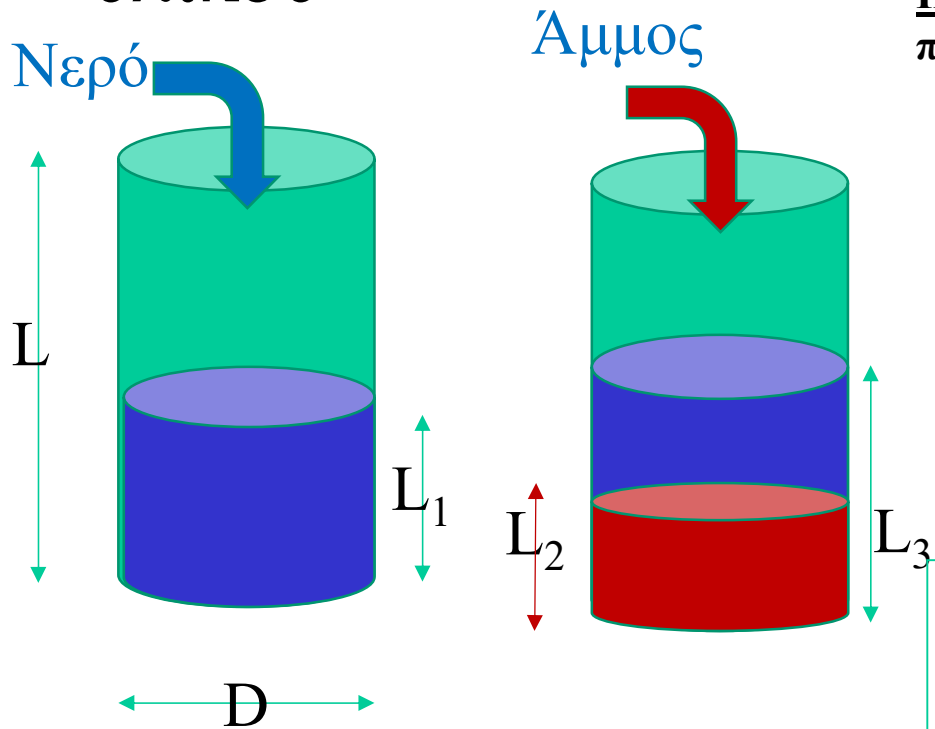
$$\alpha_v = (\text{συνολική επιφάνεια} / \text{όγκος στερεών}) * (\text{συνολικός όγκος} / \text{όγκος στερεών})$$

$$\alpha_v = \alpha * [1 / (1 - \varepsilon)]$$

Μέση διάμετρος κόκκων, D_{mean} = $6 / \psi \alpha_v$, όπου ψ : η σφαιρικότητα, το δ προέκυψε θεωρώντας ότι η μέση διάμετρος ενός κόκκου είναι η διάμετρος ισοδύναμης σφαίρας

Στερεές (μόνιμες) Κλίνες

- Υπολογισμός του πορώδους ενός πληρωτικού υλικού



Πορώδες, ε : Ο λόγος του κενού όγκου των πόρων προς τον συνολικό όγκο του πορώδους υλικού

$$\text{Όγκος πορώδους υλικού, } V_p = \pi (D^2/4)L_2$$

$$\text{Αρχικός Όγκος νερού, } V_p = \pi (D^2/4)L_1$$

$$\text{Όγκος νερού εκτός του πληρωτικού υλικού} = \pi (D^2/4) [L_3 - L_2]$$

$$\begin{aligned} &\text{Όγκος νερού παγιδευμένος εντός} \\ &\text{του πληρωτικού υλικού} \\ &= \text{Αρχικός Όγκος νερού, } V_p - \text{Όγκος νερού} \\ &\text{εκτός του πληρωτικού υλικού} \\ &= \text{Κενός χώρος} \\ &\text{μέσα στο πορώδες υλικό} \\ &= \pi (D^2/4) [L_1 - (L_3 - L_2)] \end{aligned}$$

$$\varepsilon = \{ L_1 - (L_3 - L_2) \} / L_2$$

$$\begin{aligned} \varepsilon &= V_{\text{pores}} / V_{\text{total}} = 1 - (V_{\text{solid}} / V_{\text{total}}) \\ &= 1 - \{ (m_{\text{solids}} / \rho_{\text{solids}}) / V_{\text{total}} \} \end{aligned}$$

Στερεές (μόνιμες) Κλίνες

- Συντελεστής τριβής, f

$$\frac{P_0 - P_L}{\frac{1}{2} \rho v_0^2} = \frac{L}{D_P} 4f$$

- Για αγωγούς με κυκλική διατομή και ακτίνα R έχουμε (εξ. Hagen-Poiseuille):

$$\langle v \rangle = \frac{P_0 - P_L}{8\mu L} R^2 = \frac{P_0 - P_L}{2\mu L} R_h^2 \quad (3)$$

Όπου R_h υδραυλική ακτίνα =(διατομή κάθετη στη ροή)/(περίμετρος διατομής)

Ή

Στερεές (μόνιμες) Κλίνες

$$\begin{aligned} R_h &= (\text{όγκος διαθέσιμος στην ροή} / \text{συνολ. επιφ. επαφής ρευστού στερεού}) = \\ & \quad (\text{όγκος κενός από σωματίδια} / \text{όγκος κλίνης}) \\ &= (\text{όγκος κενός από σωματ.} / \text{όγκος κλίνης}) / (\text{συνολ. επιφ. επαφής} / \text{όγκο κλίνης}) \\ &= \varepsilon / \alpha \end{aligned}$$

Παροχή: Q

Φαινόμενη ταχύτητα: $v_0 = Q/A$, A : διατομή της κλίνης

Μέση ταχύτητα στα διάκενα της στήλης: $\langle v \rangle = v_0 / \varepsilon$

Εξίσωση Blake – Kozeny (Γραμμική Ροή)

$$\begin{aligned} v_0 &= \frac{P_0 - P_L}{2\mu L} R_h \varepsilon = \frac{P_0 - P_L}{2\mu L} \frac{\varepsilon^3}{\alpha^2} = \frac{P_0 - P_L}{2\mu L} \frac{\varepsilon^3}{\alpha_v^2 (1 - \varepsilon)^2} = \\ & \frac{P_0 - P_L}{2\mu L} \frac{\varepsilon^3 D_{mean}^2 \Psi^2}{36(1 - \varepsilon)^2} \xrightarrow{\text{πειραμ. μετρησεις}} \approx \frac{P_0 - P_L}{\mu L} \frac{\varepsilon^3 D_{mean}^2 \Psi^2}{150(1 - \varepsilon)^2} \end{aligned}$$

Στερεές (μόνιμες) Κλίνες

- Με δεδομένο ότι η ειδική επιφάνεια των σωματιδίων (συνολική επιφάνεια επαφής/ όγκος κλίνης) δίνεται από τον τύπο:

$$\alpha_v = \frac{6}{\psi D_p} = \rho_p S$$

- η εξίσωση Blake- Kozeny μπορεί να ξαναγραφεί ως

$$v_0 = \frac{P_0 - P_L}{25 L} \frac{6}{\mu \rho_p^2 S^2} \frac{\varepsilon^3}{(1 - \varepsilon)^2}$$

- Και η μέση διάμετρος των σωματιδίων υπολογίζεται από την σχέση

$$\alpha_v = \frac{6}{\psi D_p} = \rho_p S$$

Στερεές (μόνιμες) Κλίνες

- Η εξίσωση **Blake –Kozeny** είναι ακριβής όταν $\varepsilon < 0.5$ και όταν η ροή είναι γραμμική δηλαδή:

$$\frac{Re_p}{1-\varepsilon} = \frac{D_p G_0}{\mu} \frac{1}{1-\varepsilon} < 10, \text{ όπου } G_0 = \rho v_0, \quad Re = \frac{\rho v D_p}{\mu}$$

Συντελεστής τριβής: $f = \frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3} \frac{75\mu}{\psi^2 D_p G_0}$



- Εξίσωση **Burke-Plummer:**

$$\frac{P_0 - P_L}{L} = \frac{1.75}{\psi D_p} \rho v_0^2 \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3}$$

$$\frac{Re_p}{1-\varepsilon} = \frac{D_p G_0}{\mu} \frac{1}{1-\varepsilon} > 1000$$

- Συντελεστής τριβής: $f = 0.875 \frac{1-\varepsilon}{\psi \varepsilon^3}$

Στερεές (μόνιμες) Κλίνες

- **Εξίσωση Ergun (Ενδιάμεση περιοχή)**

$$\frac{(P_0 - P_L)\rho}{G_0^2} \left(\frac{\psi D_p}{L}\right) \left(\frac{\varepsilon^3}{1-\varepsilon}\right) = 150 \frac{1-\varepsilon}{\psi D_p G_0 / \mu} + 1.75$$

- **Ή**

$$\left(\frac{-\Delta P}{L}\right) = 150 \left(\frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3}\right) \left(\frac{\mu v_0}{D_{mean}^2}\right) + 1.75 \left(\frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon^3}\right) \left(\frac{\rho v_0^2}{D_{mean}}\right), \text{ για } \Psi \sim 1, D_P = D_{mean}$$

Στερεές (μόνιμες) Κλίνες

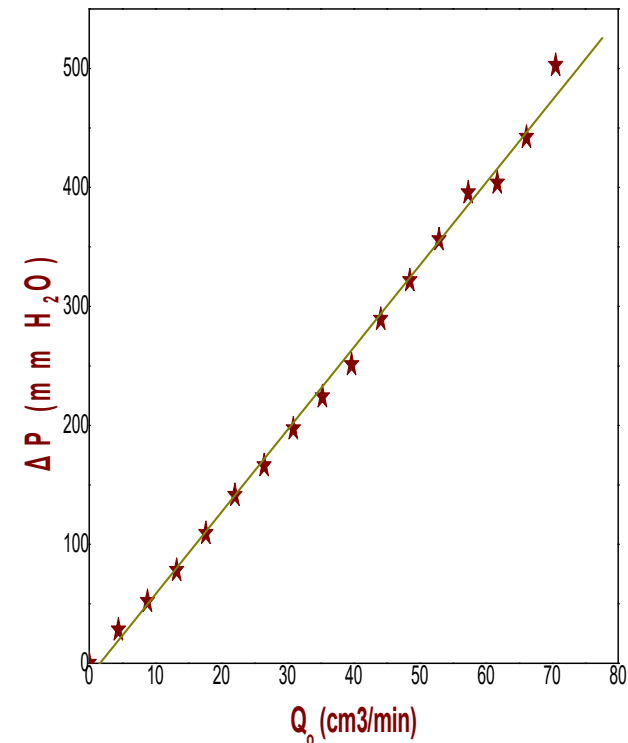
- Φαινομενολογική Εξίσωση Darcy,
 $1\text{Darcy}=0.9869233 (\mu\text{m})^2 \sim 1\mu\text{m}^2$

$$v_0 = \frac{Q}{A} = \kappa \left(\frac{P_0 - P_L}{\mu L} \right)$$

Όπου κ η διαπερατότητα της κλίνης, ιδιότητα που εξαρτάται από γεωμετρικά και τοπολογικά χαρακτηριστικά του πληρωτικού υλικού (κατανομή μεγέθους κόκκων, πορώδες, κλπ.)

$$\frac{\Delta P}{Q} = \left(\frac{P_0 - P_L}{Q} \right) = \frac{\mu L}{\kappa A}$$

Όπου $\Delta P/Q$, η κλίση διαγράμματος πίεσης και παροχής



Ρευστοποιημένες Κλίνες

- Ρευστοποίηση (fluidization) στερεών σωματιδίων είναι η μετατροπή μιας σταθερής κλίνης σε κατάσταση που μοιάζει με ρευστή ($F_D = F_G$).
- Η ρευστοποιημένη κλίνη συμπεριφέρεται ως σαν ένα ψευδοπλαστικό ρευστό.
- Οι περισσότερες όμως βιομηχανικές εφαρμογές βασίζονται σε ρευστοποίηση με αέρια

Στερεές (μόνιμες) και Ρευστοποιημένες Κλίνες

- Ταχύτητα λειτουργίας, v : $v_m < v < v_t$

Όπου v_m η ταχύτητα έναρξης ρευστοποίησης, v_t , η ταχύτητα παρασύρσεως ή οριακή ταχύτητα.

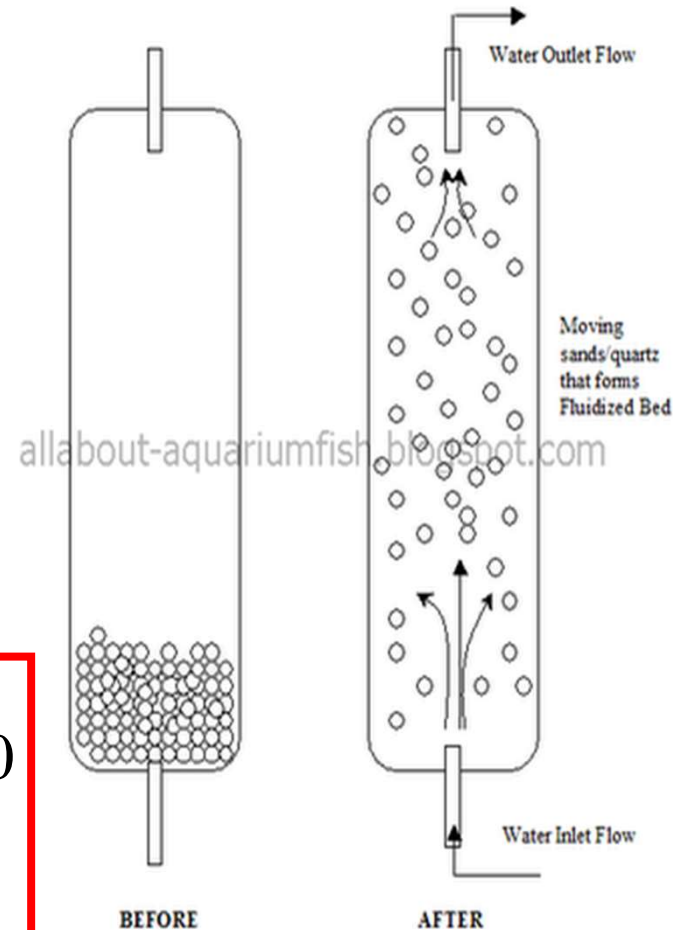
$$F_D = F_G \rightarrow$$

$-\Delta P = (\rho_s - \rho)(1 - \epsilon)L_m g$ (η πτώση πίεσης γίνεται ίση με το φαινόμενο βάρος ανά μονάδα επιφανείας)

Ταχύτητα έναρξης ρευστοποίησης, v_m :

$$v_m = \frac{\psi^2 D_{mean}^2 (\rho_p - \rho) g}{150 \mu} \frac{\epsilon_m}{1 - \epsilon_m} \quad \text{για } Re < 10$$

$$v_m = \left(\frac{\epsilon^3 \psi D_{mean} (\rho_p - \rho) g}{1.75 \rho} \right)^{1/2} \quad \text{για } Re > 100$$



Στερεές (μόνιμες) και Ρευστοποιημένες Κλίνες

- Οριακή ταχύτητα παράσυρσης

$$v_t = \frac{D_{mean}^2 (\rho_p - \rho) g}{18 \mu}$$
$$\frac{v_t}{v_m} = \frac{8.33 (1 - \varepsilon_m)}{\psi^2 \varepsilon_m^3}$$

- Για σφαιρικά σωματίδια ($\psi=1$) με $\varepsilon_m=0.45$, $v_t=v_m$ με αποτέλεσμα η κλίνη να αρχίσει να ρευστοποιείται σε $v_m=10$ mm/s και να λειτουργεί μέχρι $v=400$ mm/s (v_t)
- Για μεγάλα σωματίδια:

$$v_t = 1.75 \sqrt{\frac{g D_{mean} (\rho_p - \rho)}{\rho}} \quad \frac{v_t}{v_m} = \frac{2.32}{(\psi \varepsilon_m^3)^{1/2}} \quad \text{για } Re > 1000 (= 7.7 < \text{μικρα})$$

Στερεές (μόνιμες) και Ρευστοποιημένες Κλίνες

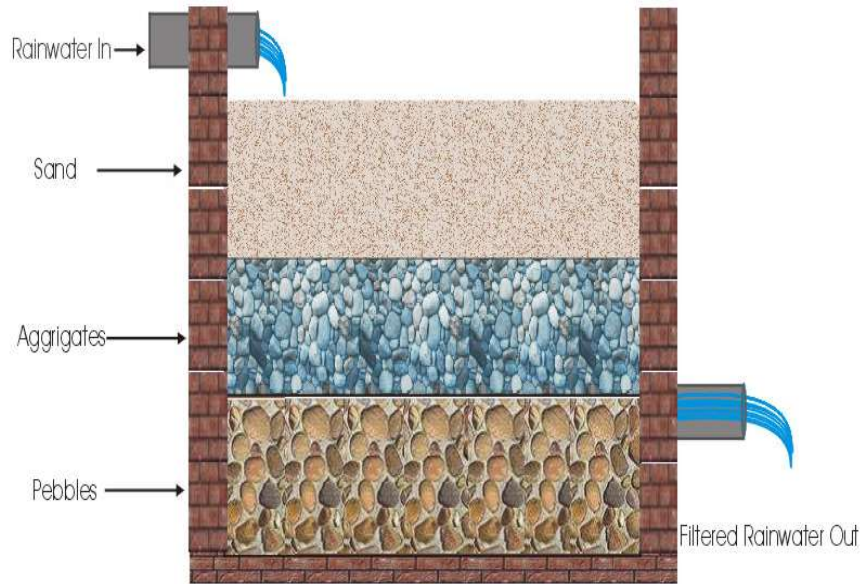
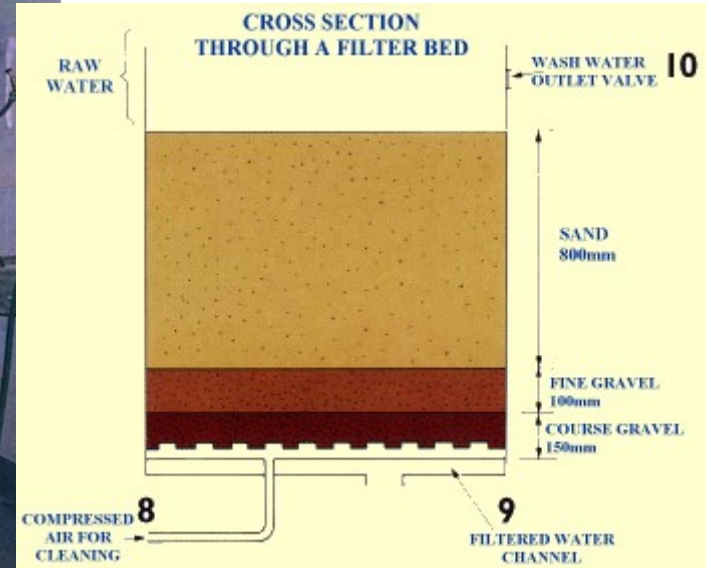
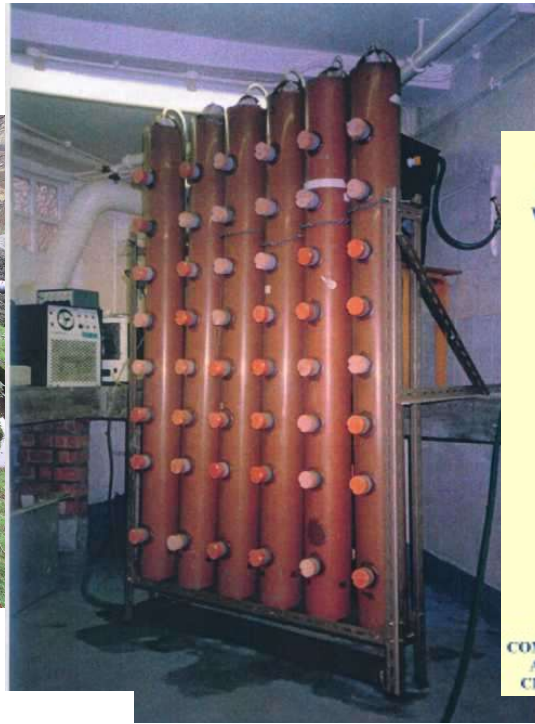
Πορώδες ρευστοποιημένης κλίνης (Richardson- Zaki, 1954)

$$\frac{u}{u_t} = \varepsilon_e^n \Rightarrow \ln u = \ln u_t + n \cdot \ln \varepsilon_e$$

Μήκος ρευστοποιημένης κλίνης

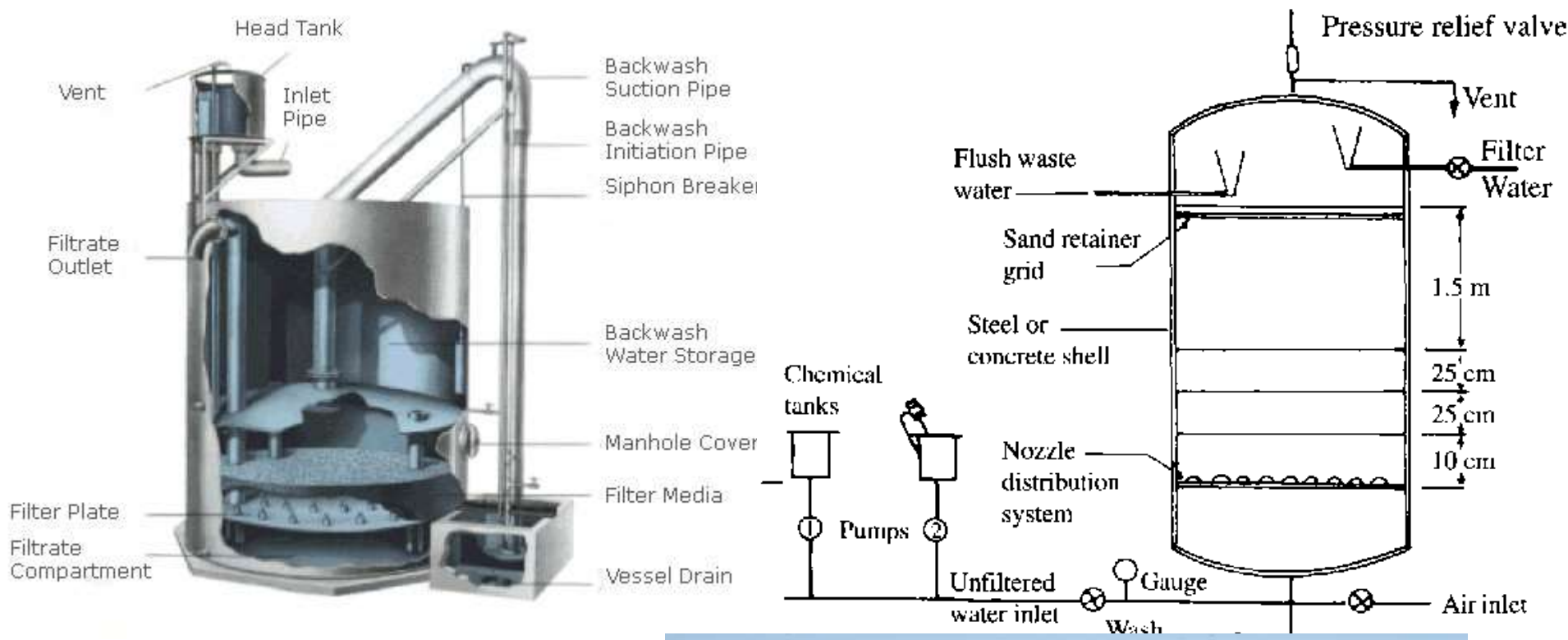
$$L_e = L \frac{(1 - \varepsilon)}{(1 - \varepsilon_e)}$$

$$L_e = \frac{L \cdot (1 - \varepsilon)}{1 - \varepsilon_e} \Rightarrow \varepsilon_e = 1 - \frac{L}{L_e} (1 - \varepsilon)$$



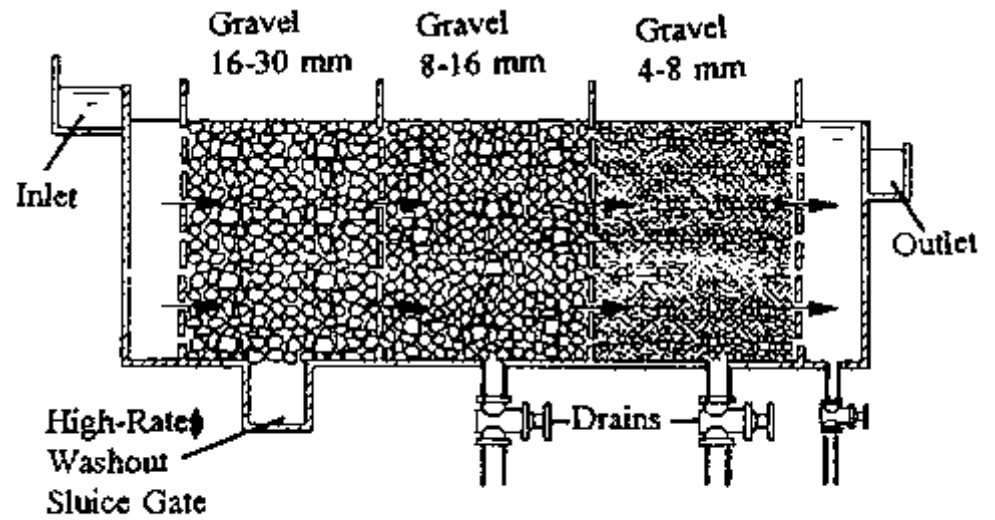
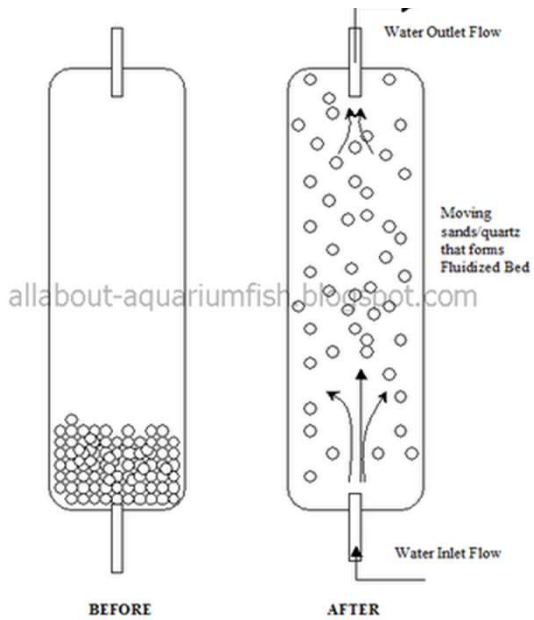
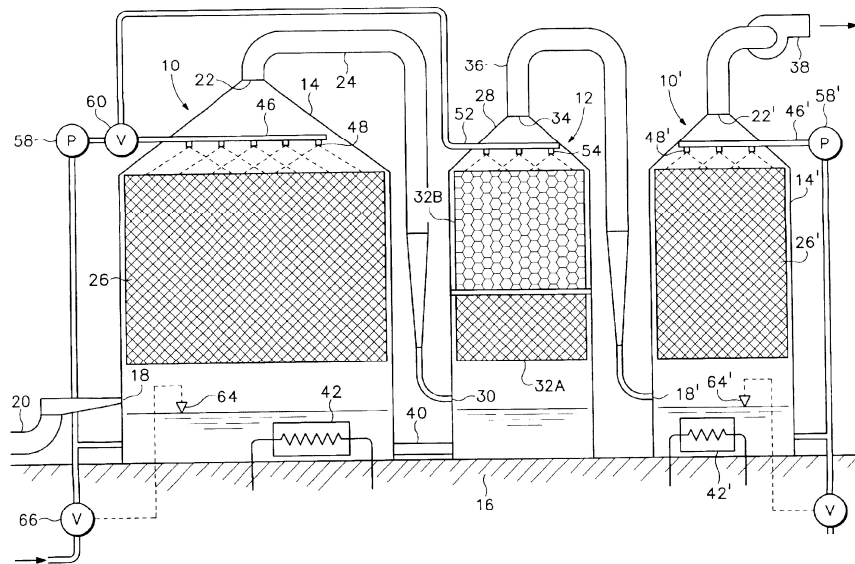
Κλίνες





Κλίνες

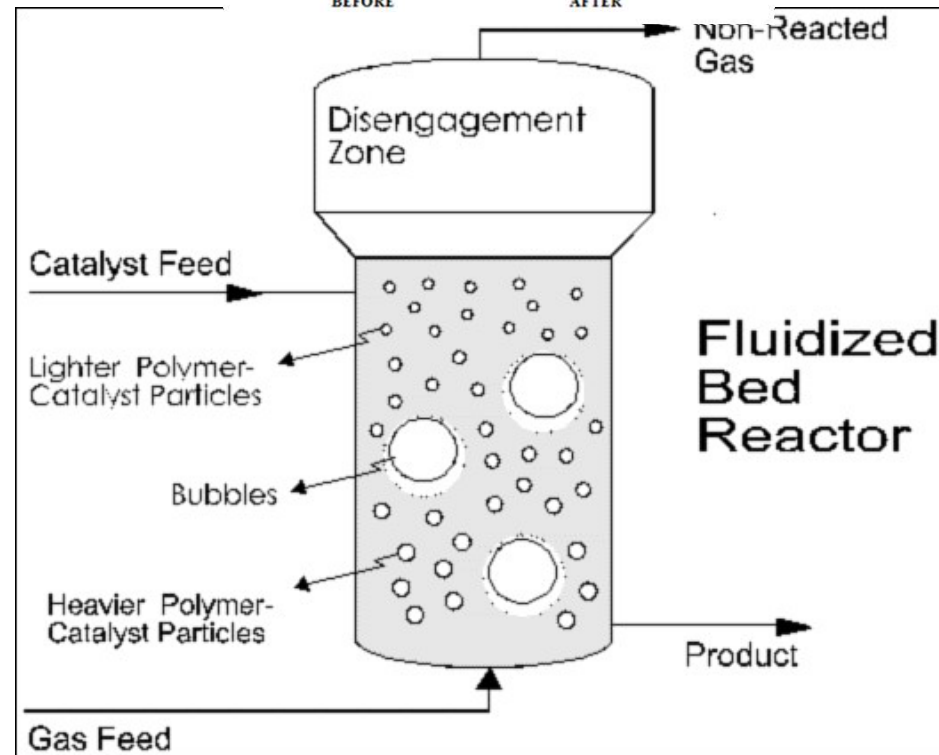
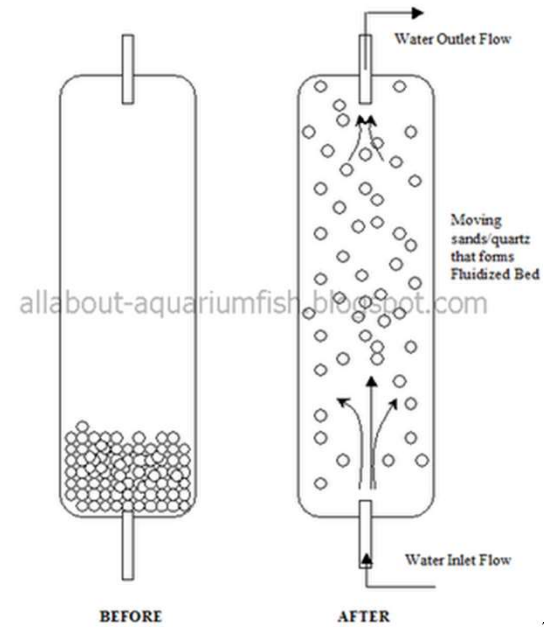




Section



Fluidization is commonly defined as *"the operation by which the fine solids are transformed into a fluid-like state through contact with a gas or liquid"* [1]. Fluidized beds are known for their high heat and mass transfer coefficients, due to the high surface area-to-volume ratio of fine particles. Fluidized beds are used in a wide variety of industrial processes such reaction, drying, mixing, granulation, coating, heating and cooling.



Άσκηση 1^η

Προκειμένου να σχεδιαστούν φίλτρα διήθησης πόσιμου έγιναν πειράματα σε εργαστηριακές πιλοτικές μονάδες (κλίνες σωματιδίων), όπου ελήφθησαν τα κάτωθι αποτελέσματα για την πτώση πίεσης κατά μήκος της κλίνης συναρτήσει της παροχής.

Παροχή cm ³ /min	0	50	100	200	300	400	500	600	700	800
ΔP, στερεής κλίνης mmH ₂ O	0	27	46	102	151	205	265	339	386	444

Δεδομένα:

Ύψος άμμου στην κλίνη: 16 cm, Βάρος άμμου: 286 gr, Πυκνότητα κόκκων άμμου: 2.65 g/cm³, Σφαιρικότητα κόκκων: 0.8, Θ=20 °C, $\rho_{\text{νερού}} = 1000 \text{ kg/m}^3$, Ιξώδες νερού= $1.0 \times 10^{-3} \text{ Pa S}$, $\rho_{\text{Hg}} = 13.5 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$, $D_{\text{κλίνης}} = 4 \text{ cm}$

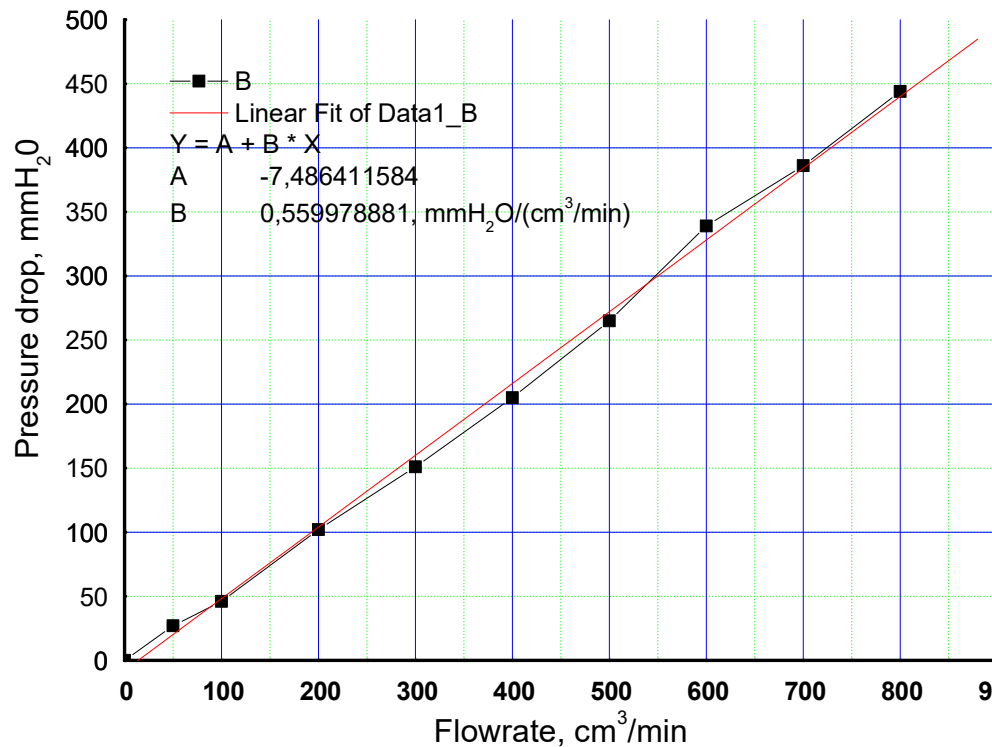
Ζητούνται:

- η διαπερατότητα της κλίνης (από διάγραμμα πτώσης πίεσης έναντι φαινομενικής ταχύτητας ή παροχής) σε Darcy ($1 \text{ Darcy} \sim 10^{-12} \text{ m}^2$)
- υπολογίστε τον αριθμό Reynolds για την μέγιστη παροχή. Σε ποια περιοχή ροής γίνεται η διήθηση (έρπουσα, γραμμική, ενδιάμεση, ή τυρβώδης) αν η λειτουργία της κλίνης γίνεται σε παροχή $400 \text{ cm}^3/\text{min}$?
- το πορώδες της κλίνης
- επιφάνεια των κόκκων, m^2/kg
- μέση διάμετρος κόκκων, σε mm

Κλίνες στ) υπολογίστε το συντελεστή τριβής όταν η ταχύτητα διήθησης είναι ίση με 0.01 m/s

Άσκηση 1^η

A) με την βοήθεια του Πίνακα σχεδιάζουμε το διάγραμμα ΔP έναντι της παροχής (ή της φαινομενικής ταχύτητας) και χρησιμοποιούμε την εξίσωση Darcy για το υπολογισμό της διαπερατότητας της κλίνης



$$v_0 = \frac{Q}{A} = \kappa \left(\frac{P_0 - P_L}{\mu L} \right)$$

$$\frac{\Delta P}{Q} = \left(\frac{P_0 - P_L}{Q} \right) = \frac{\mu L}{\kappa A}$$

κλίση

Η κλίση της ευθείας δίνει
εφθ = 0.56 mmH₂O/[cm³/min]=

ΠΡΟΣΟΧΗ στις ΜΟΝΑΔΕΣ

$$=(\mu L / \kappa A)$$

μ: το ιξώδες, A: διατομή της Κλίνης,
L= μήκος της κλίνης άμμου

Κλίνες



$$k = 3.74 \cdot 10^{-10} \text{m}^2 = 374 \text{ Darcy}$$

Άσκηση 1^η

Α') Αν διαιρέσουμε τις τιμές της παροχής με την διατομή της κλινής ο Πίνακας θα διαμορφωθεί ως εξής:

Φαινομενική Ταχύτητα, m/s	0	7,347E-4	0,00146	0,00293	0,0044	0,0058	0,0073	0,00881	0,01028	0,01175
ΔP, στερεής κλίνης mmH ₂ O	0	27	46	102	151	205	265	339	386	444

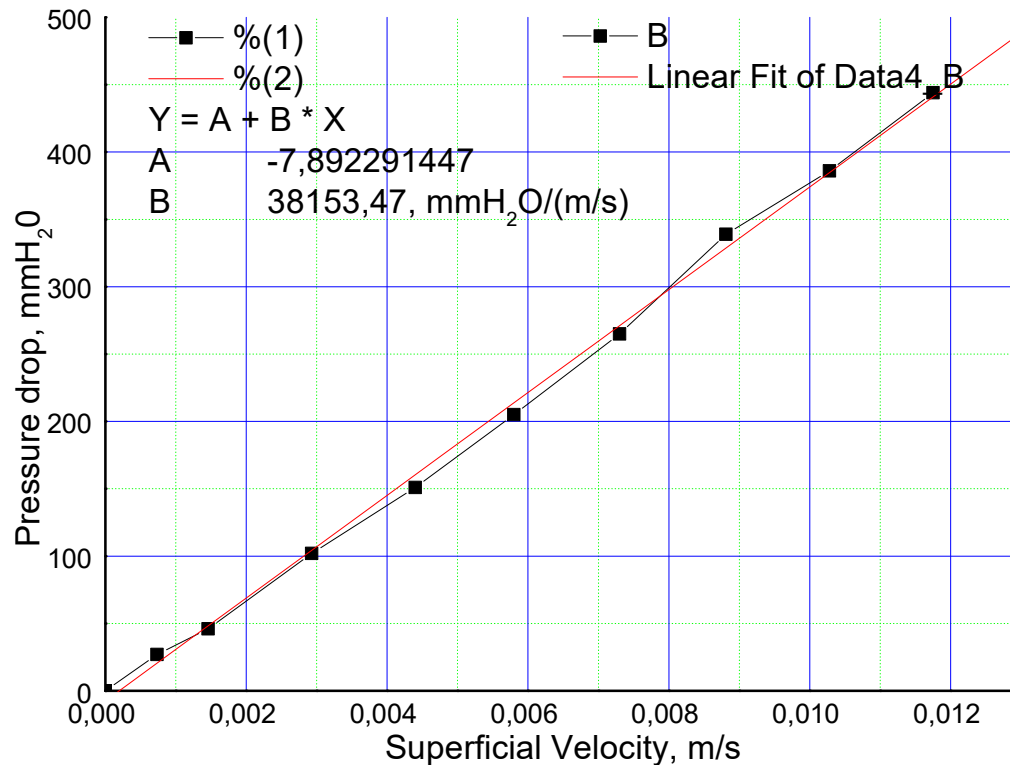
Η εξίσωση Darcy ισχύει και πάλι εδώ $U_0 = \frac{Q}{A} = \kappa \left(\frac{P_0 - P_L}{\mu L} \right)$

Αλλά θα ζωγραφίσουμε την κατανομή της

Πτώσης Πίεσης έναντι της φαινομενικής ταχύτητας

$$\frac{\Delta P}{Q} = \left(\frac{P_0 - P_L}{Q} \right) = \frac{\mu L}{\kappa A} \quad \frac{\Delta P}{U_0} = \frac{\mu L}{\kappa} \text{ αφού } Q = A U_0$$

Άσκηση 1^η



$$\frac{\Delta P}{U_0} = \frac{\mu L}{k}$$

αφού $Q = A U_0$

Η κλίση είναι ίση με
 $\varepsilon\theta = 38153 \text{ mmH}_2\text{O}/(\text{m/s})$

ΠΡΟΣΟΧΗ στις ΜΟΝΑΔΕΣ

$$=(\mu L/k)$$

$$k = 4.19 \cdot 10^{-10} \text{ m}^2 = 420 \text{ Darcy}$$

Άσκηση 1^η

Υπολογισμός του πορώδους:

$$\varepsilon = 1 - \frac{V_{\alpha\mu\mu\omicron\upsilon}}{V_{\kappa\lambda\iota\nu\eta\varsigma}} = 1 - \frac{\left(\frac{M_{\alpha\mu}}{\rho_{\alpha\mu}}\right)}{\pi \frac{D^2}{4} L} = 1 - \frac{\left(\frac{0.285 \text{ kg}}{2650 \text{ kg/m}^3}\right)}{\pi \frac{0.04^2 \text{ m}^2}{4} 0.16 \text{ m}} = 1 - 0.535 = \mathbf{0.465}$$

Υπολογισμός της ειδικής επιφάνειας, S:

$$U_o = \frac{P_o - P_L}{L} \frac{\psi^2 D_p^2}{150 \mu} \frac{\varepsilon^3}{(1 - \varepsilon)^2} \quad \text{Εξίσωση Blake Kozeny}$$

$$\rho_p S = \frac{6}{\psi D_p}, \quad D_p = \frac{6}{\psi \rho_p S} \quad \text{Εμπειρική εξίσωση}$$

Αντικαθιστούμε την μέση διάμετρο κόκκων, D_p στην εξ. Blake Kozeny

$$U_o = \frac{P_o - P_L}{L} \frac{\psi^2}{150 \mu} \left\{ \frac{36}{\psi^2 \rho_p^2 S^2} \right\} \frac{\varepsilon^3}{(1 - \varepsilon)^2} \quad S^2 = \frac{P_o - P_L}{L} \frac{\psi^2}{150 \mu} \left\{ \frac{36}{\psi^2 \rho_p^2} \right\} \frac{1}{U_o} \frac{\varepsilon^3}{(1 - \varepsilon)^2}$$

$$S^2 = \frac{1}{[U_o \mu L / \Delta P]} \frac{1}{150} \left\{ \frac{36}{\rho_p^2} \right\} \frac{\varepsilon^3}{(1 - \varepsilon)^2} = \frac{1}{k} \frac{1}{150} \left\{ \frac{36}{\rho_p^2} \right\} \frac{\varepsilon^3}{(1 - \varepsilon)^2} \quad \mathbf{S = 5.67 \text{ m}^2/\text{kg}}$$

Κλίμακες

Άσκηση 1^η

Υπολογισμός μέσης διαμέτρου κόκκων

$$D_p = \frac{6}{\Psi \rho_p S} = \frac{8}{0.8 \times 2650 \frac{kg}{m^3} \times 5.67 \frac{m^2}{kg}} = 0.499 \text{ mm} = \mathbf{0.5 \text{ mm}}$$

Υπολογισμός συντελεστή τριβής, αν $U_o = 0.01 \text{ m/s}$

$$f = \frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3} \frac{75 \mu}{\Psi^2 D_p \rho_p U_o} = \frac{(1-0.465)^2}{0.465^3} \frac{75 \cdot 10^{-3}}{0.8^2 \times 0.5 \times 2650 \times 0.01} = \mathbf{0.0251}$$

Άσκηση 1^η (συνέχεια)

Αν στην ίδια κλίση, η ροή αντιστραφεί και το νερό οδηγείται από κάτω προς τα πάνω, υπολογίστε την ταχύτητα έναρξης ρευστοποίησης ($\varepsilon_m=0.5$) και την οριακή ταχύτητα παράσυρσης

Ταχύτητα έναρξης ρευστοποίησης, U_m

$$U_m = \frac{\psi^2 D_{mean}^2 (\rho_p - \rho) g}{150 \mu} \frac{\varepsilon_m}{1 - \varepsilon_m} \quad \text{για } Re < 10$$

$$U_m = \left(\frac{\varepsilon^3 \psi D_{mean} (\rho_p - \rho) g}{1.75 \rho} \right)^{1/2} \quad \text{για } Re > 100$$

$$U_m = \frac{0.8^2 (0.5 \cdot 10^{-3})^2 (2650 - 1000) 9.81}{150 \cdot 10^{-3}} \frac{0.465^3}{(1 - 0.465)} = 3.245 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$$

Ήταν σωστή η επιλογή μας, $Re=?$

$$Re = \frac{\rho U_m D_{mean}}{\mu} = \frac{1000 \times 3.245 \cdot 10^{-3} (0.5 \cdot 10^{-3})}{1 \cdot 10^{-3}} = 1.6225 < 10$$

Διαφάνεια 34

CP1

Christakis Paraskeva; 7/10/2020

Άσκηση 1^η (συνέχεια)

Αν στην ίδια κλίνη, η ροή αντιστραφεί και το νερό οδηγείται από κάτω προς τα πάνω, υπολογίστε την ταχύτητα έναρξης ρευστοποίησης ($\varepsilon_m=0.5$) και την οριακή ταχύτητα παράσυρσης

Ταχύτητα έναρξης παράσυρσης, U_m

$$U_t = \frac{D_{mean}^2 (\rho_p - \rho) g}{18 \mu}$$

$$\frac{U_t}{U_m} = \frac{8.33 (1 - \varepsilon_m)}{\psi^2 \varepsilon_m^3}$$

$$U_t = \frac{(0.5 \cdot 10^{-3})^2 (2650 - 1000) 9.81}{18 \times 1 \cdot 10^{-3}} = 0.225 \text{ m/s } (\sim 70 \text{ φορές την } U_m)$$

$$U_t = 3.245 \cdot 10^{-3} \frac{(1-0.5)}{[0.8^2 \cdot 0.5^3]} = 0.0202 \frac{m}{s} \text{ (Περίπου 7 φορές την } U_m)$$

Άσκηση 2^η Κλίνη με πληρωτικό υλικό με 2 διαφορετικά είδη σωματιδίων

Μια κλίνη σωματιδίων έχει διάμετρο 1 m και ύψος 0.5 m, πρόκειται να ρευστοποιηθεί με ροή **αέρα** από κάτω προς τα πάνω. Το πληρωτικό υλικό της κλίνης αποτελείται από δύο είδη σωματιδίων A και B, με διαφορετική πυκνότητα και μέγεθος. Η πυκνότητα των σωματιδίων A είναι 1.4 g/cm^3 και το μέγεθος τους κυμαίνεται μεταξύ των 100 και 1000 μm , ενώ τα άλλα σωματίδια (B) έχουν πυκνότητα 0.8 g/cm^3 και το μέγεθος τους κυμαίνεται σε ένα εύρος τιμών 40 με 240 μm . Ζητούνται:

α) Η πτώση πίεσης (σε mmH_2O) κατά την ροή αέρα διαμέσου της κλίνης με κατεύθυνση από κάτω προς τα πάνω με φαινομενική ταχύτητα **1.5 m/s**.

β) Η διαπερατότητα της κλίνης σε μονάδες Darcy.

γ) Η ταχύτητα έναρξης ρευστοποίησης αν ισχύουν οι προηγούμενες παραδοχές

δ) Η ταχύτητα του αέρα την στιγμή της έναρξης του φαινομένου παράσυρσης των σωματιδίων

Δεδομένα: Δεδομένα: Η κλίνη μπορεί να θεωρηθεί ότι έχει πορώδες $\epsilon_0=0.35$, μέσο μέγεθος ίσο με τον αριθμητικό μέσο μέγεθος των ανωτέρω ακραίων μεγεθών και η μέση πυκνότητα των σωματιδίων είναι ίση με 1.2 g/cm^3 . Η πυκνότητα του αέρα είναι ίση με 1.3 mg/cm^3 και το ιξώδες 0.018 cp.

Άσκηση 2^η Κλίνη με πληρωτικό υλικό με 2 διαφορετικά είδη σωματιδίων

Παρατήρηση: Η επιλογή του μέσου μεγέθους ίσο με τον αριθμητικό μέσο των 4 ακραίων τιμών είναι αρκετά αυθαίρετη και πρέπει να χρησιμοποιείται μόνο όταν δεν υπάρχουν άλλα δεδομένα. Το ίδιο ισχύει και για την μέση πυκνότητα. Προσοχή: Στον υπολογισμό της οριακής ταχύτητας παράσυρσης πρέπει να ληφθούν υπόψη τα μικρότερα σε μέγεθος και σε πυκνότητα γιατί αυτά θα παρασυρθούν πρώτα εκτός της κλίνης. Προσέξτε ότι η πυκνότητα του αέρα είναι 770 φορές μικρότερη από αυτή του νερού και το ιξώδες 55 φορές μικρότερο από του νερού. Τέλος, όλες οι τιμές σε όλες τις εξισώσεις πρέπει να δίνονται πάντα σε μονάδες SI

Υπολογισμός μέσου μεγέθους για την διάμετρο:

$$d_p = \frac{100+1000+40+}{4} \mu\text{m} = 345 \mu\text{m} = 345 \cdot 10^{-6} \mu\text{m}$$

Για την επιλογή της εξίσωσης υπολογισμού της ταχύτητας έναρξης ρευστοποίησης είναι απαραίτητος ο υπολογισμός της τιμής του αριθμού Reynolds για το χαρακτηρισμό του καθεστώτος ροής.

$$Re = \frac{1.3 \times 1.5 \times 345 \cdot 10^{-6}}{0.018 \cdot 10^{-3}} = 37.375$$

Παρατηρούμε ότι η τιμή του αριθμού Reynolds είναι μεγαλύτερη από 10 και μικρότερη από 100, οπότε δεν μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τις εξισώσεις που χρησιμοποιήσαμε στη προηγούμενη άσκηση:

$$u_m = \frac{\psi^2 D_{mean}^2 (\rho_p - \rho) g}{150\mu} \frac{\varepsilon_m}{1 - \varepsilon_m} \text{για } Re < 10 \text{ στρωτη ροη,}$$

$$\text{Κλίνες } u_m = \left(\frac{\varepsilon^3 \psi D_{mean} (\rho_p - \rho) g}{1.75\rho} \right)^{1/2} \text{για } Re > 100 \text{ για τυρβώδη ροή}$$

Άσκηση 2^η Κλίνη με πληρωτικό υλικό με 2 διαφορετικά είδη σωματιδίων

...Οπότε θα χρησιμοποιήσουμε την εξίσωση Ergun

$$\frac{(P_0 - P_L)\rho}{G_0^2} \left(\frac{\psi D_p}{L}\right) \left(\frac{\varepsilon^3}{1-\varepsilon}\right) = 150 \frac{1-\varepsilon}{\psi D_p G_0 / \mu} + 1.75,$$

$$\text{Re} = D_p G_0 / \mu, \quad G_0 = \rho U_0, \quad \varepsilon = \varepsilon_{\text{στερεής κλίνης}}$$

Λύνοντας ως προς την πτώση πίεσης, η εξίσωση Ergun γίνεται

$$\frac{-\Delta P}{L} = 150 \left(\frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3}\right) \left(\frac{\mu v_0}{D_{mean}^2}\right) + 1.75 \left(\frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon^3}\right) \left(\frac{\rho v_0^2}{D_{mean}}\right) \text{ αν θεωρήσουμε ότι το } \psi \text{ είναι κοντά στη μονάδα και ότι } D_p = D_{mean}$$

Οι υπολογισμοί δίνουν

$$(-\Delta P) = L \left[150 \left(\frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3}\right) \left(\frac{\mu v_0}{D_{mean}^2}\right) + 1.75 \left(\frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon^3}\right) \left(\frac{\rho v_0^2}{D_{mean}}\right) \right] =$$

$$0.5 \left[150 \left(\frac{(1-0.35)^2}{0.35^3}\right) \left(\frac{0.018 \cdot 10^{-3} \cdot 1.5}{(345 \cdot 10^{-6})^2}\right) + 1.75 \left(\frac{(1-0.35)}{0.35^3}\right) \left(\frac{1.3 \cdot 1.5^2}{345 \cdot 10^{-6}}\right) \right] =$$

$$0.5 [335304 + 224933] \text{ Pa} = 280118.7 \text{ Pa} = \mathbf{2,8 \text{ bar}}$$

Κλίνες

Άσκηση 2^η Κλίνη με πληρωτικό υλικό με 2 διαφορετικά είδη σωματιδίων

β) διαπερατότητα κλίνης

Ο υπολογισμός της διαπερατότητας υπολογίζεται εύκολα από την εξίσωση Darcy

$$\left(\frac{Q}{A}\right) = U_o = k \frac{\Delta P}{L \mu} \rightarrow k = L \mu \left(\frac{U_o}{\Delta P}\right) = 0.5 \cdot 0.018 \cdot 10^{-3} \frac{1.5}{2.8 \cdot 10^5}$$
$$= 4.82 \cdot 10^{-11} \text{ m}^2 = 48,2 \text{ } \mu\text{m}^2 = \mathbf{48.2 \text{ Darcy}}$$

γ) Υπολογισμός της ταχύτητας έναρξης ρευστοποίησης

Ο υπολογισμός της ταχύτητας έναρξης ρευστοποίησης μπορεί να γίνει με μια εκ των τριών εξισώσεων που αναφέρθηκαν ανωτέρω. Εδώ θα χρησιμοποιήσουμε την εμπειρική εξίσωση με την μέση διάμετρο Stokes.

$$U_m = \frac{d_{st}^2 (\rho_{sand} - \rho) g}{1650 \mu} = \frac{(345 \cdot 10^{-6})^2 (1200 - 1.3 \cdot 9.81)}{1650 \cdot 0.018 \cdot 10^{-3}} = 0.047 \text{ m/s}$$

Φαίνεται λοιπόν ότι η **ταχύτητα** με την οποία έχουμε επιλέξει να λειτουργήσουμε την ρευστοποιημένη κλίνη, $U_o = 1.5 \text{ m/s}$ είναι **πολύ μεγαλύτερη από την ταχύτητα έναρξης ρευστοποίησης**, οπότε σίγουρα η ρευστοποίηση θα έχει ξεκινήσει. ΠΡΟΣΟΧΗ όμως, μήπως η ταχύτητα αυτή είναι εξαιρετικά μεγάλη και **παρασύρει μέρος ή όλα τα σωματίδια εκτός κλίνης**.

Άσκηση 2^η Κλίνη με πληρωτικό υλικό με 2 διαφορετικά είδη σωματιδίων

δ) Υπολογισμός της οριακής ταχύτητας παράσυρσης

Ο υπολογισμός της οριακής ταχύτητας παράσυρσης υπολογίζεται από την σχέση:

$$v_t = \frac{d_p^2 (\rho_P - \rho) g}{18\eta}$$

ΠΡΟΣΟΧΗ όμως, για μέσο μέγεθος θα πρέπει να χρησιμοποιηθεί το μικρότερο σωματίδιο με την μικρότερη πυκνότητα ($d_p = 40 \mu\text{m}$, $\rho_p = 0.8 \text{ g/cm}^3$).

Οπότε οι υπολογισμοί δίνουν:

$$v_t = \frac{d_p^2 (\rho_P - \rho) g}{18\eta} = \frac{(40 \cdot 10^{-6})^2 (800 - 1.3) 9.81}{18 \cdot 0.018 \cdot 10^{-3}} = \mathbf{0.038 \text{ m/s!}}$$

Με έκπληξη παρατηρούμε ότι η οριακή ταχύτητα παράσυρσης είναι μικρότερη από την ταχύτητα έναρξης ρευστοποίησης!!!

Άρα θα πετύχουμε **πολύ καλή ρευστοποίηση** αλλά την ίδια στιγμή **θα χάσουμε τα λεπτά και ελαφριά σωματίδια**. Επίσης η ταχύτητα λειτουργίας που αποφασίστηκε για λειτουργία της ρευστοποιημένης κλίνης, $U_o = 1.5 \text{ m/s}$ είναι ΤΕΡΑΣΤΙΑ και θα πρέπει να ο μηχανικός που έκανε το σχεδιασμό να το ξανασκεφτεί. Επίσης καλό θα ήταν να αποφεύγεται η χρήση πού μικρών και ελαφριών σωματιδίων γιατί πριν να επιτευχθεί έναρξη της ρευστοποίησης θα έχουμε χάσει αρκετά σωματίδια. **Ποιο μέγεθος σωματιδίων ή ποια τιμή για την πυκνότητα των σωματιδίων είναι αποδεκτά για χρήση αυτού του μίγματος υλικού ως πληρωτικό υλικό ρευστοποιημένης κλίνης?**

Άσκηση 3^η Ρευστοποιημένη Κλίνη με πληρωτικό υλικό με ευρεία κατανομή μεγέθους σωματιδίων

Μια κλίνη σωματιδίων έχει διάμετρο 1 m και ύψος 0.5 m, πρόκειται να ρευστοποιηθεί με ροή νερού από κάτω προς τα πάνω. Η μάζα του πληρωτικού υλικού είναι ίση με 600 kg και τα σωματίδια έχουν μέγεθος σε ένα εύρος κατανομής 50-500 μm. Ζητούνται:

- α) Η φαινόμενη ταχύτητα έναρξης ρευστοποίησης
- β) Η μέγιστη επιτρεπόμενη ταχύτητα πέραν της οποίας σωματίδια παρασύρονται εκτός κλίνης
- γ) Η πτώση πίεσης την στιγμή της έναρξης της ρευστοποίησης
- δ) Οι απαιτούμενοι ρυθμοί ροής (m³/h) στις περιπτώσεις (α) και (β)

Δεδομένα

$$d_{st} = 185 \mu\text{m}, \rho_p = 2.7 \text{ g/cm}^3, \mu = 1 \text{ cpoise} = 1.0 \cdot 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}, \Psi = 0.8$$

Άσκηση 3^η Ρευστοποιημένη Κλίνη με πληρωτικό υλικό με ευρεία κατανομή μεγέθους σωματιδίων

Σύμφωνα με την θεωρία, ο υπολογισμός της ταχύτητας έναρξης ρευστοποίησης μπορεί να γίνει με μια εκ των δύο παρακάτω εξισώσεων ανάλογα με το είδος της ροής

$$u_m = \frac{\psi^2 D_{mean}^2 (\rho_p - \rho) g}{150 \mu} \frac{\varepsilon_m}{1 - \varepsilon_m} \text{ για } Re < 10 \text{ στρωτη ροη, και}$$

$$u_m = \left(\frac{\varepsilon^3 \psi D_{mean} (\rho_p - \rho) g}{1.75 \rho} \right)^{1/2} \text{ για } Re > 100 \text{ για τυρβώδη ροή}$$

Επειδή όμως για τον υπολογισμό του αριθμού Re χρειαζόμαστε την ταχύτητα ροής ΔEN μπορούμε να εκτιμήσουμε τον αδιάστατο αυτό αριθμό

$$Re = \frac{\rho U_m d_p}{\mu}$$

Μια εναλλακτική λύση είναι να υπολογίσουμε την ταχύτητα έναρξης ρευστοποίησης αν γνωρίζουμε την μέση διάμετρο κατά Stokes, d_{st} .

$$\begin{aligned} U_m &= \frac{d_{st}^2 (\rho_{sand} - \rho) g}{1650 \mu} = \frac{(185 \cdot 10^{-6})^2 (2700 - 1000) 9.81}{1650 \cdot 1.0 \cdot 10^{-3}} = 3.56 \frac{10^{-4} m}{s} \\ &= \mathbf{0,345 \text{ mm/s}} \end{aligned}$$

Άσκηση 3^η Ρευστοποιημένη Κλίνη με πληρωτικό υλικό με ευρεία κατανομή μεγέθους σωματιδίων

Δοκιμάζουμε την τιμή που βρήκαμε για εκτίμηση του αριθμού Reynolds

$$Re = \frac{1000 \cdot 3.56 \cdot 10^{-4} \cdot 185 \cdot 10^{-6}}{10^{-3}} = 0,06586$$

Η τιμή αυτή είναι αρκετά μικρή, βρίσκεται στην περιοχή της έρπουσας ροής $Re < 0.1$; άρα θα μπορούσαμε να είχαμε χρησιμοποιήσει την πρώτη εξίσωση για συνθήκες στρωτής ροής

$$u_m = \frac{\psi^2 D_{mean}^2 (\rho_p - \rho) g}{150 \mu} \frac{\varepsilon_m}{1 - \varepsilon_m}$$

Παρατηρούμε ότι δεν έχουμε όμως τιμές για τον πορώδες κατά την έναρξη της ρευστοποίησης, ε_m . Μια αρκετά καλή εκτίμηση θα είναι να υπολογίσουμε το αρχικό πορώδες της κλίνης, ε_0 και με αυτή την τιμή να ξανα-εκτιμήσουμε την ταχύτητα έναρξης ρευστοποίησης.

$$\varepsilon = \frac{\text{όγκος κενών (πόρων)}}{\text{συνολικός όγκος κλΩνης}} = 1 - \frac{\text{όγκος στερεού}}{\text{συνολικός όγκος κλΩνης}} = 1 - \frac{\frac{m_{sand}}{\rho_{sand}}}{\left(\pi \frac{D^2}{4} L_{sand} \right)}$$
$$= 1 - \frac{\frac{600}{2700}}{\pi \frac{1^2}{4} 0.5} = 0,4338$$

Άσκηση 3^η Ρευστοποιημένη Κλίνη με πληρωτικό υλικό με ευρεία κατανομή μεγέθους σωματιδίων

Τώρα μπορούμε να εκτιμήσουμε την ταχύτητα έναρξης ρευστοποίησης

$$u_m = \frac{\psi^2 D_{mean}^2 (\rho_p - \rho) g}{150 \mu} \frac{\varepsilon_m}{1 - \varepsilon_m} = \frac{0.8^2 (185 \cdot 10^{-6})^2 (2700 - 1000) 9.81}{150 \cdot 10^{-3}} \frac{0.4338^3}{(1 - 0.4338)} = \mathbf{0.351 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}}$$

Η τιμή αυτή είναι αρκετά κοντά στην τιμή που υπολογίστηκε ανωτέρω, άρα και οι δύο εμπειρικές σχέσεις φαίνονται να εκτιμούν ικανοποιητικά τις συνθήκες έναρξης ρευστοποίησης.

β) Οριακή ταχύτητα παράσυρσης

Θα χρησιμοποιήσουμε την μια εμπειρική σχέση που διαθέτουμε ΑΛΛΑ θα λάβουμε υπόψη ότι η κλίνης έχει σωματίδια σε ένα εύρος τιμών 50-500 μm και το γεγονός ότι θέλουμε να μην παρασυρθούν και τα μικρότερα σωματίδια των 50 μm που είναι ελαφρύτερα.

$$v_t = \frac{dp^2 (\rho_p - \rho) g}{18n} = \frac{(50 \cdot 10^{-6})^2 (2700 - 1000) 9.81}{18 \cdot 10^{-3}} = \mathbf{2.31 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}}$$

Από το έλεγχο του λόγου $\frac{U_t}{U_m} = \mathbf{6,7}$ παρατηρούμε ότι η ταχύτητα παράσυρσης δεν είναι τουλάχιστον 10 φορές μεγαλύτερη της ταχύτητας έναρξης ρευστοποίησης. Αυτό συνέβη γιατί για τον υπολογισμό της ταχύτητας έναρξης ρευστοποίησης θεωρήσαμε μέση τιμή διαμέτρου σωματιδίων 185 μm ενώ για την ταχύτητα παράσυρσης θεωρήσαμε $d_p = 50 \mu\text{m}$.

Άσκηση 3^η Ρευστοποιημένη Κλίνη με πληρωτικό υλικό με ευρεία κατανομή μεγέθους σωματιδίων

γ) Πτώση πίεσης κατά την έναρξη της ρευστοποίησης

Η πτώση πίεσης κατά την έναρξη της ρευστοποίησης μπορεί να υπολογιστεί:

$$\Delta P = (1 - \varepsilon_o)L_o(\rho_{solid} - \rho_{fluid})g \quad \Psi \quad \Delta P_m = (1 - \varepsilon_m)L_m(\rho_{solid} - \rho_{fluid})g$$

Αφού ήδη εκτιμήσαμε ανωτέρω ότι το πορώδες έναρξης ρευστοποίησης, ε_m θα είναι πολύ κοντά στο αρχικό πορώδες, ε_o θα μπορούσαμε να εκτιμήσουμε την πτώση πίεσης, ΔP_m χρησιμοποιώντας τις τιμές των παραμέτρων για την κατάσταση της αρχικής κλίνης, δηλαδή το ε_o και το L_o .

$$\Delta P = (1 - \varepsilon_o)L_o(\rho_{solid} - \rho_{fluid})g = (1-0.4338) \cdot 0.5 \cdot (2700-1000) \cdot 9,81 = 4721 \text{ Pa} = 0.04721 \text{ bar}$$

δ) οι παροχές υπολογίζονται από τις ταχύτητες που ήδη υπολογίσαμε και την διάμετρο του φίλτρου

$$Q_m = A U_m = \pi \frac{D^2}{4} U_m = \pi \left(\frac{12}{4}\right) 0.351 \cdot 10^{-3} = 0,2755 \cdot 10^{-3} \frac{m^3}{s} = 0.992 \frac{m^3}{h}$$

$$Q_t = A U_t = \pi \frac{D^2}{4} U_m = \pi \left(\frac{12}{4}\right) 2.31 \cdot 10^{-3} = 1.8134 \cdot 10^{-3} \frac{m^3}{s} = 6.52 \frac{m^3}{h}$$