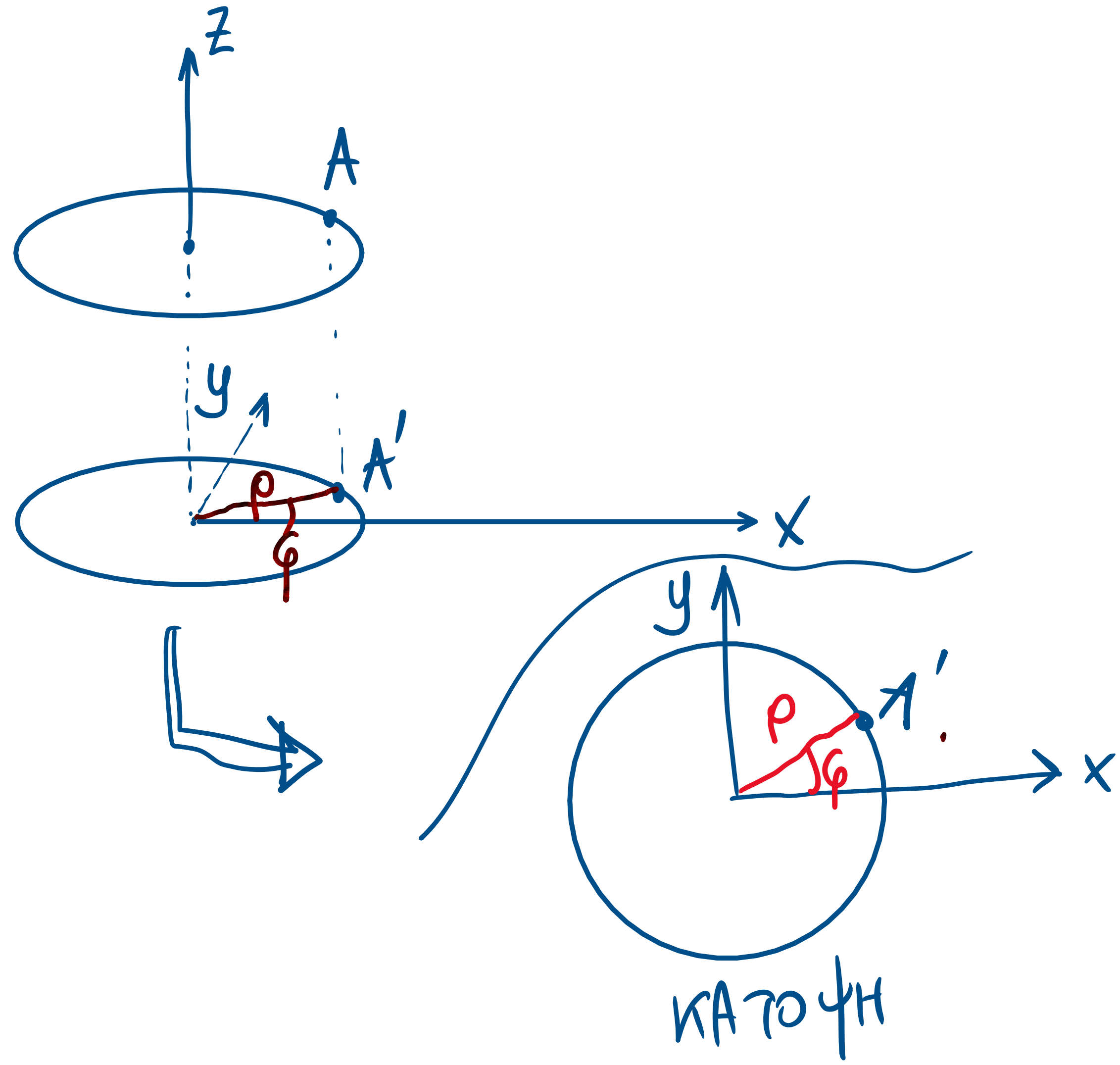
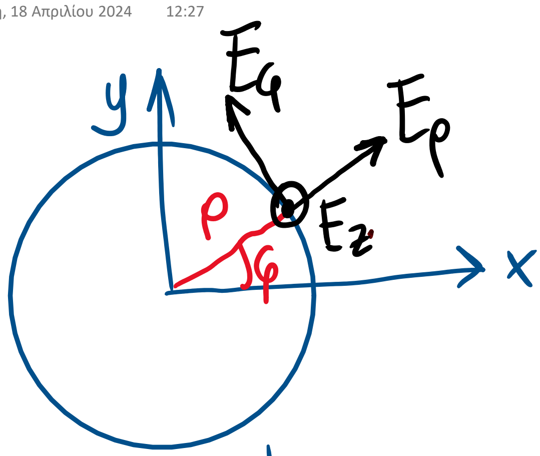
1

Πέμπτη, 18 Απριλίου 2024 12:22





ΚΑΤΟΨΗ

Αναλύω $\vec{E}$ σε τρεις κυλινδρικές συνιστώσες

Εάν $V = V(\rho, \varphi, z)$

$$E_\rho = -\frac{\partial V}{\partial \rho}$$

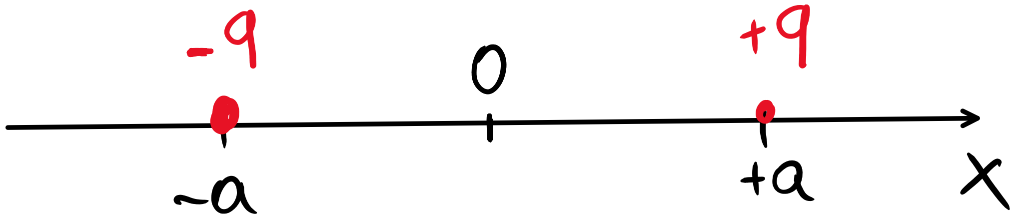
$$E_\varphi = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial V}{\partial \varphi}$$

$$E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

E μονάδες ή $\frac{N}{C}$ ή $\frac{V}{m}$

$$\frac{V}{m} = \frac{J}{C \cdot m} = \frac{N \cdot \cancel{m}}{C \cdot \cancel{m}}$$

1. Να βρεθεί το ηλ. δυναμικό διπόλου $\pm q$ που βρίσκονται στο $\pm a$ επάνω στον άξονα x σε κυλινδρικές συντεταγμένες (α) χωρίς προσέγγιση (β) με κάποια προσέγγιση για μεγάλα $\rho \gg a$ 2. Να βρεθούν οι κυλινδρικές συνιστώσες του πεδίου στην ίδια προσέγγιση

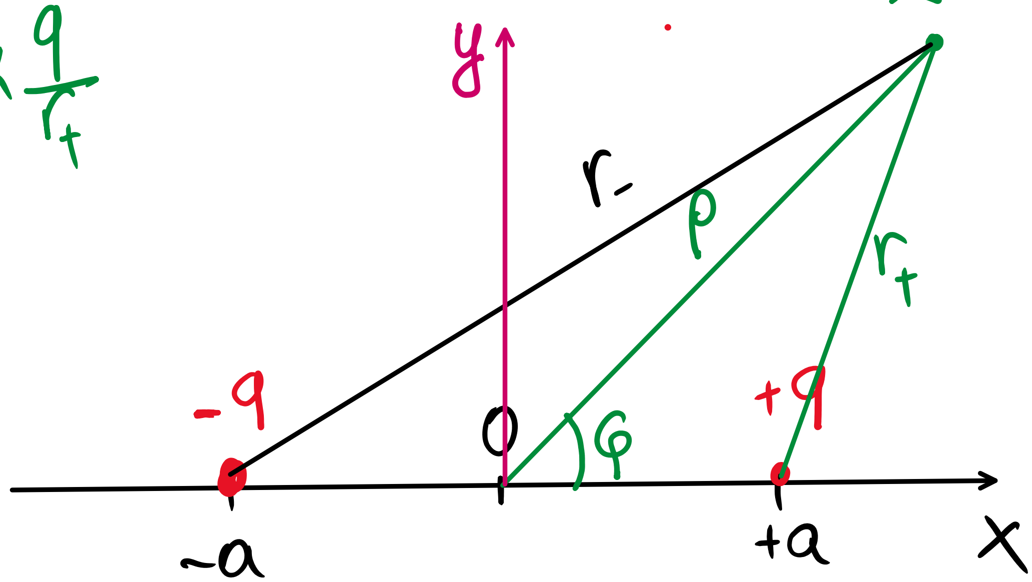


Ποιο το δυναμικό V_+ λόγω του +q στο Σ;

1a)

$V_+ = k\frac{q}{r_+}$

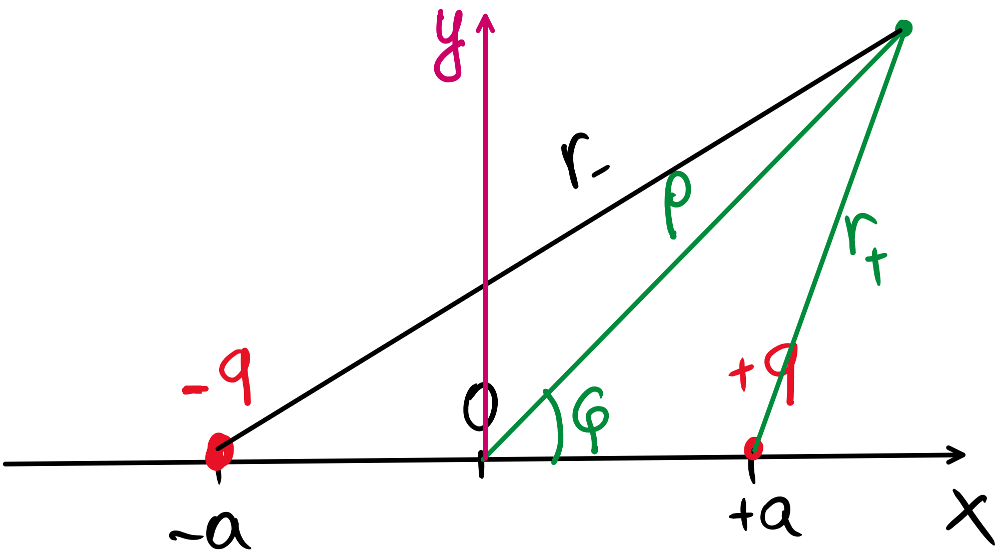
Σ : τυχαίο σημείο



Το -q δημιουργεί δυναμικό $V_- = -k\frac{q}{r_-}$

Από επαλληλία $V = V_+ + V_-$

$$V = kq\left(\frac{1}{r_+} - \frac{1}{r_-}\right)$$



$$V = kq\left(\frac{1}{r_+} - \frac{1}{r_-}\right)$$

Νόμος συνημιτόνων

$$r_+^2 = \rho^2 + a^2 - 2\rho a \cos\varphi$$

$$r_-^2 = \rho^2 + a^2 - 2\rho a \cos(\pi - \varphi) = \rho^2 + a^2 + 2\rho a \cos\varphi$$

$$V = kq\left(\frac{1}{\sqrt{\rho^2 + a^2 - 2a\rho\cos\varphi}} - \frac{1}{\sqrt{\rho^2 + a^2 + 2a\rho\cos\varphi}}\right)$$

(1β)

Προσέγγιση για $\rho \gg a$

$$f(x) = (1+x)^n \simeq 1 + n(1+x)^{n-1}\Big|_0 x = 1 + nx$$

Ανάπτυγμα M.L.

$$f(x) = f(0) + \frac{1}{1!} f'(0) \cdot x + \frac{1}{2!} f''(0) \cdot x^2$$

$$f(x) = f(0) + \frac{1}{1!} f'(0)\cdot x + \frac{1}{2!} f''(0)\cdot x^2$$

για $x \ll 1$

$$\boxed{(1+x)^n \simeq 1+nx}$$

$$(1+x)^n \simeq (1+nx)$$

$$\left(\rho^2 + a^2 \pm 2\rho a \cos\varphi\right)^{-1/2} \simeq \left(\rho^2 \pm 2\rho a \cos\varphi\right)^{-1/2}$$

αγνοώ a^2

$$= \rho^{-1}\left(1 \pm \frac{2a}{\rho}\cos\varphi\right)^{-1/2} \simeq \rho^{-1}\left(1 \mp \frac{a}{\rho}\cos\varphi\right)$$

$$\rho \gg a \Rightarrow \frac{a}{\rho} \ll 1$$

$$V = \frac{kq}{\rho}\frac{2a}{\rho}\cos\varphi$$

$$V = \frac{2kqa}{\rho^2}\cos\varphi$$

2)

$$E_\rho = -\frac{\partial V}{\partial \rho} = 2\,\frac{2kqa}{\rho^3}\cos\varphi = \frac{4kqa}{\rho^3}\cos\varphi$$

$$E_\varphi = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial V}{\partial \varphi} = \frac{1}{\rho}\frac{2kqa}{\rho^2}\sin\varphi = \frac{2kqa}{\rho^3}\sin\varphi$$

Bonus: Εαν ζητουσαμε το $E_x = ?$

$$V = \frac{2kqa}{\rho^3}\cos\varphi$$

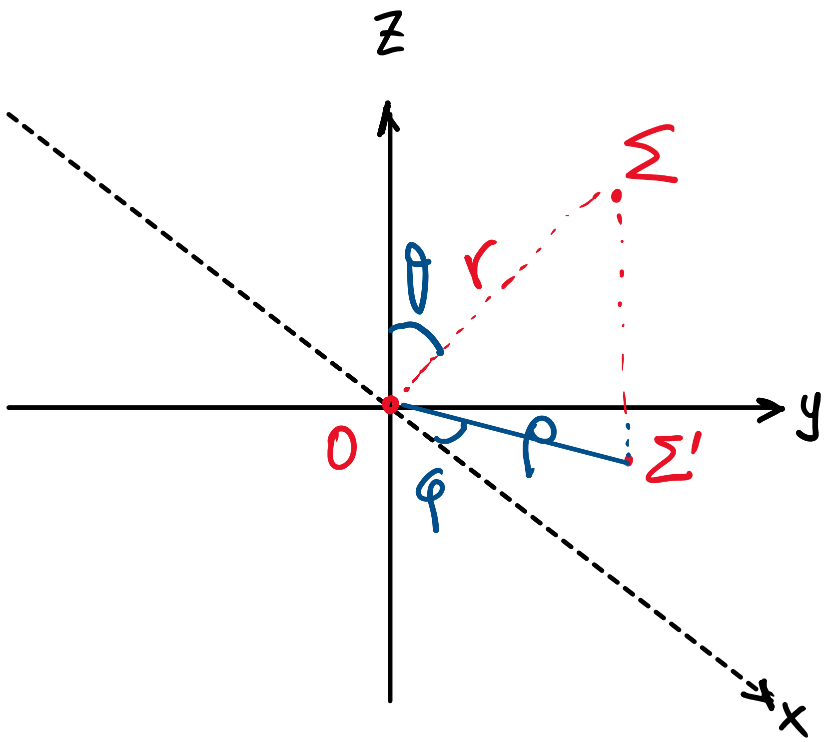
α) μετατρέπω σε καρτεσιανές

β) $E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}$

$\rho = (x^2 + y^2)^{1/2}$ $\quad \cos\varphi = \frac{x}{\rho}$

8

Πέμπτη, 18 Απριλίου 2024 13:55



Σφαιρικές

r : (ΟΣ)

θ: γωνία (r, z)

φ : προβολής Σ'