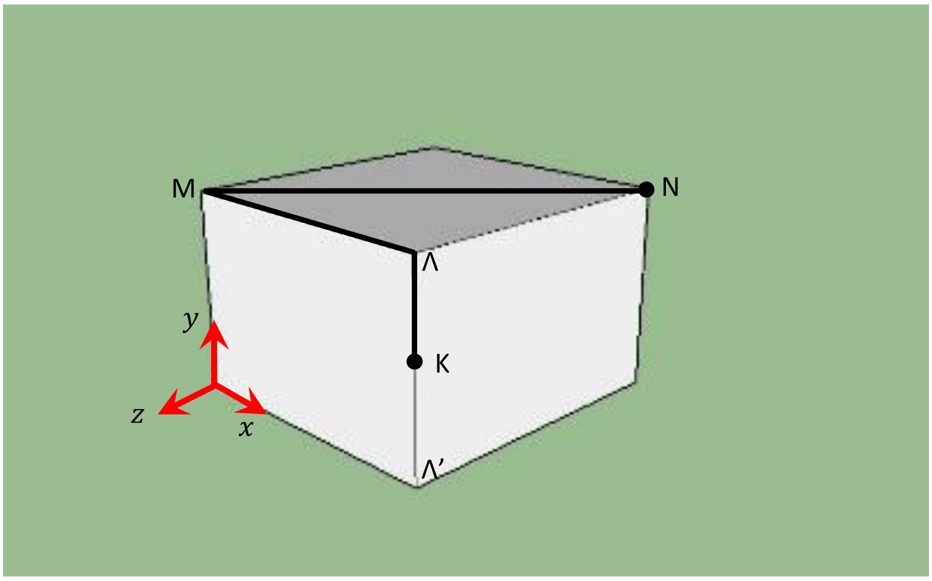
Πρόβλημα 8.6.

Ο παρακάτω αγωγός ΚΛΜΝ αποτελείται από 3 ευθύγραμμα τμήματα με τα σημεία Λ, Μ και Ν να είναι τρεις από τις οκτώ κορυφές ενός κύβου πλευράς $a = 2.8\ cm$ και το σημείο Κ να είναι το μέσο της ακμής ΛΛ' του κύβου. Ο αγωγός διαρρέεται από ρεύμα $I = 1.5\ A$ το οποίο εισέρχεται στο σημείο Κ και εξέρχεται στο σημείο Ν. Εάν στο χώρο που βρίσκεται αυτός ο αγωγός, εφαρμοστεί ένα μαγνητικό πεδίο $\vec{B} = -B\vec{e}_z$ με $B = 0.7\ T$, τότε να βρεθεί η μαγνητική δύναμη $\vec{F}$ που ασκείται στον αγωγό.



Απάντηση: $0.0147\ N$, προς την κατεύθυνση $-x$.

Λύση:

Η δύναμη σε ρευματοφόρο αγωγό δίνεται από την

$$\vec{F} = I\vec{L} \times \vec{B}$$

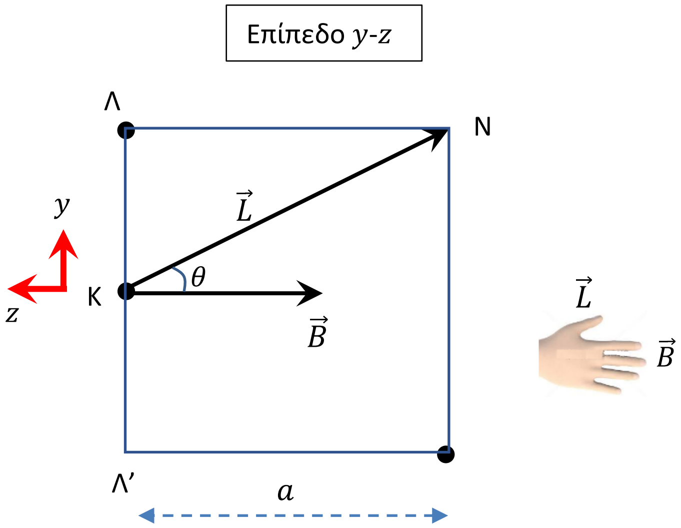
όπου $\vec{L}$ το διάνυσμα που ενώνει την αρχή και το πέρας του αγωγού, δηλαδή $\vec{L} = \overrightarrow{\mathrm{KN}}$. Εφόσον τα Κ και Ν ανήκουν στο επίπεδο y-z, τότε και το $\vec{L}$ ανήκει σε αυτό το επίπεδο και όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα, σχηματίζει γωνία θ με το μαγνητικό πεδίο. Το μέτρο της δύναμης ισούται με

$$F = ILBsin\theta$$

Από απλή τριγωνομετρία, το γινόμενο $Lsin\theta$ είναι ίσο με το μήκος ΛΚ το οποίο ισούται με την μισή πλευρά $a/2 = 0.014\ m$ του κύβου και έτσι

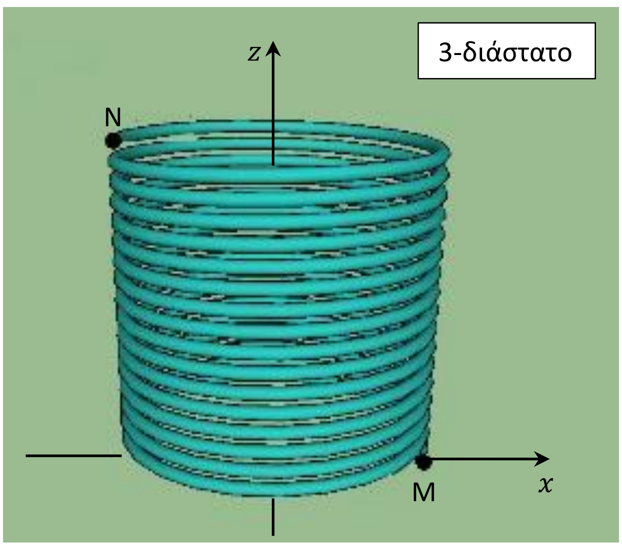
$$F = IBa = 1.5 \times 0.7 \times 0.014 = \ \ 0.0147\ N$$

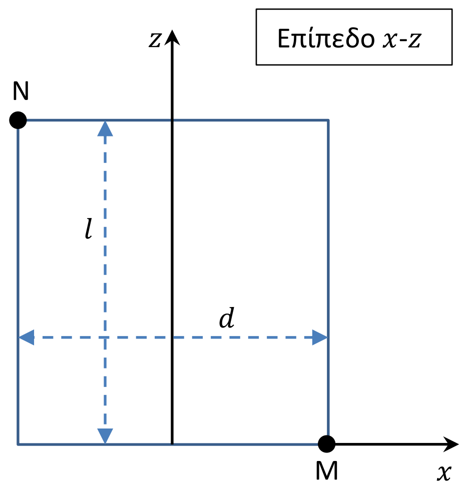
Η φορά της δύναμης δίνεται από τον νόμο της δεξιάς παλάμης (φαίνεται σχηματικά στο παρακάτω σχήμα) και είναι προς τα μέσα της σελίδας δηλαδή προς την κατεύθυνση $-x$.



Πρόβλημα 8.5.

Ο παρακάτω αγωγός έχει το σχήμα πηνίου συμμετρικά τυλιγμένου γύρω από τον άξονα z, έχει μήκος $l = 5\ cm$, διάμετρο $d = 4.2\ cm$ και αποτελείται συνολικά από 16.5 (δεκαεξίμιση) σπείρες. Διαρρέεται από ρεύμα $I = 3.5\ A$ το οποίο εισέρχεται στο σημείο M και εξέρχεται στο σημείο N, με τα σημεία M και N να ανήκουν και τα δυο στο επίπεδο x-z. Εάν στο χώρο που βρίσκεται αυτό το πηνίο, εφαρμοστεί ένα μαγνητικό πεδίο $\vec{B} = B\vec{e}_z$ με $B = 1.8\ T$, τότε να βρεθεί η μαγνητική δύναμη $\vec{F}$ που ασκείται στο πηνίο.





Απάντηση: $0.265\ N$, προς τα μέσα της σελίδας.

Λύση:

Η δύναμη σε ρευματοφόρο αγωγό δίνεται από την

$$\vec{F} = I\vec{L} \times \vec{B}$$

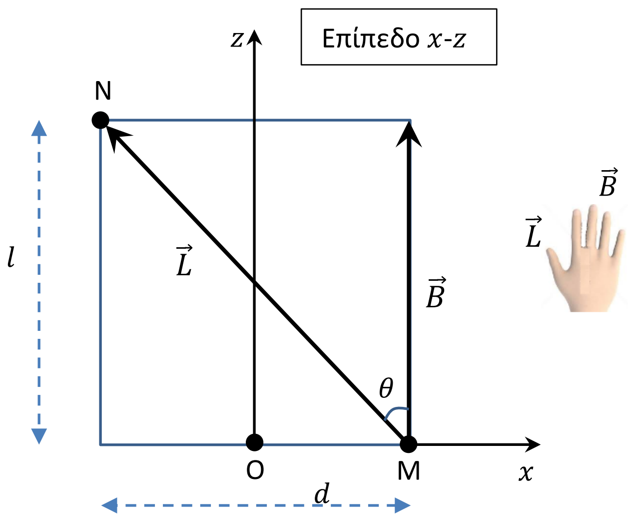
όπου $\vec{L}$ το διάνυσμα που ενώνει την αρχή και το πέρας του αγωγού, δηλαδή $\vec{L} = \overrightarrow{\mathrm{MN}}$. Εφόσον τα Μ και Ν ανήκουν στο επίπεδο x-z, τότε και το $\vec{L}$ ανήκει σε αυτό το επίπεδο και όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα, σχηματίζει γωνία θ με το μαγνητικό πεδίο. Το μέτρο της δύναμης ισούται με

$$F = ILBsin\theta$$

Από απλή τριγωνομετρία, το γινόμενο $Lsin\theta$ είναι ίσο με την διάμετρο d του πηνίου και έτσι

$$F = IBd = 3.5 \times 1.8 \times 0.042 = 0.265\ N$$

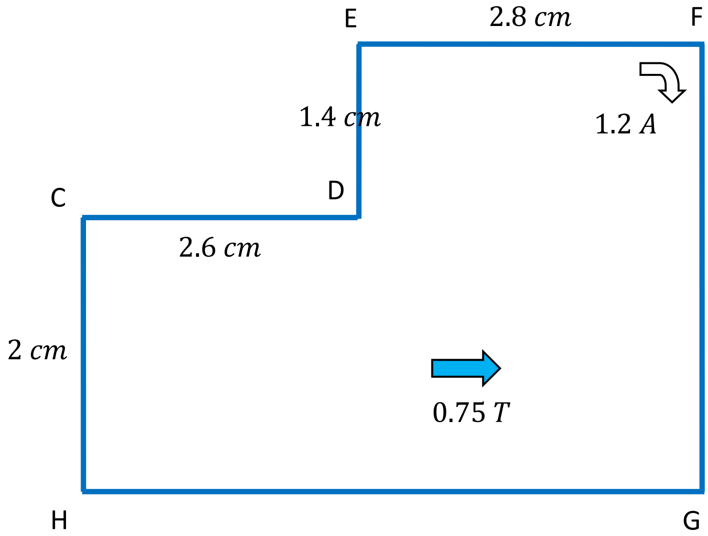
Η φορά της δύναμης δίνεται από τον νόμο της δεξιάς παλάμης (φαίνεται σχηματικά στο παρακάτω σχήμα) και είναι προς τα μέσα της σελίδας.



Πρόβλημα 8.8.

Το παρακάτω συρμάτινο πλαίσιο διαρρέεται από ρεύμα $1.2\ A$ με τη φορά των δεικτών του ρολογιού. Ένα ομοιόμορφο μαγνητικό πεδίο $0.75\ T$ εφαρμόζεται στο επίπεδο της σελίδας και οριζόντια. Υπολογίστε:

α) Τη δύναμη στο κάθε τμήμα του βρόχου, όπως τα CD, DE, EF κτλ.
β) Τη συνολική δύναμη στο βρόχο και
γ) Τη ροπή δύναμης στο βρόχο γύρω από άξονα που περνάει από τα σημεία E και D.



Λύση:

α) Οι δυνάμεις $F_{CD} = F_{EF} = F_{GH} = 0$ επειδή είναι παράλληλες στο B

Τις άλλες θα τις υπολογίσουμε από την σχέση $F = BIL$, με φορά που δίνεται από τον κανόνα του δεξιού χεριού:

$$F_{HC} = 0.75 \times 1.2 \times 0.02 = 0.018\ N, \text{ προς τα μέσα της σελίδας}$$

$$F_{DE} = 0.75 \times 1.2 \times 0.014 = 0.0126\ N, \text{ προς τα μέσα της σελίδας}$$

Μήκος της FG ίσο με $2 + 1.4 = 3.4\ cm$

$$F_{FG} = 0.75 \times 1.2 \times 0.034 = 0.0306\ N, \text{ προς τα έξω της σελίδας}$$

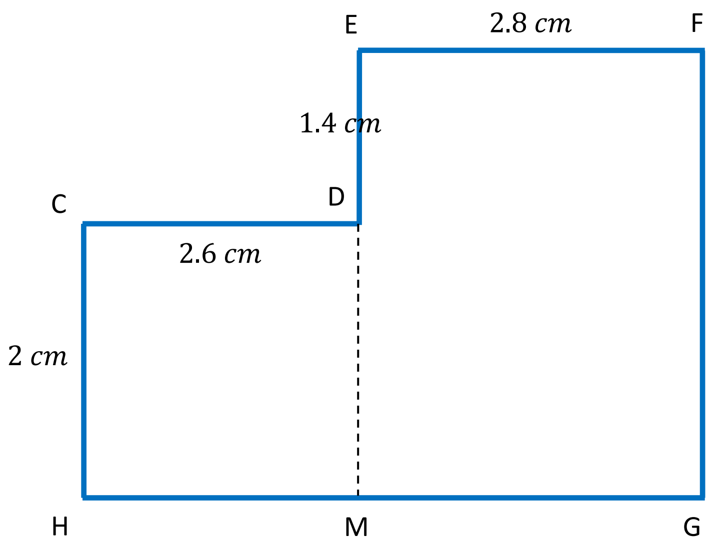
β) Αν χρησιμοποιήσουμε τη σύμβαση προσήμου (+) για "προς τα μέσα" και (–) για "προς τα έξω", έχουμε για τη συνολική δύναμη

$$F_{HC}+F_{DE} - F_{FG} = 0.018 + 0.0126 - 0.0306 = 0\ N$$

γ) Η συνολική ροπή σε ένα βρόχο δίνεται από την

$$\tau = NBAsin\alpha$$

Εδώ $N = 1$, $B = 0.75\ T$ και γωνία $\alpha = 90^0$ αφού η κάθετος του πλαισίου είναι η κάθετος της σελίδας και το B είναι μέσα στη σελίδα. Για να βρούμε το εμβαδό χωρίζουμε την επιφάνεια του πλαισίου σε δύο ορθογώνια:



Επιφάνεια του CDMH = $0.026 \times 0.02 = 5.2 \times 10^{-4} m^2$

Επιφάνεια του EFGM = $0.028 \times (0.02 + 0.014) = 9.52 \times 10^{-4} m^2$

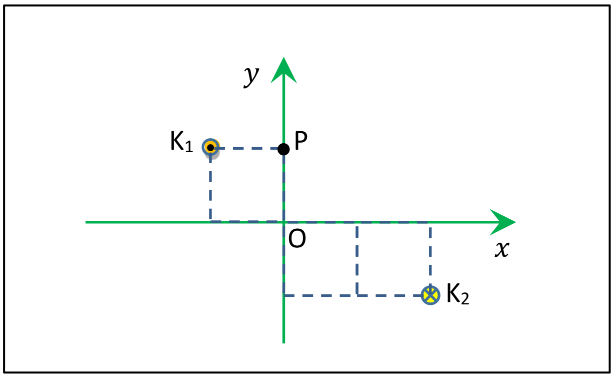
Συνολική επιφάνεια $A = 14.72 \times 10^{-4} m^2$. Έτσι

$$\tau = 0.75 \times 14.72 \times 10^{-4} = 1.1 \times 10^{-3}\ Nm$$

Φυσικά θα μπορούσαμε να υπολογίσουμε ξεχωριστά την ροπή της κάθε δύναμης γύρω από τον δεδομένο άξονα και να τις προσθέσουμε μια-μια. Αφήνεται ως άσκηση να αποδειχθεί ότι τα δυο αποτελέσματα είναι τα ίδια.

Πρόβλημα 9.2.

Στο παρακάτω σχήμα δυο λεπτοί ευθύγραμμοι αγωγοί K_1 και K_2 απείρου μήκους τέμνουν κάθετα την σελίδα στα σημεία $(-2,1)$ και $(4,-1)$ αντίστοιχα (σε cm) και διαρρέονται από το ίδιο ρεύμα $I = 2.2\ A$ και με τη φορά που σημειώνεται. Να βρεθούν οι συνιστώσες του συνιστάμενου μαγνητικού πεδίου που παράγουν οι δυο αγωγοί στο σημείο P.



Απάντηση:

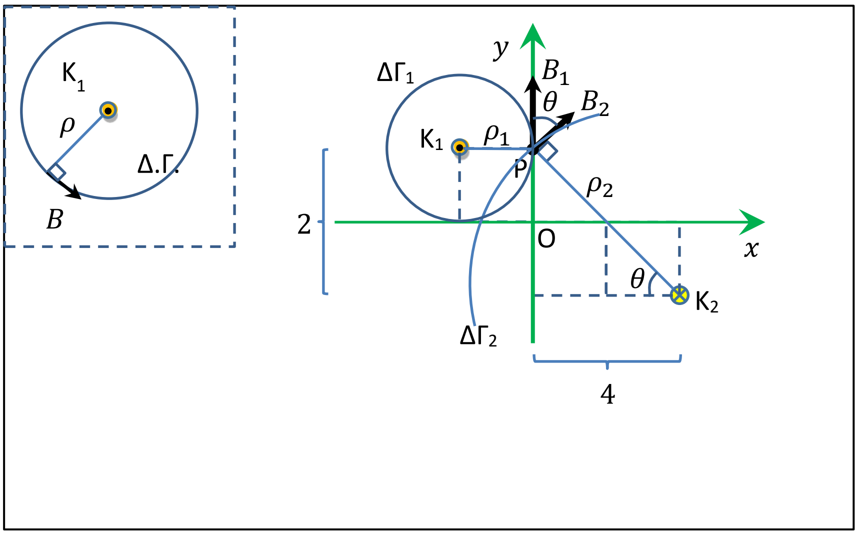
$$\vec{B} = (2.20, 3.08) \times 10^{-5}\ T$$

Λύση:

Είδαμε ότι ο ευθύγραμμος αγωγός απείρου μήκους ο οποίος είναι κατά μήκος του άξονα z δημιουργεί ένα μαγνητικό πεδίο σε απόσταση ρ από αυτόν που δίνεται από την:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi\rho}\vec{e}_\varphi$$

Οι αντίστοιχες δυναμικές γραμμές (Δ.Γ.) είναι ομόκεντροι κύκλοι με κέντρο επάνω στον αγωγό όπως αυτή που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα στο ένθετο (με διακεκομμένη), και το $\vec{B}$ είναι εφαπτόμενο στον κύκλο και άρα κάθετο στην ακτίνα του ρ.



Επομένως στο σημείο P υπάρχουν δυο πεδία, το B_1 που παράγεται από τον αγωγό K_1 με φορά προς τα πάνω και το B_2 που παράγεται από τον αγωγό K_2 το οποίο είναι κάθετο στην ευθεία K_2P η οποία παίζει το ρόλο της ακτίνας του κύκλου $\Delta\Gamma_2$. Από τις συντεταγμένες των σημείων K_1 και K_2 μπορούμε να βρούμε τις αποστάσεις

$$\rho_1 = 2\ cm$$

και

$$\rho_2 = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20}\ cm$$

και τη γωνία θ ως εξής:

$$tan\theta = \frac{2}{4} => \theta = 26.6^0$$

Επομένως τα μέτρα των B_1 και B_2 ισούνται με

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi\rho_1} = \frac{4\pi \times 10^{-7} I}{2\pi\rho_1} = \frac{2 \times 10^{-7} \times 2.2}{2 \times 10^{-2}} = 2.2 \times 10^{-5}\ T$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi\rho_2} = \frac{4\pi \times 10^{-7} I}{2\pi\rho_2} = \frac{2 \times 10^{-7} \times 2.2}{\sqrt{20} \times 10^{-2}} = 0.984 \times 10^{-5}\ T$$

ενώ οι συντεταγμένες τους είναι ίσες με

$$B_{1x} = 0\ T$$

$$B_{1y} = 2.2 \times 10^{-5}\ T$$

$$B_{2x} = 0.984 \times 10^{-5} sin(26.6^0) = 0.44 \times 10^{-5}\ T$$

$$B_{2y} = 0.984 \times 10^{-5} cos(26.6^0) = 0.88 \times 10^{-5}\ T$$

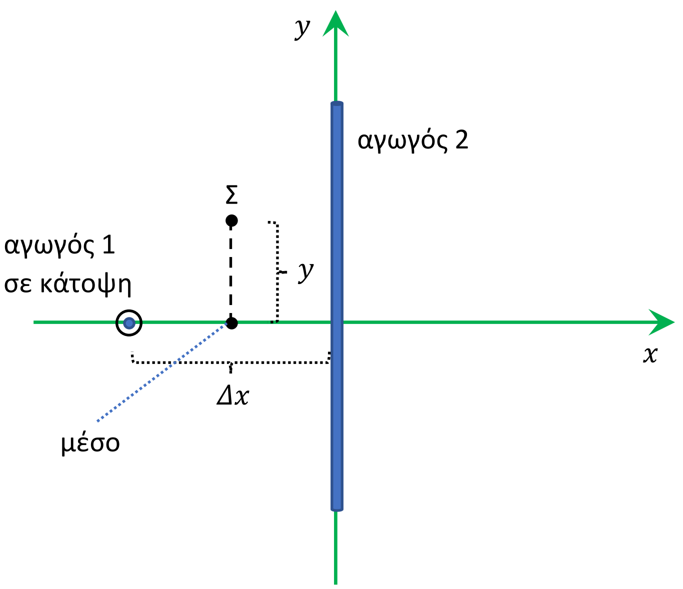
Έτσι το συνιστάμενο πεδίο έχει συνιστώσες

$$B_x = B_{1x} + B_{2x} = 2.20 \times 10^{-5}\ T$$

$$B_y = B_{1y} + B_{2y} = 3.08 \times 10^{-5}\ T$$

<u>Άσκηση</u>

Στο παρακάτω Σχήμα φαίνονται δυο ευθύγραμμοι λεπτοί αγωγοί άπειρου μήκους εκ των οποίων ο 1ος είναι κάθετος στην σελίδα ενώ ο 2ος μέσα στην σελίδα με φορά κατά τον άξονα y. Ο 1ος φέρει ρεύμα $I_1 = \psi\psi$ <u>σε Α</u> και ο 2ος φέρει $I_2 = I_1 + 4$ <u>σε Α</u> και απέχουν μεταξύ τους απόσταση $\Delta x = \xi$ <u>σε μέτρα</u>. Να υπολογισθούν (α) οι συνιστώσες x και y του παραγόμενου <u>μαγνητικού πεδίου</u> B_1 από τον αγωγό 1 στο σημείο Σ το οποίο βρίσκεται στην σελίδα και επάνω στην μεσοκάθετο που ενώνει τους δυο αγωγούς σε ύψος $y = \psi$ <u>σε μέτρα</u> (δείτε αρχικές οδηγίες για τα ψ και το ξ). (β) Να υπολογισθεί το μέτρο του ολικού μαγνητικού πεδίου (παραγόμενο και από τοςυ δυο αγωγούς) στο ίδιο σημείο Σ. ΟΛΕΣ ΟΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΜΕ ΤΟΥΛΑΧΙΣΤΟΝ 3 ΣΗΜΑΝΤΙΚΑ ΨΗΦΙΑ π.χ 3.14 ή 0.00314 ή 314000.



<u>Λύση</u>:

(α) Όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα, το πεδίο B_1 είναι κάθετο στην ακτίνα r και έχει μέτρο

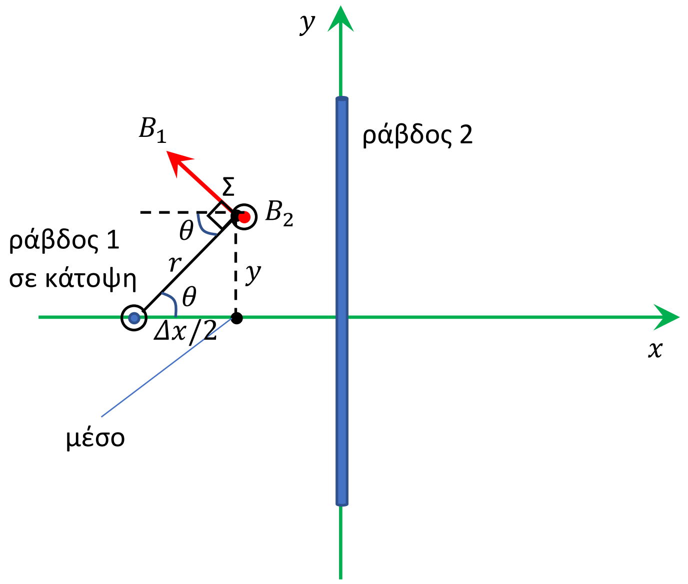
$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r} = \frac{4\pi 10^{-7}}{2\pi}\frac{I_1}{r}$$

Η x-συνιστώσα του είναι ίση με

$$B_x = -B_1 sin\theta = -B_1\frac{y}{r} = 2\cdot 10^{-7}\frac{yI_1}{r^2} = 2\cdot 10^{-7}\frac{yI_1}{\left(\frac{\Delta x}{2}\right)^2 + y^2}$$

ενώ η y-συνιστώσα είναι η

$$B_y = B_1 cos\theta = -B_1 \frac{y\Delta x}{2r} = 10^{-7}\frac{\Delta x I_1}{r^2} = 10^{-7}\frac{\Delta x I_1}{\left(\frac{\Delta x}{2}\right)^2 + y^2}$$



(β) Αντιθέτως το πεδίο B_2 είναι κάθετο στην σελίδα και έτσι κάθετο και στο B_1. Το ολικό μέτρο ισούται με

$$B = \sqrt{{B_1}^2 + {B_2}^2} = \frac{4\pi 10^{-7}}{2\pi}\sqrt{\frac{{I_1}^2}{r^2} + \frac{{I_2}^2}{\left(\frac{\Delta x}{2}\right)^2}} = 2 \times 10^{-7}\sqrt{\frac{{I_1}^2}{r^2} + \frac{4{I_2}^2}{\Delta x^2}}$$