ΔΥΝΑΜΙΚΟ στις 3-Δ

Στην 1-Διάσταση $V = -\int E\,dx + c$

Δυναμικό

Διαφορά δυναμικού, (ηλεκτρ. τάση) μεταξύ δυο σημείων στην ευθεία Ox

$$V_B - V_A = -\int_A^B E\,dx$$

Γενικεύεται στις 3-διαστάσεις

$$V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

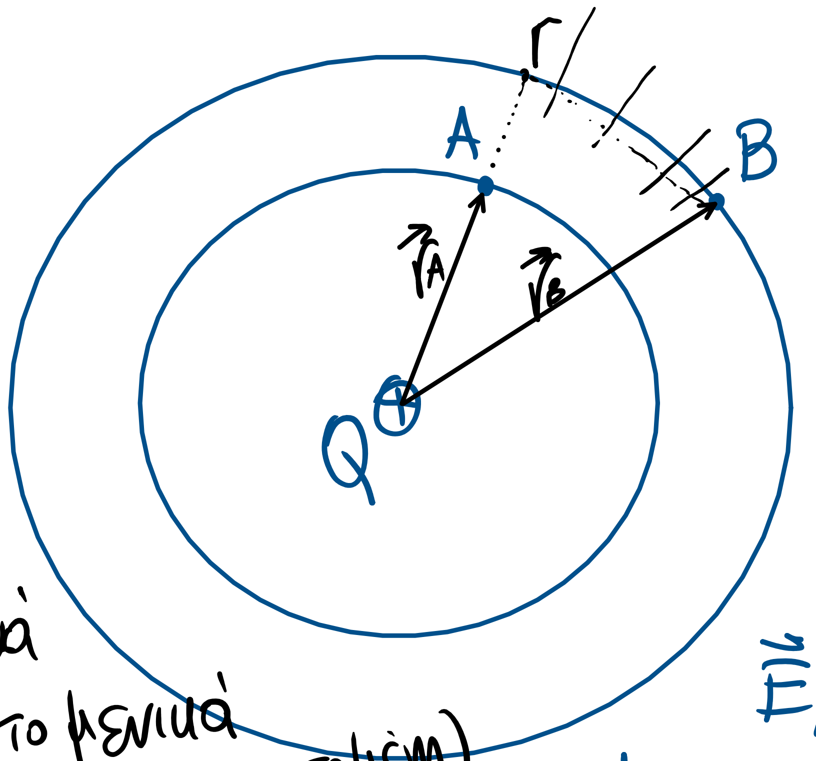
$d\vec{\ell}$: στοιχειώδης μετατόπιση

στις 3-διαστάσεις

$$V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{r}$$

Για σημειακό φορτίο $+Q$ στην αρχή O, και υπολογιστεί το παραπάνω για δύο τυχαία σημεία A και B που βρίσκονται σε απόσταση r_A και r_B από το O αντίστοιχα

Συντηρητική δύναμη του ηλεκτρισμού ⇒ "πολυτέλεια" να διαλέξω όποια διαδρομή θέλω



$$V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\int_A^B E\,dl\cos\theta$$

Επιλέγω
AΓ ακτινικά
ΓB εφαπτομενικά
ακτίνα ⊥ εφαπτομένη)

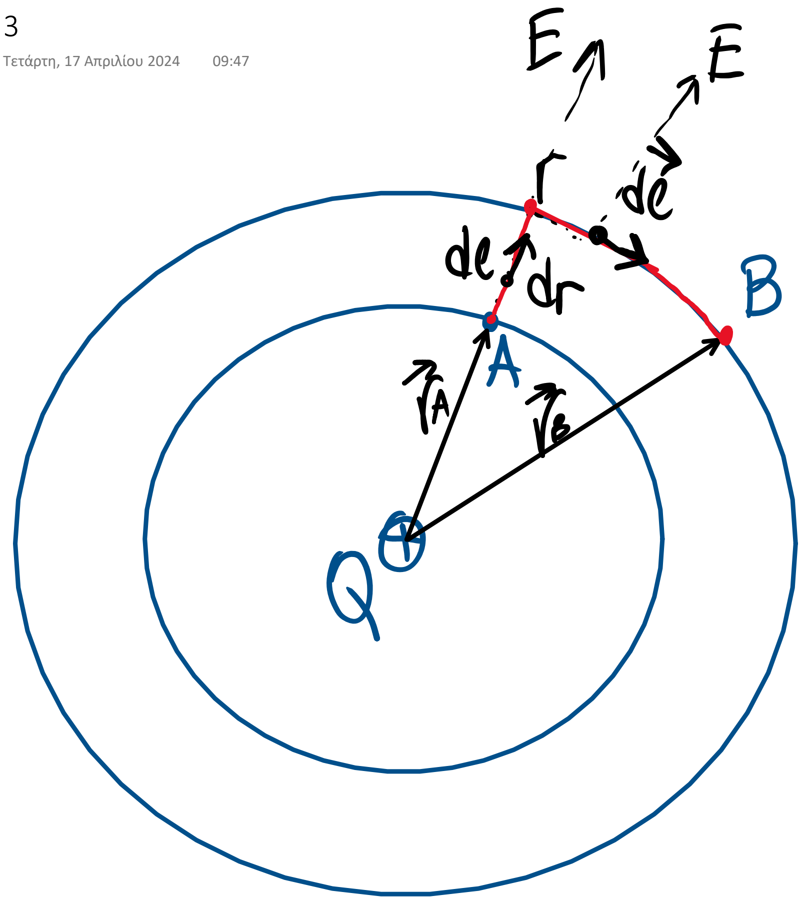
Επιλέγω
$\vec{E} \parallel d\vec{l}$ $\theta = 0$
$\cos\theta = 1$
ή $\vec{E} \perp d\vec{l}$ $\theta = \pi/2$

ΓΒ εφαπ... ~~εφαπτομενη~~
γαυτίνα $\perp$ εφαπτομενη

ή $\vec{E} \perp d\vec{l}$ $\cos\theta = 1$

$\theta = \pi/2$

$\cos\theta = 0$



ΑΓ $\vec E \parallel d\vec l$

$\vec E \cdot d\vec l = E\,dl$

$dl = dr$

ΓΒ $\vec E \perp d\vec l$

$\vec E \cdot d\vec l = 0$

$$\int_A^B \vec E\, d\vec l = \int_A^\Gamma \vec E \cdot d\vec l + \cancel{\int_\Gamma^B \vec E \cdot d\vec l}^{\,0}$$

$$\int_A^B \vec E \cdot d\vec l = \int_A^\Gamma E\,dr = kQ\int_A^B \frac{dr}{r^2} = -kQ\left[\frac{1}{r}\right]_{r_A}^{r_B}$$

$$V_B - V_A = -\int_A^B \vec E \cdot d\vec l = kQ\left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right)$$

Παίρνω ως αναφορά $V_A = 0$ στο $r_A \to \infty$

$V_B = kQ\frac{1}{r_B}$ B: τυχαίο σημείο

$V = \frac{kQ}{r}$ για οποιοδήποτε

... που απέχει

$V = \frac{kQ}{r}$ για [illegible]

σημείο που απέχει

r από το O

Στη μια διάσταση $V = -\int E\,dx + c$

αντίστροφη σχέση $E = -\frac{dV}{dx}$

(όπως στην Μηχανική $F = -\frac{dV}{dx}$)

Στις τρεις διαστάσεις $V = V(x, y, z)$

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}$$

$$E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}$$

$$E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

Να εφαρμοστούν οι παραπάνω στο δυναμικό του σημειακού φορτίου $+Q$ στην αρχή των αξόνων

Είδαμε

$$V = k\frac{Q}{r}$$

$$r = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$$

$$\frac{\partial r}{\partial x} = \frac{1}{\cancel{2}}\frac{\cancel{2}x}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} = \frac{x}{r}$$

$$\frac{\partial r}{\partial x} = \frac{1}{\cancel{2}} \frac{\cancel{2}x}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} = \frac{x}{r}$$

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} = -KQ \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{r}\right) = KQ \frac{1}{r^2} \frac{\partial r}{\partial x}$$

$$E_x = KQ \frac{x}{r^3}$$ Λόγω συμμετρίας

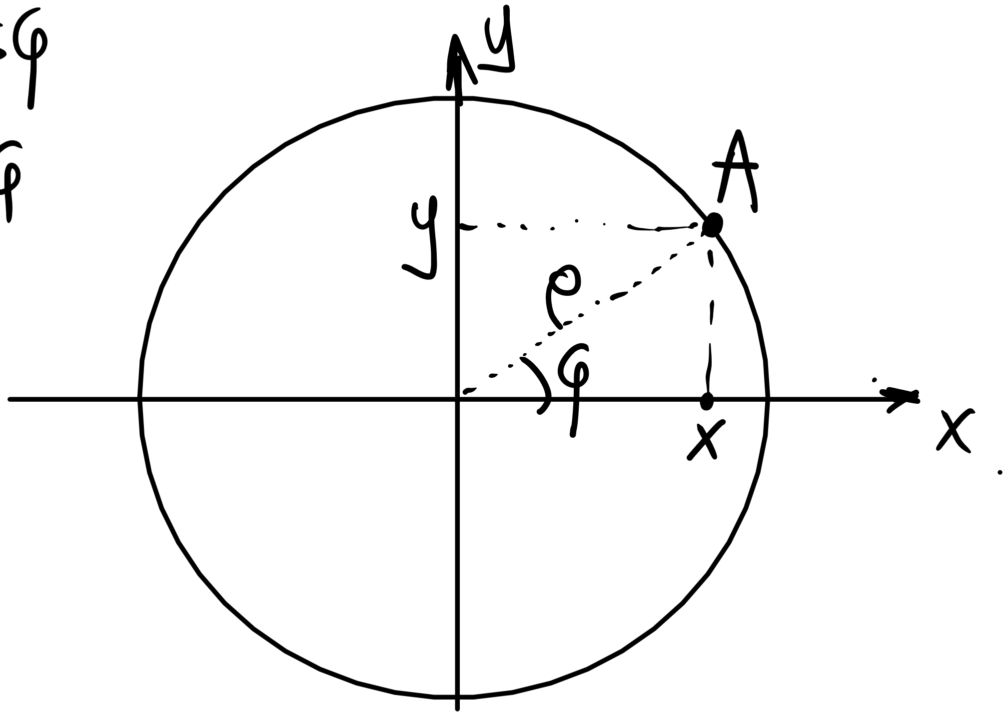
$$E_y = KQ \frac{y}{r^3} \qquad E_z = KQ \frac{z}{r^3}$$

Επαλήθευση Μέτρο:

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2 + E_z^2} = \cdots = k\frac{Q}{r^2} \quad \checkmark$$

Πολικές συντεταγμένες

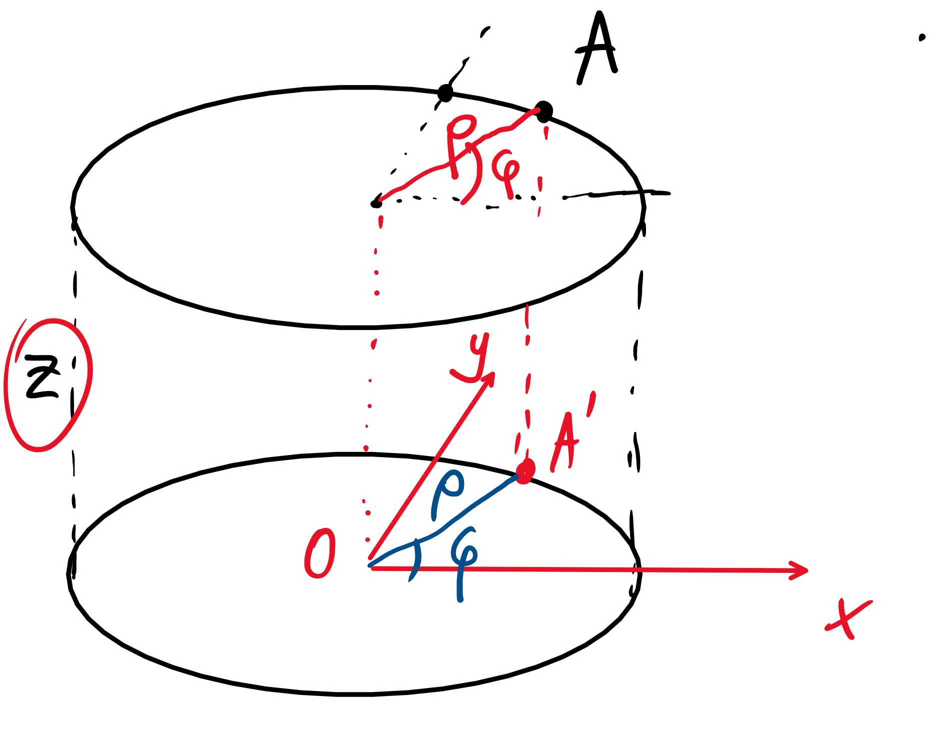
$x = \rho \cos\varphi$
$y = \rho \sin\varphi$



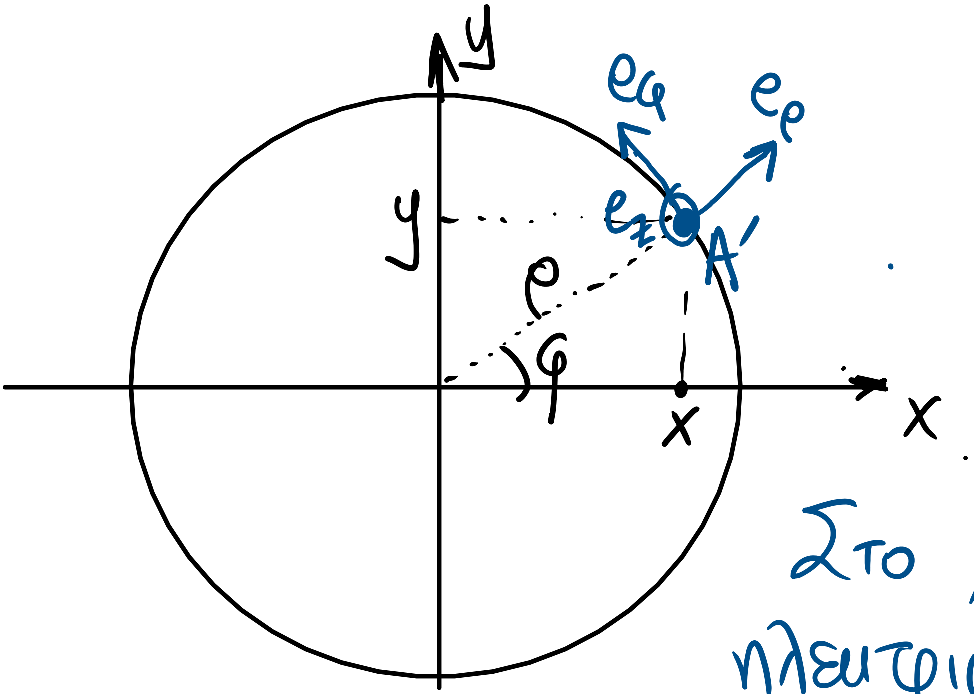
Κυλινδρικές

ρ, φ, z

Προβάλλουμε το A στο A' στο επίπεδο xy ($z=0$)



Επίπεδο xy



Στο A' το τυχόν ηλεκτρικό πεδίο το αναλύω στο νέο τρισορθογώνιο κυλινδρικό σύστημα συντεταγμένων

$\vec{E}$: συνιστώσες $E_\rho \parallel \vec{e}_\rho$

$E_\varphi \parallel \vec{e}_\varphi$

$E_z \parallel \vec{e}_z$